

Одночлены и многочлены

Осваиваем запись выражений и правила действий с ними.

Где встречаются выражения



Алгебраические выражения окружают нас в формулах, задачах на периметр, площадь и движение. Чтобы уверенно работать с ними, нужно различать коэффициент, буквенную часть и степень.

Сортировка алгебраических выражений



Один член

$7x$ и $3a2b$ состоят из одного члена, поэтому это одночлены. Здесь нет сложения и вычитания внутри записи, только умножение чисел и букв.

Несколько членов

$x+5$, $4m-2n$ и $6y2-y+1$ содержат несколько членов, соединённых знаками $+$ или $-$. Такие выражения относятся к многочленам и читаются по частям.

Главные признаки

В одночлене важны коэффициент и буквенная часть. В многочлене нужно ещё видеть отдельные члены и уметь находить их по знакам.

Что не подходит

Если внутри записи есть деление на букву или корень, её пока не относят ни к одночленам, ни к многочленам в школьном смысле.

Как проверять

Чтобы быстро распознавать выражения, сначала смотри, сколько в них частей, а потом проверяй, есть ли только умножение или ещё сложение.

Что такое одночлен

1 Определение

Одночлен — это произведение числа и буквенных множителей, где внутри нет сложения и вычитания. Запись может состоять даже только из одного числа.

2 Коэффициент и буквы

В одночлене $5 \times 2y$ число 5 называется коэффициентом, а x^2y — буквенной частью. Коэффициент показывает числовой множитель перед буквами.

3 Число как одночлен

Число само по себе тоже считается одночленом: например, 8 или -3 . В таком случае буквенная часть отсутствует, но запись остаётся одночленом.

4 Возможные степени

У одночлена бывает степень 0, 1, 2 и выше. Она зависит от показателей степеней букв, которые входят в буквенную часть.

Стандартный вид одночлена

Общий порядок

В стандартном виде сначала записывают коэффициент, затем буквенную часть. Такой порядок делает выражение понятным и помогает сравнивать одночлены без лишних перестановок.

Сокращение записи

Если множителей несколько, повторяющиеся буквы не оставляют отдельно. Запись $-2aba$ нужно сократить до $-2a^2b$, чтобы она стала короче и аккуратнее.

Упорядочивание букв

Буквы располагают в алфавитном порядке, а одинаковые множители объединяют в степени. Например, $3x^2x$ превращается в $3x^3$, потому что x повторяется дважды.

Зачем это нужно

Случайный порядок букв мешает вычислениям и сравнению. Стандартный вид нужен для быстрой проверки, упрощения выражений и дальнейших действий с одночленами.

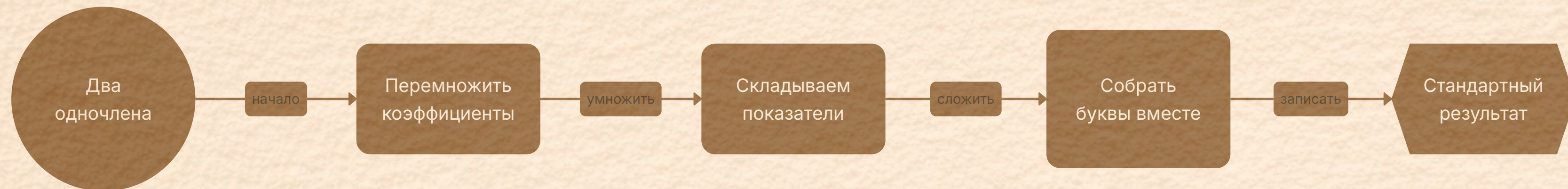
Степень одночлена показывает, сколько раз перемножены буквенные множители в записи.

1

так обозначают один
одночленный член в записи.

Правило умножения одночленов

Схема показывает, как получить произведение одночленов по шагам.



Умножение одночленов: примеры

1 Первый пример

$3a^2b \cdot 4ab^3$: сначала перемножаем числа 3 и 4, получаем 12. Затем объединяем одинаковые буквы: $a^2 \cdot a = a^3$, $b \cdot b^3 = b^4$. Итог: $12a^3b^4$.

2 Второй пример

$-2x \cdot 7x^2$: коэффициенты дают -14 , а степени x складываются: $x \cdot x^2 = x^3$. Поэтому ответ записывается как $-14x^3$, без лишних множителей.



Закрепление: проверь себя

1 Проверь первый ответ

$5m^2n \cdot 2mn^3 = 10m^3n^4$. Здесь важно отдельно перемножить коэффициенты и затем сложить показатели одинаковых букв: $m^2 \cdot m = m^3$, $n \cdot n^3 = n^4$.

2 Проверь второй ответ

$8x \cdot -3 \times 2y = -24 \times 3y$. Знак произведения отрицательный, потому что один множитель отрицателен. Буква x получает показатель 3, а y остаётся без степени.

3 Типичная ошибка

Запись $10nm^3n^3$ неверна: буквы не собраны в стандартном виде, а показатели повторяющихся букв не объединены. Сначала порядок, потом проверка степеней.

Это помогает понимать, что запись строится из нескольких одночленов, соединённых знаками сложения или вычитания.

Школьный курс алгебры

2

такой записи достаточно, чтобы показать несколько частей выражения.

Состав многочлена

У каждого члена многочлена есть свой знак и коэффициент, а буквенная часть может быть пустой у числа.

По структуре видно, что многочлен разбивается на отдельные одночлены, а числовой член тоже считается полноценным членом.

Член	Знак	Коэффициент	Буквы
$4x^2$	+	4	x^2
$-3x$	-	3	x
8	+	8	—

Определения и примеры из школьной алгебры

В стандартной записи члены многочлена располагают по убыванию степени, поэтому выражение легче сравнивать и упрощать.

Пример приведения многочлена к стандартному виду

$$5x^2$$

стоит первым в приведённом примере, потому что имеет наибольшую степень.

Степень многочлена определяется по самому «тяжёлому» члену после упорядочивания выражения; именно он задаёт общий порядок.

Примеры из школьной алгебры

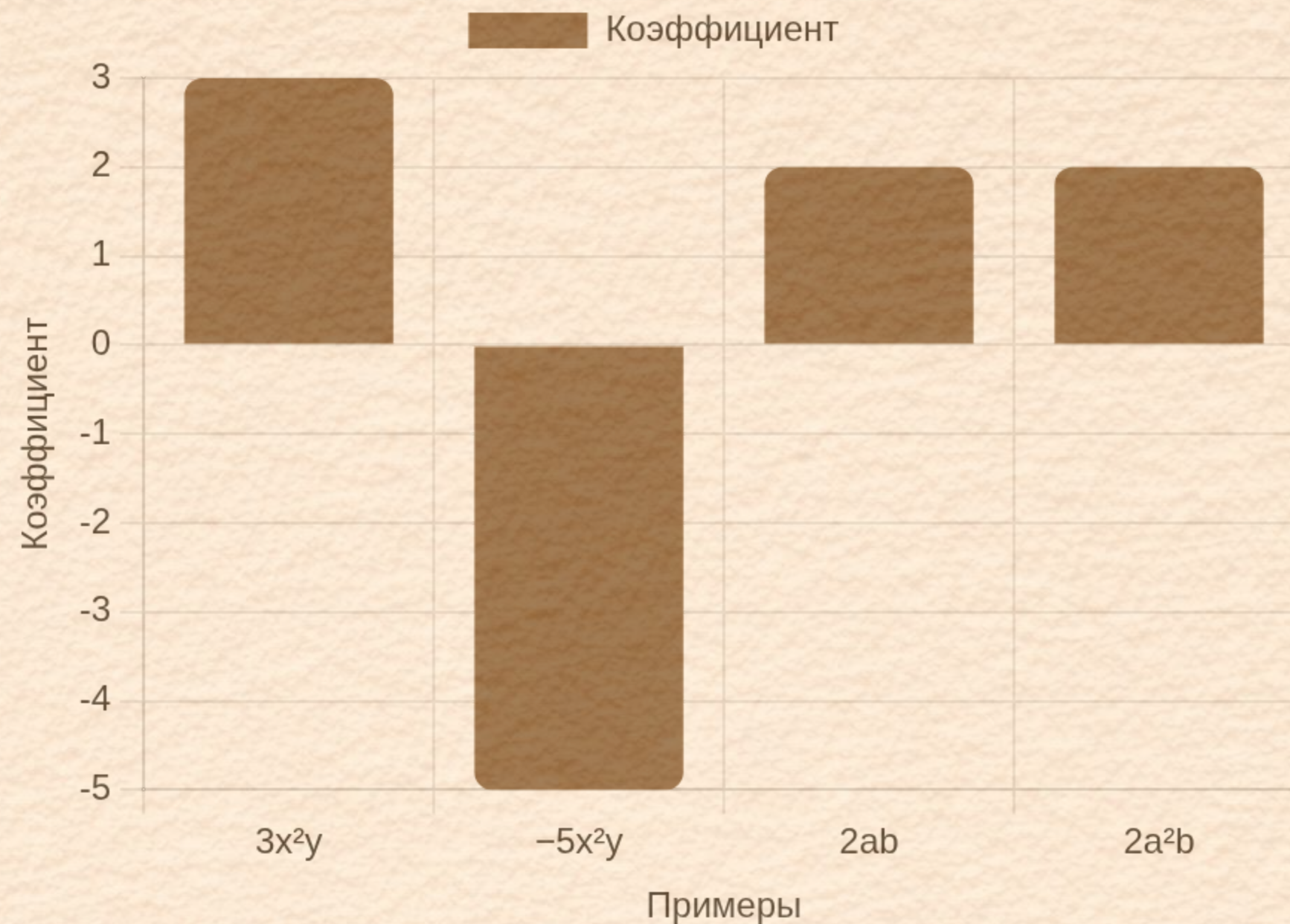
5

— степень многочлена $7a^2b+3ab^4$, потому что наибольшая сумма показателей у второго члена.

Сравнение подобных и неподобных членов

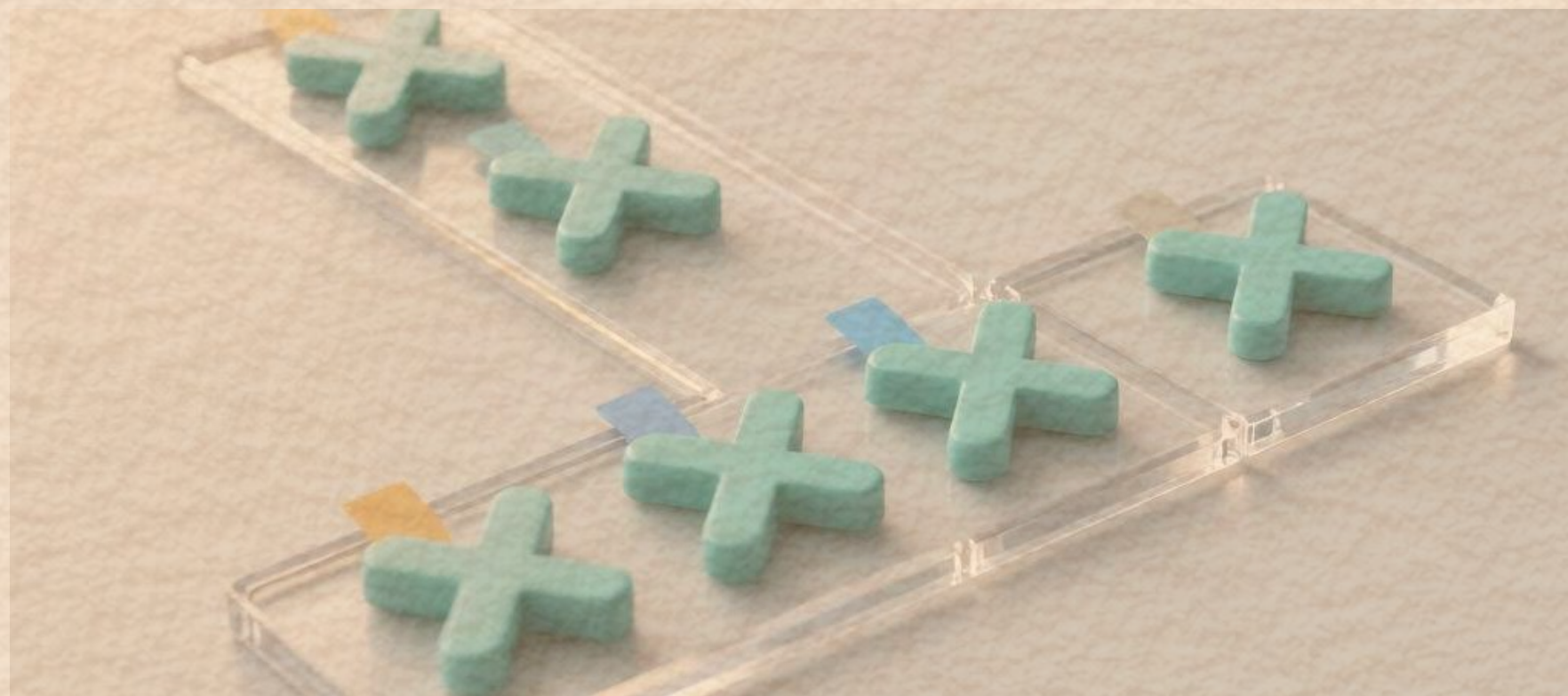
На диаграмме показано, что подобные члены можно объединять только тогда, когда буквенная часть совпадает полностью.

Совпадение буквенной части позволяет складывать только коэффициенты; различие в показателях делает члены непохожими.



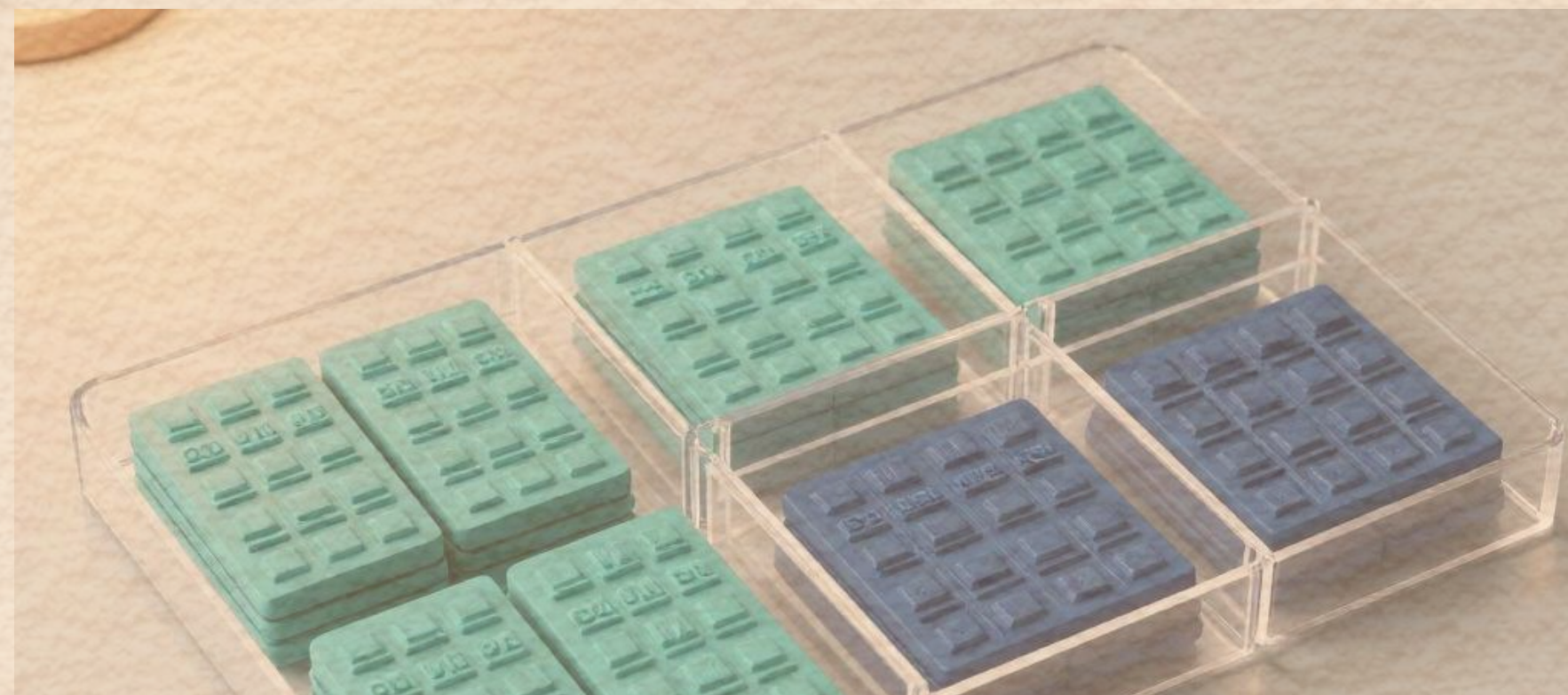
Составлено по правилам приведения подобных членов

Как приводить выражения к простому виду



Одна буква — один результат

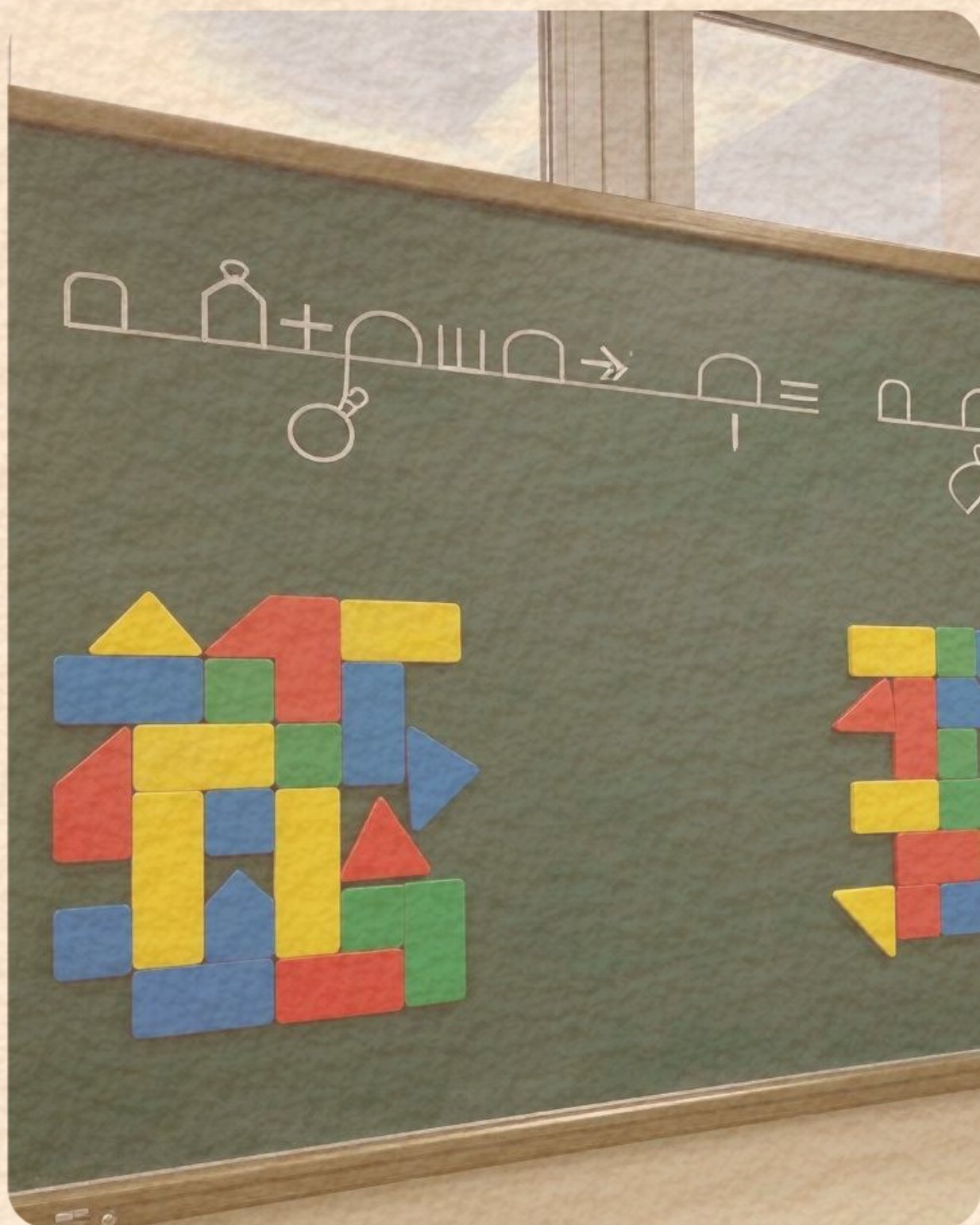
Сначала в выражении $4x+7x-2x$ выделяют одинаковые члены. Затем складывают коэффициенты: $4+7-2$, после чего сохраняют общую буквенную часть x . Получается $9x$ — коротко и без лишних действий.



Разные члены — разные группы

Во втором примере $6a^2-3a+5-2a^2+a-1$ сначала группируют пары одинаковых членов. После этого отдельно работают с квадратами, буквами a и числами, не смешивая разные части выражения.

Два основных действия с многочленами



Сложение по шагам

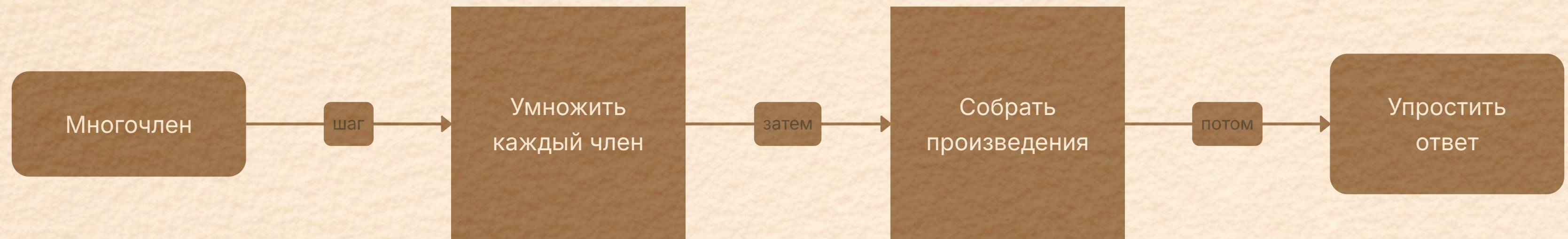
При сложении многочленов скобки убирают сразу, а затем соединяют подобные члены. Это удобно, когда в обоих выражениях есть одинаковые степени и одинаковые буквенные части.

Вычитание без ошибок

При вычитании знак перед вторым многочленом меняет каждый его член. Если пропустить этот шаг, легко получить неверный ответ, даже когда дальнейшие вычисления выполнены правильно.

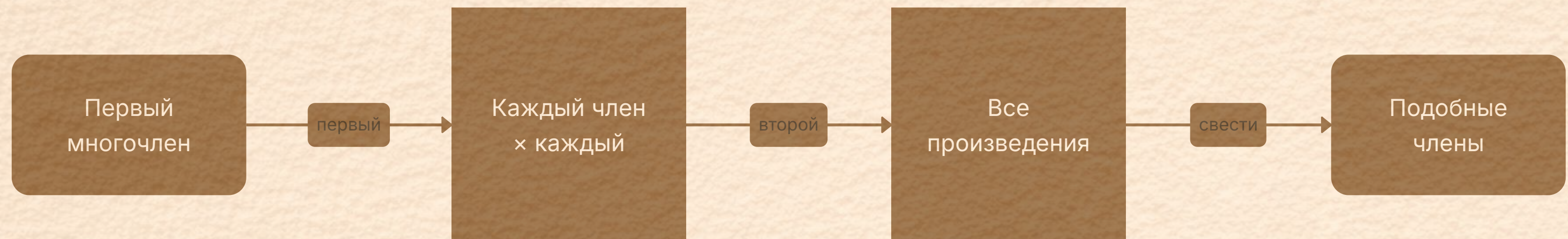
Как умножать многочлен на одночлен

Каждый член многочлена умножается на одночлен отдельно, затем результат приводится к стандартному виду.



Как умножать многочлен на многочлен

Алгоритм основан на последовательном перемножении всех членов двух скобок и последующем объединении одинаковых членов.

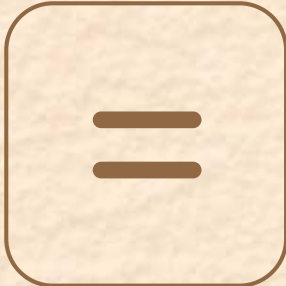


Основные приёмы упрощения



Стандартный вид

Сначала переписывают выражение в стандартном виде: так проще увидеть одинаковые члены и порядок степеней. Этот шаг помогает избежать путаницы при дальнейших преобразованиях.



Подобные члены

Если в выражении есть одинаковые буквенные части, их объединяют. Складывают только коэффициенты, а буквенную часть оставляют без изменений, чтобы не нарушить смысл записи.



Работа со скобками

Скобки раскрывают аккуратно, учитывая знак перед ними. Именно здесь чаще всего появляются ошибки, поэтому важно следить за каждым членом отдельно.



Проверка ответа

После упрощения полезно проверить, не осталось ли лишних членов и правильно ли записаны знаки. Такая проверка экономит время и помогает быстро заметить неточность.



Главное, что стоит унести с собой

Одночлены и многочлены становятся удобным языком алгебры, когда вы умеете приводить их к стандартному виду, находить степень, объединять подобные члены и аккуратно раскрывать скобки.