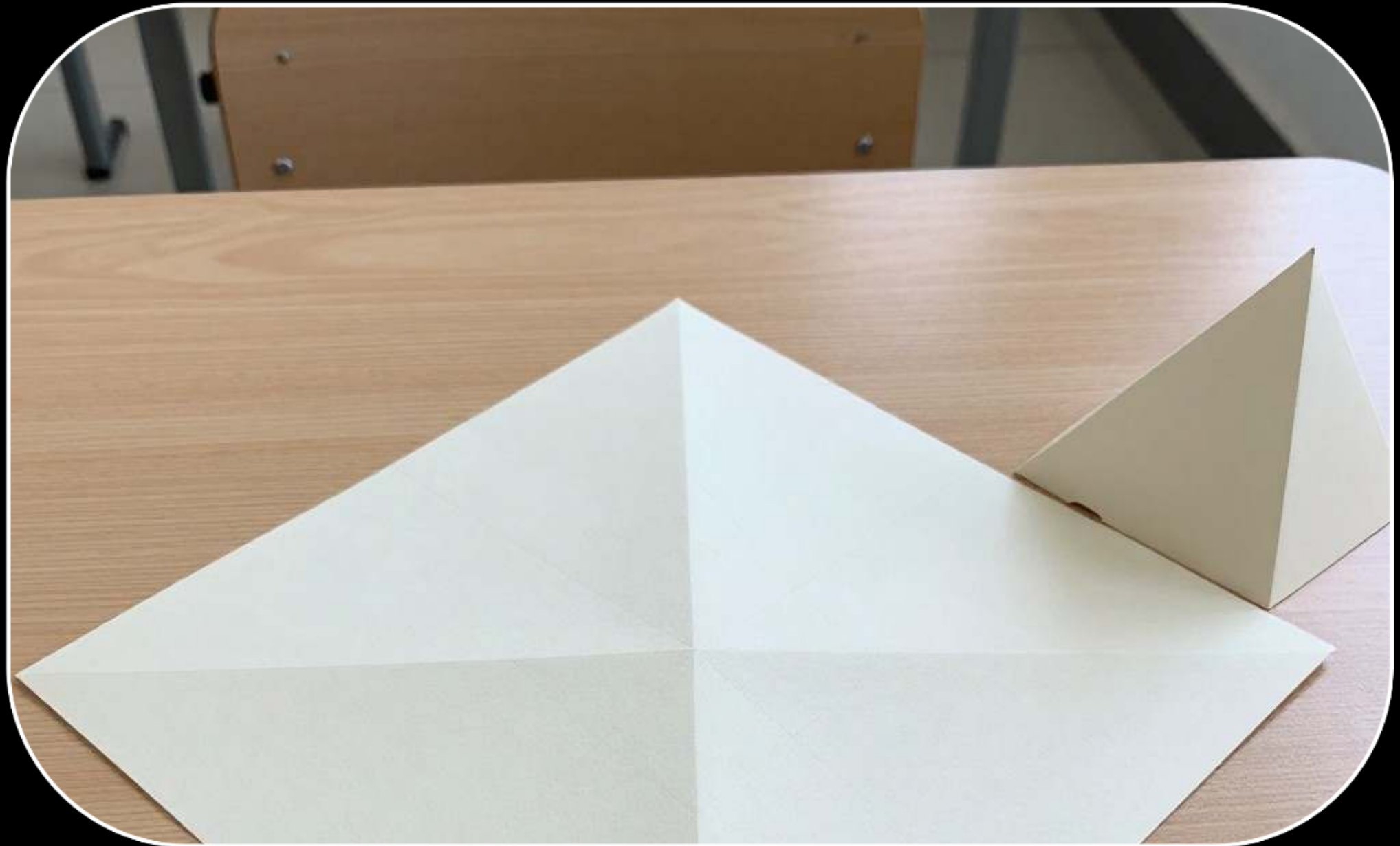


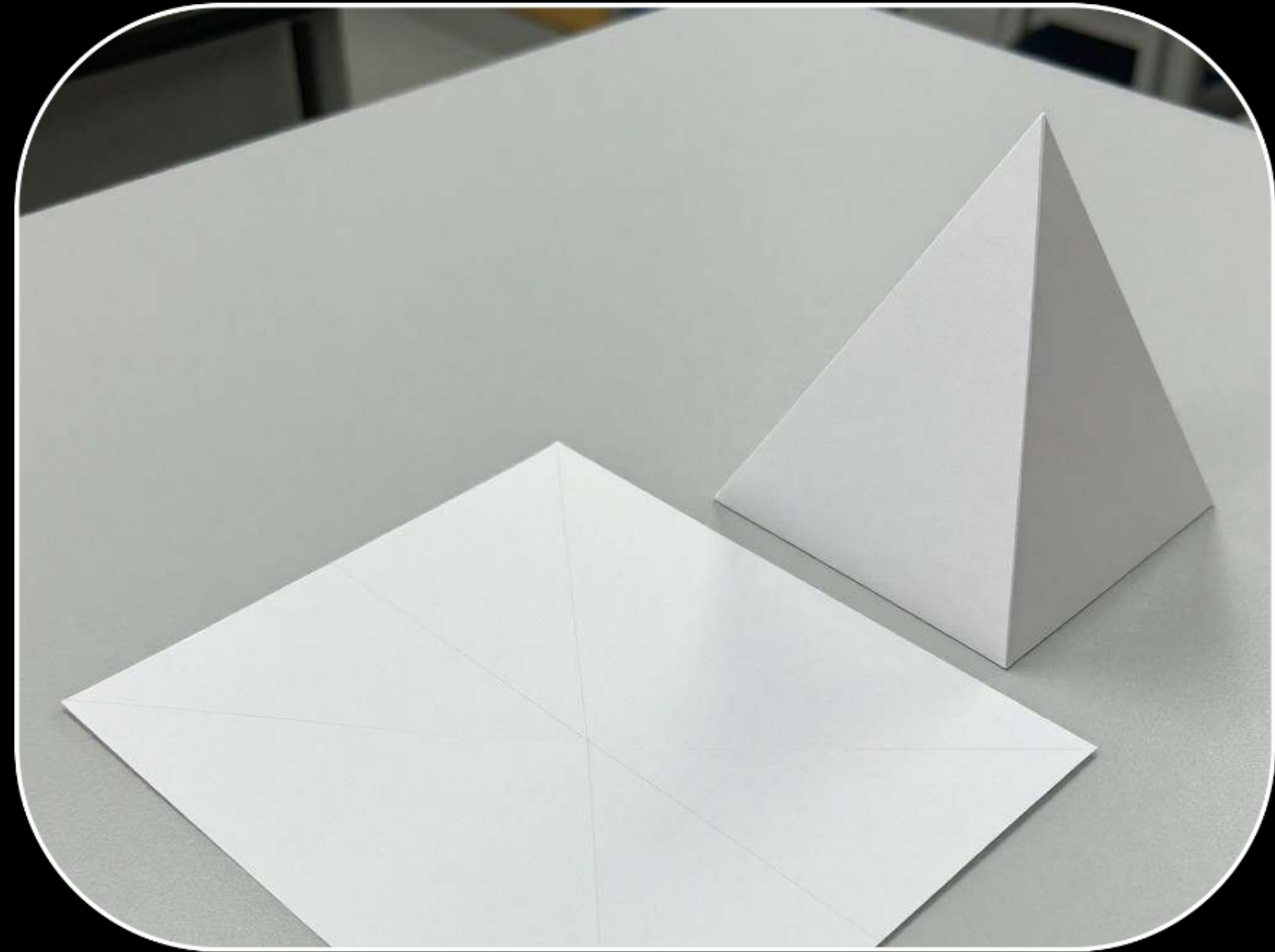
Развёртки поверхностей пирамид: от плоского чертежа к объёмной модели

Как из плоского чертежа получить
пирамиду?



Пирамида и её развёртка в 9 классе

Развёртка показывает пирамиду как набор граней на плоскости. Она помогает понять устройство многогранника, точно измерять рёбра и видеть, как из чертежа складывается объёмная фигура.



Основные элементы пирамиды, которые входят в развёртку

Основание

Это многоугольник, лежащий внизу пирамиды. Его форма задаёт число сторон, а значит, и количество боковых граней, которые появятся в развёртке.

Боковые рёбра

Они соединяют вершину пирамиды с вершинами основания. Именно их длины определяют размеры боковых треугольников и влияют на общий вид чертежа.

Боковые грани

Все боковые грани пирамиды имеют форму треугольников. В развёртке они располагаются вокруг основания и соприкасаются с ним по общим сторонам.

Правильная пирамида

У правильной пирамиды вершина находится над центром основания, а боковые грани одинаковы. Поэтому её развёртка обычно выглядит более симметричной и удобной для проверки.

Как выглядит развёртка пирамиды на плоскости

Состав чертежа

Развёртка всегда включает основание и все боковые треугольники, размещённые по его сторонам. Именно эти части после складывания образуют поверхность пирамиды.

Число граней

У треугольной пирамиды в развёртке четыре треугольника. У четырёхугольной — пять граней, у пятиугольной — шесть. Чем больше сторон у основания, тем больше деталей на чертеже.

Линии сгиба

На схеме отдельно показывают границы, по которым лист будут складывать. Они помогают не перепутать внешние контуры и места соединения соседних граней.

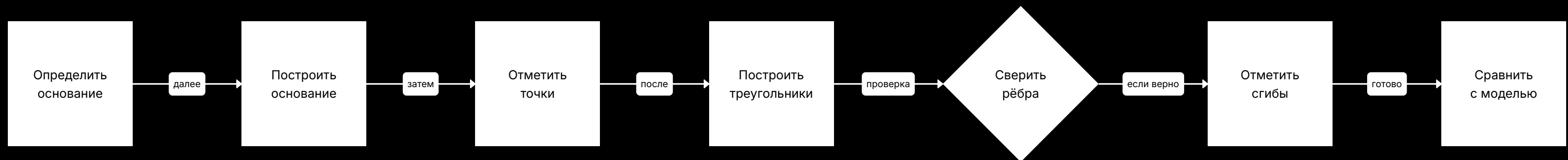
Совпадающие стороны

После складывания некоторые стороны должны точно совместиться. Поэтому на развёртке важно сразу отмечать одинаковые рёбра и проверять их равенство по длине.



Последовательность построения развёртки пирамиды

Пошаговая схема построения точного чертежа и проверки готовой развёртки

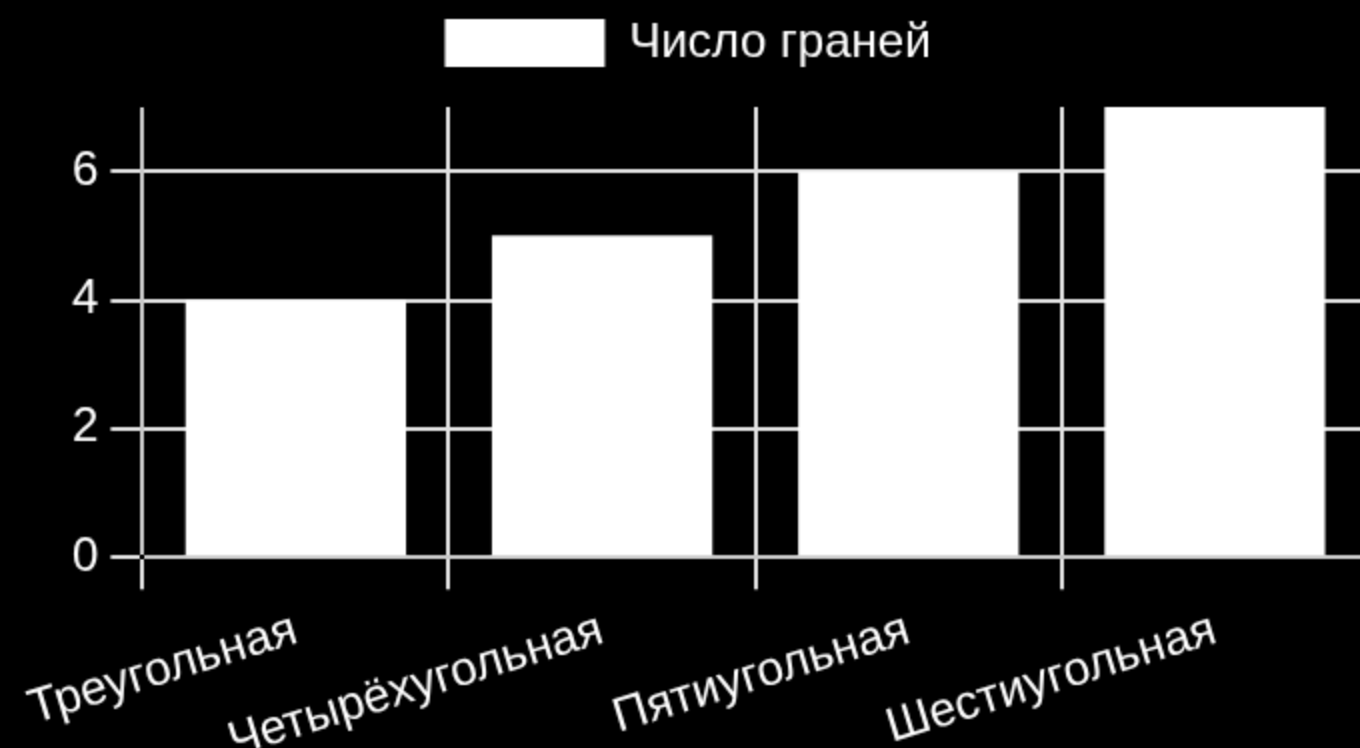


4

**грани входят в её развёртку
и делают её особенно
наглядной**

Треугольная пирамида удобна для первых построений: все её грани треугольные, поэтому легко проследить, как стороны соединяются в одну пространственную фигуру.

Сколько граней у пирамид с разным основанием



Переход от одного основания к другому меняет только количество боковых треугольников, а сама закономерность остаётся простой и удобной для запоминания.

Если основание имеет n сторон, то у пирамиды n боковых граней и всего $n+1$ грань.

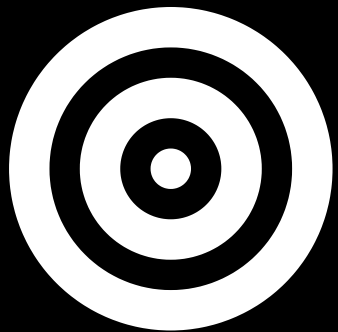
Элементы развёртки и их обозначения в чертеже

Элемент	Смысл	Где на развёртке	Роль
Основание	нижний многоугольник	в центре	определяет форму
Боковое ребро	соединяет вершины	между треугольниками	задает длину

Короткая таблица помогает быстро связать название элемента с его местом на развёртке и ролью в построении.

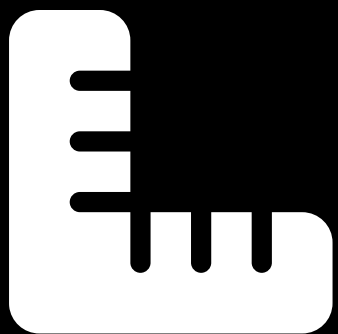
Точные обозначения делают развёртку понятной, а проверку размеров — заметно быстрее.

Правильная и неправильная пирамида: различия в развёртке



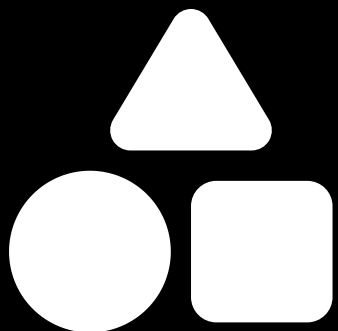
Правильное основание

У правильной пирамиды основание — правильный многоугольник, поэтому стороны распределяются равномерно. Это сразу отражается в развёртке: боковые треугольники располагаются более упорядоченно.



Равенство размеров

В правильной пирамиде боковые рёбра часто равны, а боковые грани имеют одинаковую форму. Из-за этого чертёж легче проверять по длинам и углам.



Неравномерный вид

У неправильной пирамиды стороны и углы могут отличаться, поэтому развёртка получается менее симметричной. При построении нужно особенно внимательно сопоставлять каждую грань с основанием.

Симметрия развёрток правильных пирамид

1

Одинаковые боковые грани

Если основание симметрично, то вокруг него можно расположить одинаковые треугольники. Так развёртка выглядит аккуратно и помогает сразу заметить ошибки в размерах.

2

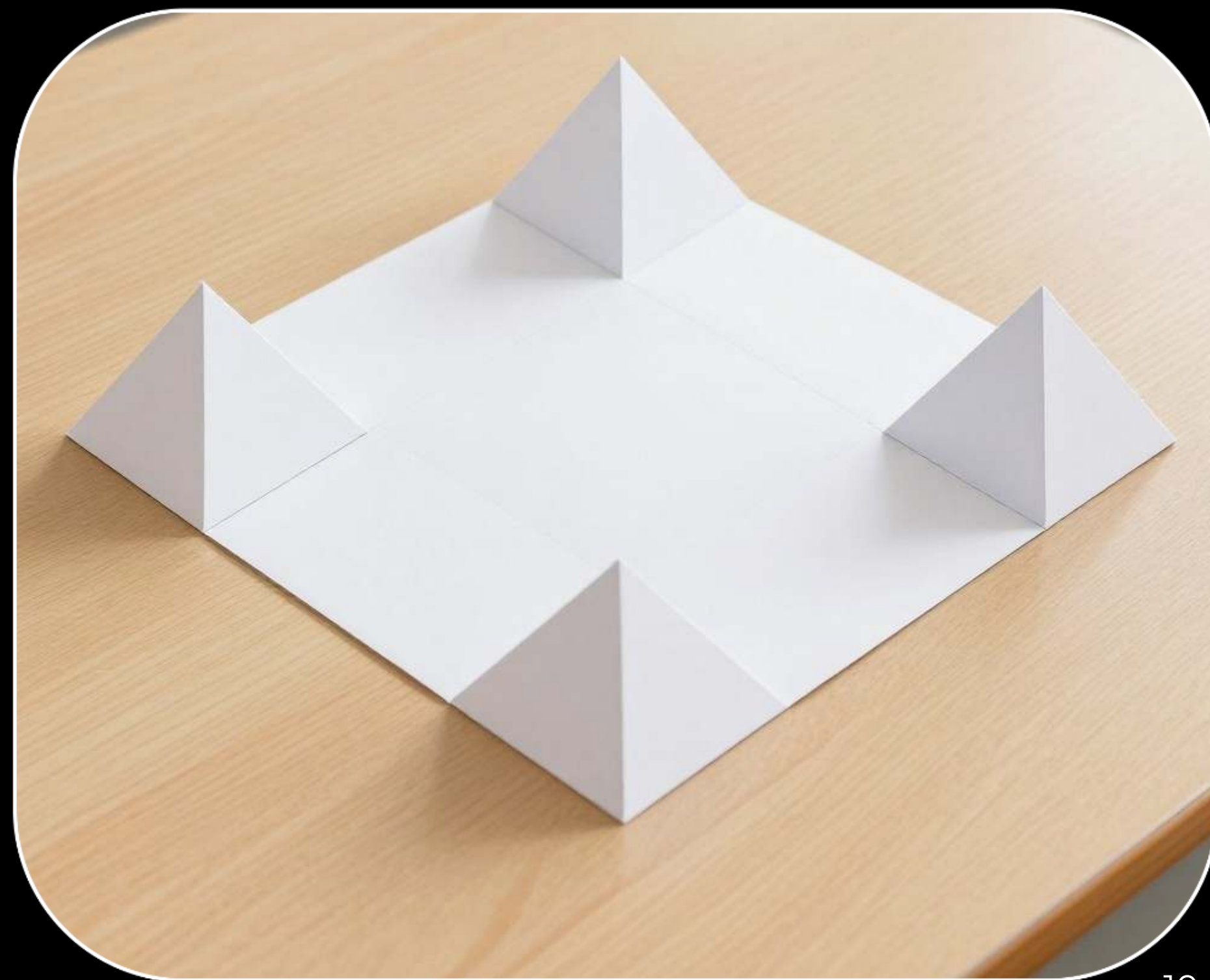
Оси симметрии

У квадратной пирамиды развёртка часто имеет несколько осей симметрии. Это удобно: по расположению граней легко понять, совпадают ли стороны и углы.

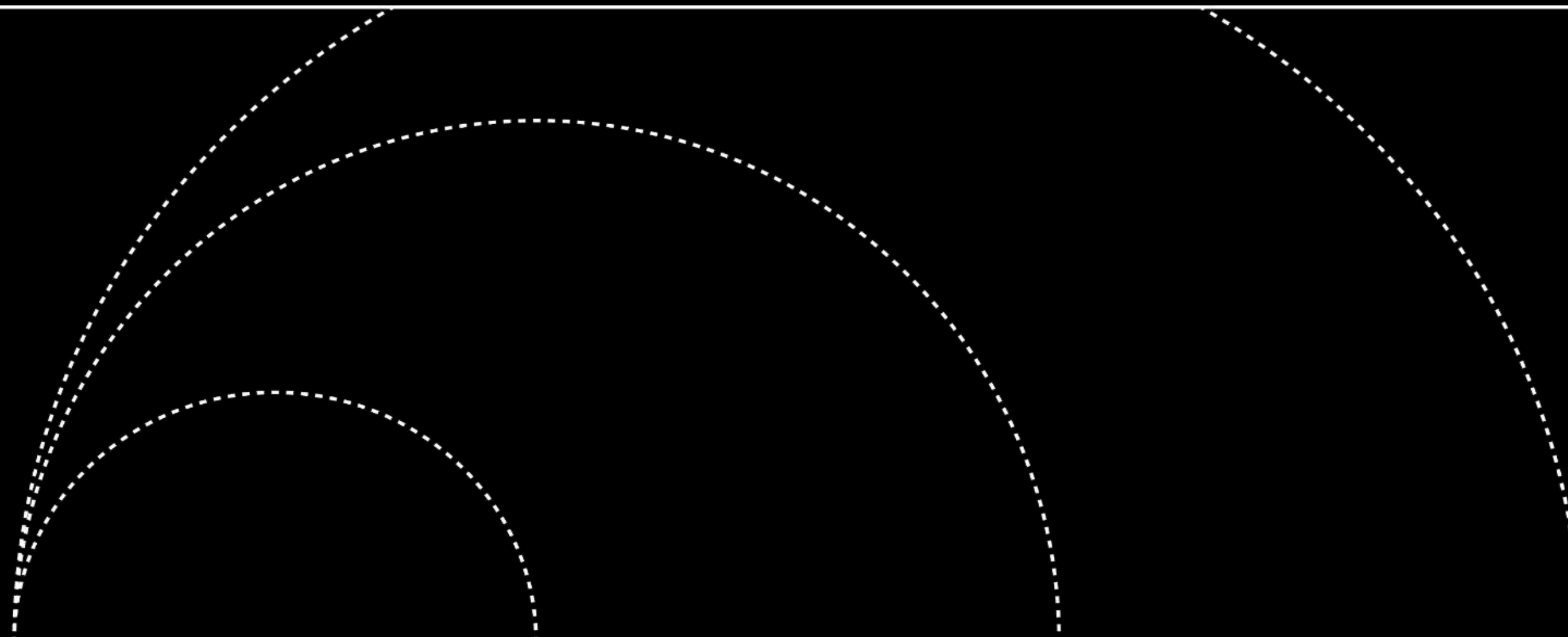
3

Повторяемость формы

Чем больше сторон у основания, тем заметнее повторяются элементы чертежа. У правильной шестиугольной пирамиды эта повторяемость помогает быстро сверять все боковые грани между собой.



От чего зависит форма развёртки пирамиды



1. Основание

Сначала определяют, сколько сторон имеет основание пирамиды. От этого зависит число боковых треугольников в развёртке: к каждой стороне основания присоединяется одна грань.

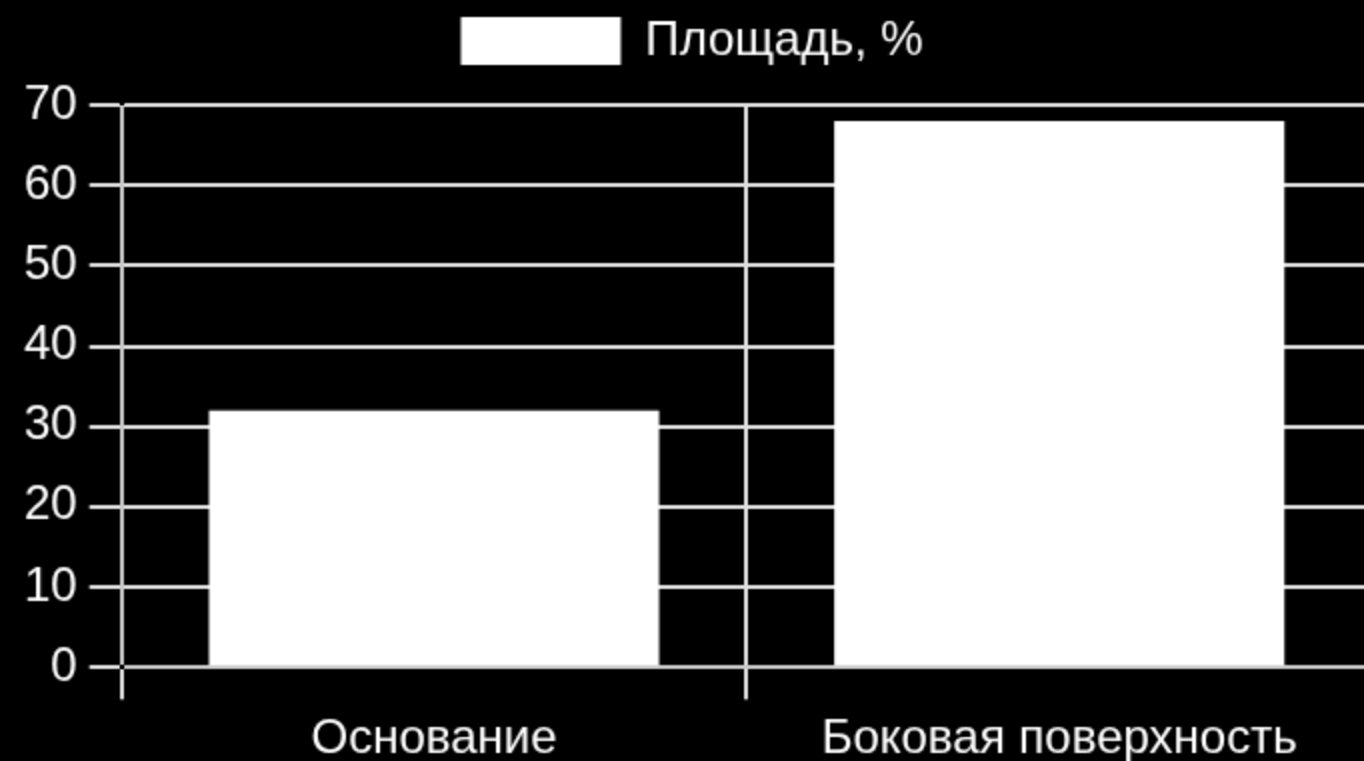
2. Боковые рёбра

Затем учитывают длину боковых рёбер. Чем они длиннее, тем выше и вытянутее становятся треугольники, поэтому чертёж занимает больше места на листе.

3. Размер и высота

Наконец, оценивают размеры самой пирамиды. Большое основание и значительная высота требуют более точного размещения всех элементов, чтобы развёртка совпала при складывании.

Площадь основания и боковой поверхности пирамиды



На схеме показан учебный пример: у высокой пирамиды боковая часть обычно занимает заметно большую долю общей площади, чем основание.

Развёртка помогает увидеть, что вклад боковых граней часто выше и именно они определяют основную часть площади поверхности.

Схематический учебный пример по геометрии; значения условные

Как проверить правильность развёртки

1 Проверить рёбра

Сначала сравните длины всех общих сторон соседних треугольников. Если хотя бы одно ребро не совпадает, развёртка не сложится без перекосов.

2 Убедиться в полноте

Затем посмотрите, все ли боковые грани присутствуют на чертеже. Пропуск даже одной стороны основания меняет форму всей модели и делает её неполной.

3 Сверить основание

Основание должно быть изображено в натуральную величину и точно соответствовать боковым граням. Несоответствие сторон сразу заметно по зазорам или наложениям.

4 Проверить складывание

В конце мысленно или на макете сложите фигуру по линиям сгиба. У правильной развёртки все грани сойдутся в одну пирамиду без лишних перекрытий.

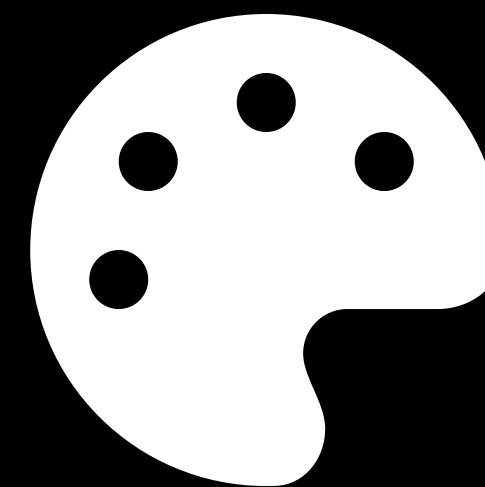
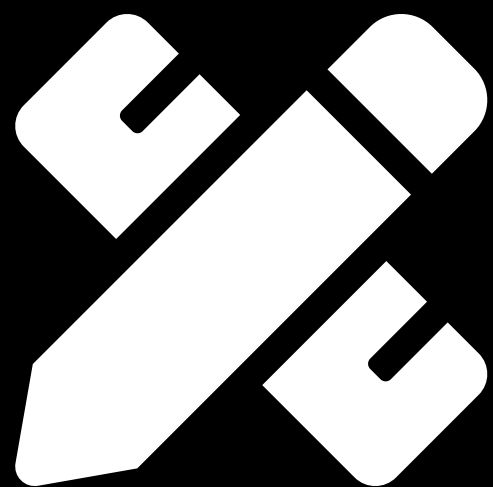


От развёртки к объёмной модели

Последовательность построения и сборки по школьному чертежу



Где используются развёртки поверхностей пирамид



Школьная геометрия

Развёртки помогают изучать многогранники на плоскости и понимать, как из отдельных граней получается объёмная фигура. На таких заданиях удобно проверять длины рёбер и форму основания.

Черчение и моделирование

В техническом черчении развёртка нужна для точного построения деталей и макетов. Она помогает заранее представить, как будет выглядеть готовая фигура после сгибания и склейки.

Упаковка и картонные формы

Развёртки используют при проектировании упаковки и бумажных конструкций. По ним можно определить, сколько материала потребуется, и проверить, поместится ли шаблон на листе.

Декор и творчество

В декоративных работах развёртки применяют для бумажных макетов, сувениров и элементов оформления. Здесь особенно важны аккуратные линии сгиба и точное совпадение сторон.

Сравнение пирамид по числу сторон основания и виду развёртки

Сравнение показывает, как меняется число боковых граней и общий вид развёртки при увеличении сторон основания.

Чем больше сторон у основания, тем больше элементов в развёртке и тем сложнее её разместить и построить точно.

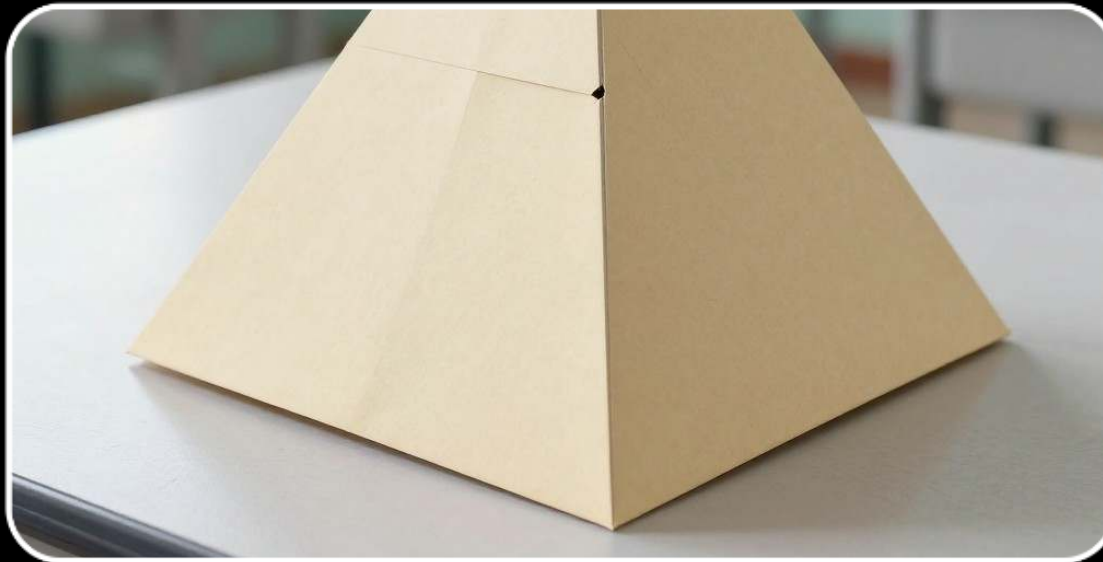
Пирамида	Боковые грани	Всего граней	Развёртка
Треугольная	3	4	4 треугольника
Четырёхугольная	4	5	5 граней
Пятиугольная	5	6	6 граней

Типичные ошибки при построении развёрток



Когда ребро короче нужного

Чертёж начинает «ломаться» уже на этапе складывания: треугольники не сходятся, а вершина уходит в сторону. Обычно причина в неточно отложенной длине бокового ребра или в ошибке при переносе размера с условия задачи.



Пропущенная грань

Иногда на развёртке оказываются не все боковые треугольники. Тогда при сборке пирамиды не хватает одной поверхности, и модель становится открытой или вовсе не складывается в нужную форму.

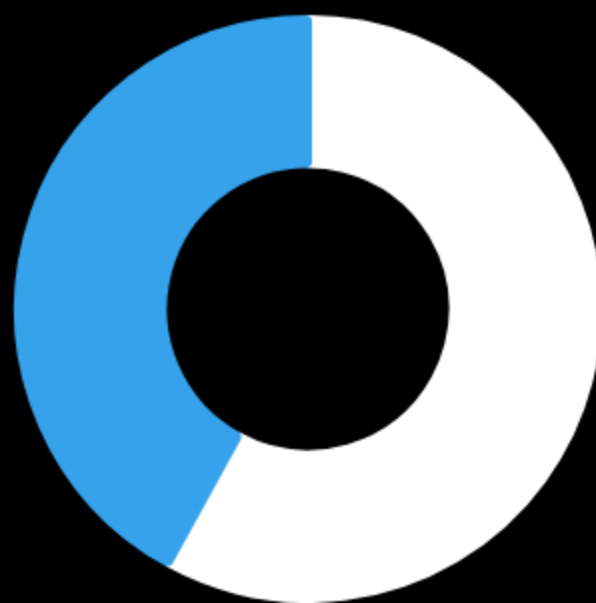


Линии сгиба и склейка

Для бумажного макета важно не только правильно нарисовать контур, но и оставить место для соединения деталей. Если забыть припуски на склейку или нанести лишние линии, развёртка теряет точность и аккуратность.

Какие развёртки чаще всего встречаются в учебных заданиях

■ Квадратная пирамида
■ Треугольная пирамида



В школьной практике чаще выбирают модели с небольшой численностью граней, потому что их легче чертить, вырезать и проверять при складывании.

Квадратная и треугольная пирамиды удобны для первых упражнений: они наглядно показывают связь между основанием, рёбрами и боковыми гранями.

Схема по типовым школьным заданиям; данные условные

Связь развёртки с площадью поверхности пирамиды

1 Сложить все части

1

Площадь поверхности пирамиды находят как сумму площадей всех её граней. На развёртке это видно особенно ясно: отдельно измеряются основание и каждый боковой треугольник.

2 Учесть основание

2

Основание входит в общую площадь точно так же, как любая другая грань. Если его размеры известны, можно сразу добавить площадь основания к боковой части.

3 Использовать апофему

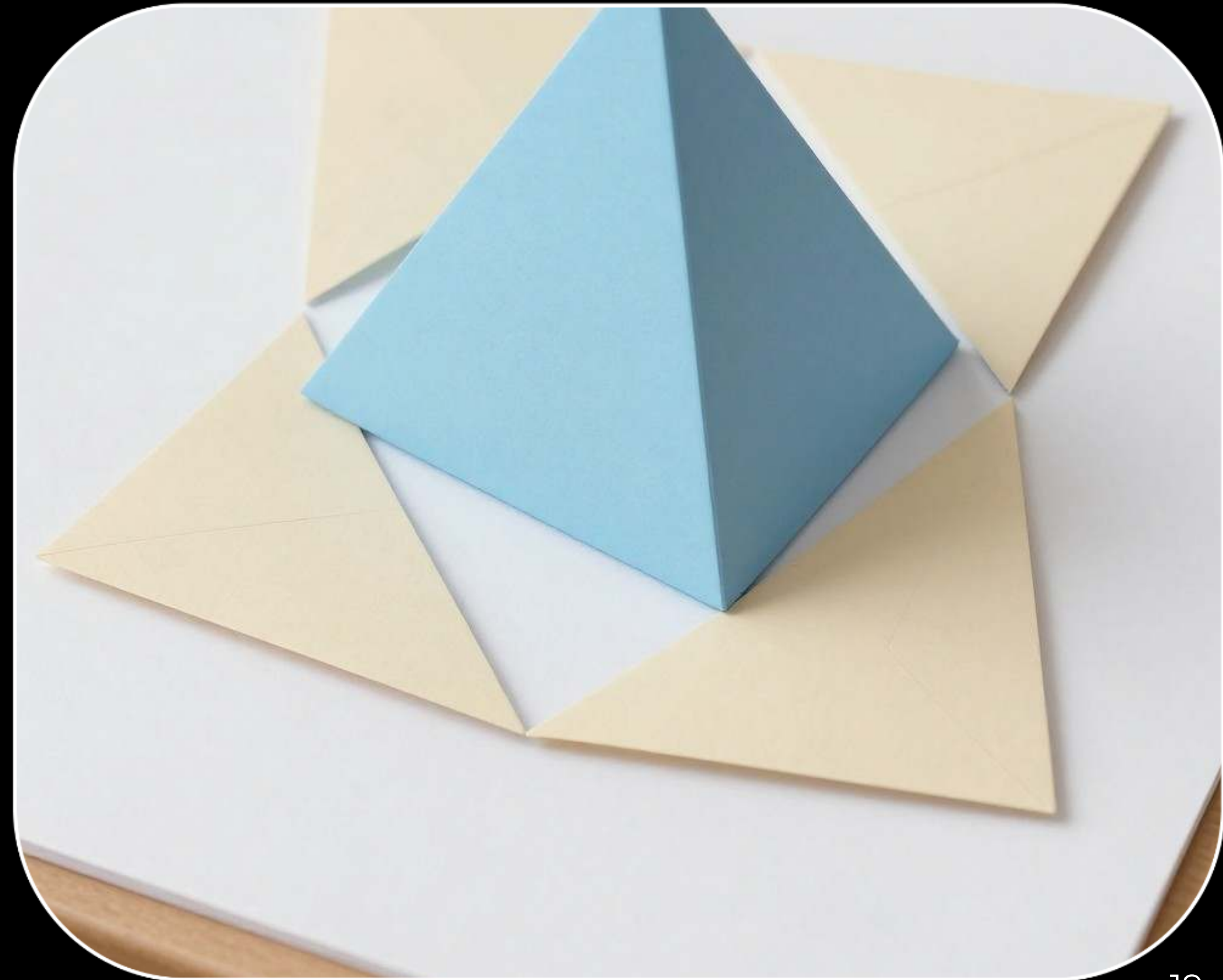
3

У правильной пирамиды боковую поверхность удобно считать через периметр основания и апофему. Этот способ сокращает вычисления и связывает чертёж с формулой.

4 Проверить ответ

4

Развёртка помогает сверить результат: каждая грань измеряется отдельно, а затем все значения складываются. Так легче заметить ошибку в длине ребра или высоте треугольника.



Развёртка показывает пирамиду целиком

Развёртка переводит объёмную пирамиду на плоскость и делает её поверхность понятной и измеримой. Она помогает строить модели, проверять размеры и точно находить площадь всей фигуры.