

Свойства и преобразование пропорций

Учимся записывать, проверять и преобразовывать пропорции



> Пропорции вокруг нас

Отношения помогают сравнивать величины, а пропорции связывают их в равенство. Они встречаются на картах, в рецептах, покупках, чертежах и при измерении расстояний.



> Понятие пропорции

1

Пропорция записывает равенство двух отношений и может быть оформлена через двоеточие или через дроби, например $a:b = c:d$ и $a/b = c/d$.

2

В любой пропорции четыре члена: a и d — крайние, b и c — средние. Эти названия нужны, чтобы правильно применять правила преобразования.

3

Если пропорция верна, оба отношения равны. Значит, можно переходить от одной записи к другой, не меняя смысла равенства.

4

В 6 классе важно уметь читать пропорцию, находить её члены и использовать запись для решения задач.

В пропорции всегда сравнивают два произведения: крайних членов и средних членов. Это правило позволяет быстро проверить равенство и вычислить неизвестное значение.

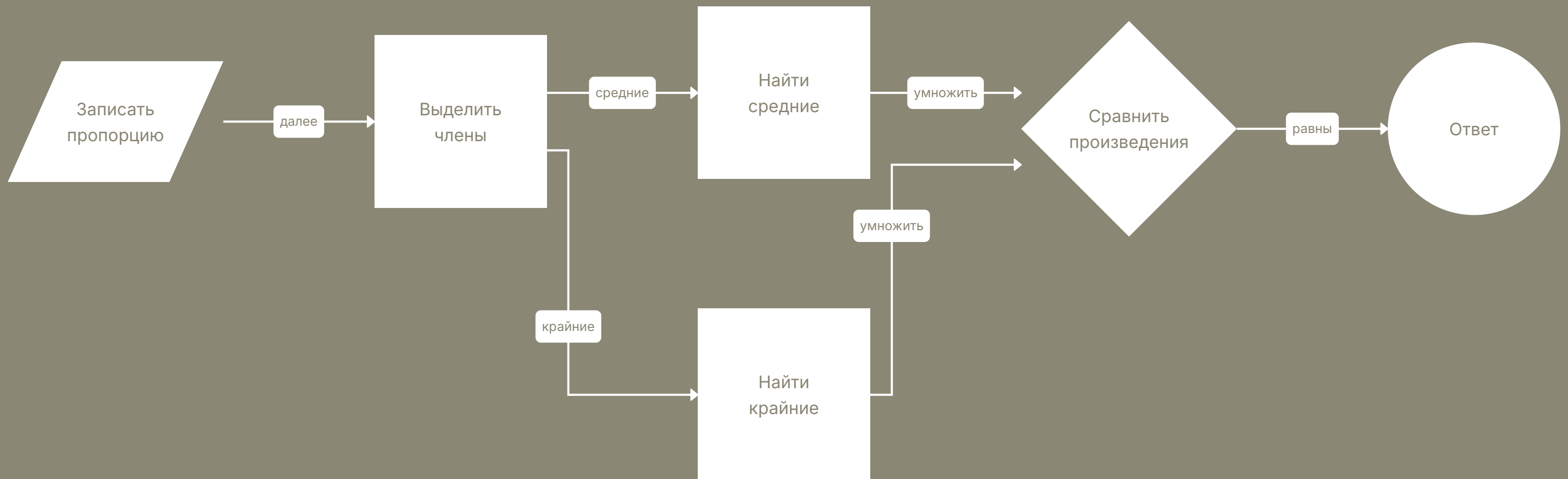
2

произведения сравнивают, чтобы проверить верность пропорции и найти неизвестный член

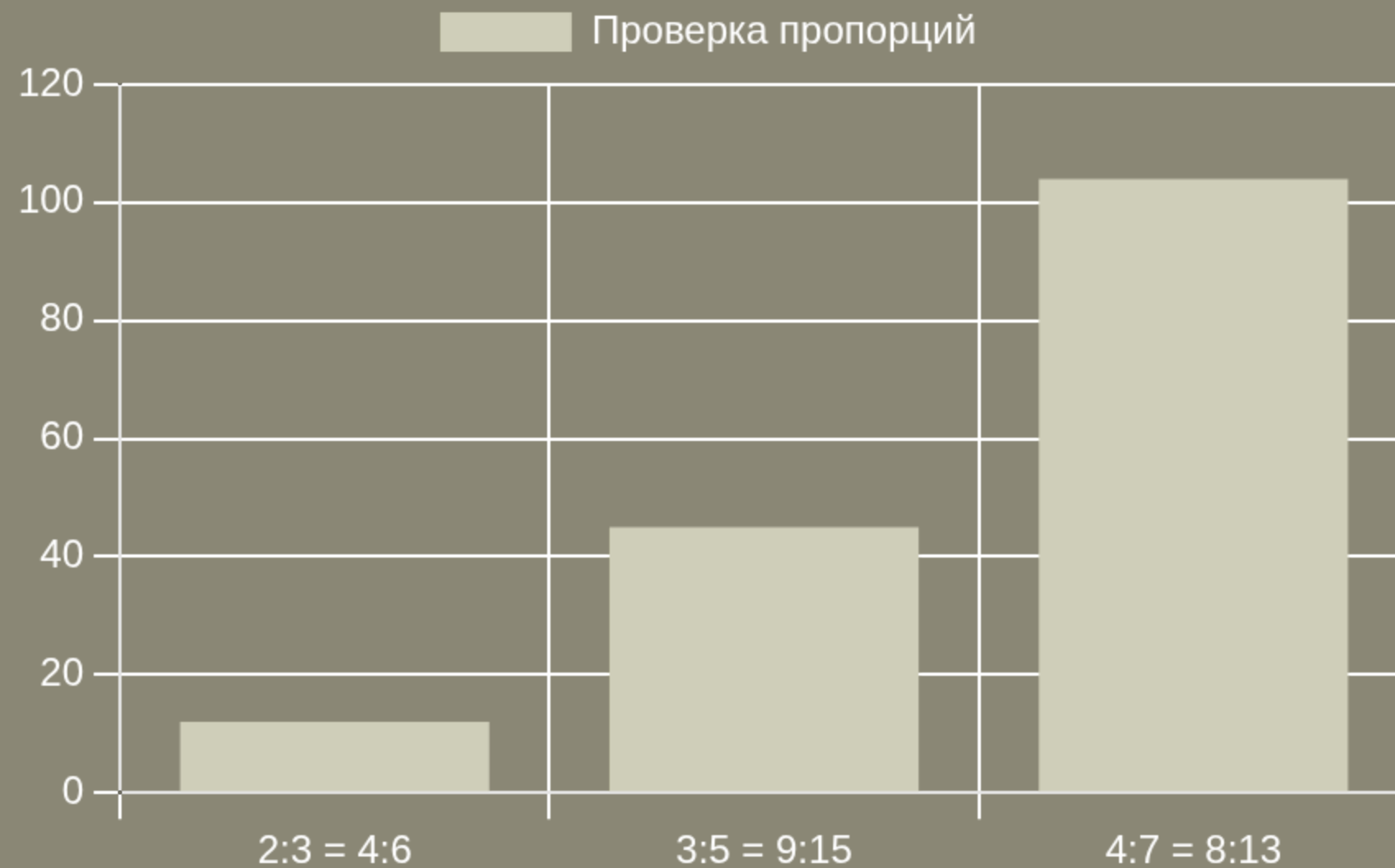
Основное свойство пропорции

> Проверка пропорции по шагам

Схема показывает порядок действий для записи $a:b = c:d$ и $a/b = c/d$.



> Проверка нескольких пропорций



Сравнение показывает, что у верных пропорций равны произведения крайних и средних членов, а неверная запись сразу выделяется.

Две первые записи верны, третья — нет: правило произведений работает как точная проверка равенства.

Заданные в теме примеры

> Что значит преобразовать пропорцию

Преобразование меняет форму записи, но не само равенство отношений. Можно перейти от двоеточия к дробям или обратно, сохранив смысл пропорции.

Если преобразование сделано правильно, новая запись остаётся верной. Это помогает быстрее проверять пропорции и решать задачи без лишних шагов.

Иногда члены переставляют местами, чтобы вычисления стали удобнее. Главное — выполнять такие действия по правилам, не нарушая равенство.

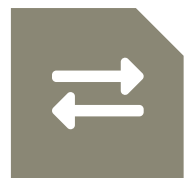
> Виды преобразований пропорций

Преобразование	Пример	Результат
Дроби и двоеточие	$a:b = c:d$	Та же пропорция
Средние члены	$a:d = c:b$	Верность сохраняется
Крайние члены	$d:b = c:a$	Верность сохраняется
Обращение	$b:a = d:c$	Получается новая запись
Сокращение	$2a:2b = c:d$	Запись упрощается

В таблице показаны основные способы изменения записи пропорции и их результат.

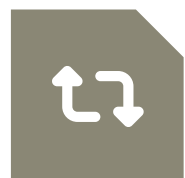
Преобразования позволяют выбирать удобную запись, но верная пропорция сохраняет равенство отношений.

> Перестановка членов пропорции



Средние члены

Средние члены можно поменять местами, и равенство не нарушится. Это удобно, когда нужно получить более простой вид записи перед вычислением.



Обращение отношений

Если обратить оба отношения, запись $a:b = c:d$ превращается в $b:a = d:c$. Приём полезен для проверки и упрощения решения.



Крайние члены

Крайние члены тоже можно переставлять. Такая замена сохраняет верность пропорции и помогает быстрее увидеть нужное произведение.

> Нахождение неизвестного члена пропорции

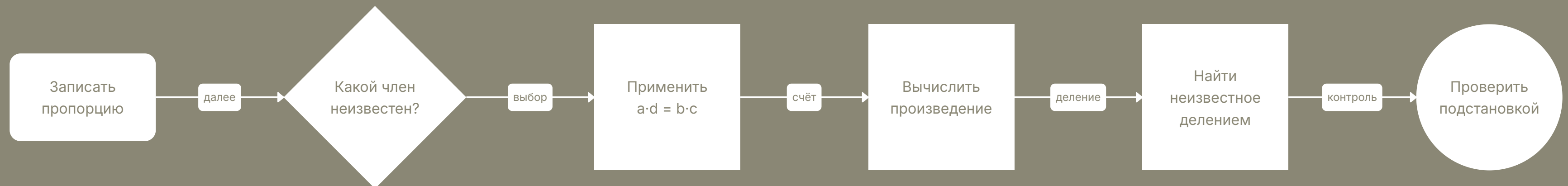
Если неизвестен крайний член, сначала применяют основное свойство пропорции, затем делят произведение средних на известный крайний член и получают ответ.

Если неизвестен средний член, поступают наоборот: находят произведение крайних членов и делят его на известный средний член.

Такой способ основан на равенстве произведений и часто встречается в задачах на деление, масштаб, цену и сравнение величин.

> Алгоритм решения пропорции

Последовательность действий при поиске неизвестного члена пропорции



> Пропорции в масштабе

Как читают масштаб

Масштаб 1:100000 показывает, что 1 см на карте соответствует 100000 см на местности, то есть 1 км. Это удобно для чтения расстояний на карте и сравнения размеров объектов.

Что вычисляют с помощью пропорции

Если известна длина отрезка на схеме, пропорция помогает найти реальное расстояние. Так же можно определить длину изображения, когда известен путь на местности, и избежать путаницы в единицах.



> Где встречаются пропорции в жизни школьника



Пропорции помогают быстро переводить данные из одной формы в другую: из сантиметров в километры, из порций в ингредиенты, из часов в расстояние.

Больше всего пропорции нужны там, где есть измерения и пересчёт величин. Они делают бытовые задачи понятными и удобными.

> Прямая и обратная зависимость

При прямой зависимости обе величины меняются одинаково: если одна растёт, то другая тоже увеличивается. Такая связь часто встречается в цене и количестве товара.

Чтобы распознать вид зависимости, полезно мысленно менять одну величину и смотреть, что происходит со второй. Это помогает выбрать верный способ решения.

При обратной зависимости рост одной величины сопровождается уменьшением другой. Классический пример — скорость и время при одном и том же расстоянии.

Если зависимость определена правильно, пропорция составляется без лишних шагов. Ошибка в типе зависимости сразу ведёт к неверному ответу.

> Примеры прямой и обратной зависимости

Ситуация	Тип	Пример
Цена и количество	прямая	больше — дороже
Скорость и время	обратная	быстрее — меньше времени
Работники и время	обратная	больше — быстрее
Масштаб и длина	прямая	крупнее — длиннее

Сравнение показывает, как меняется вторая величина при изменении первой.

Тип зависимости подсказывает, как связаны величины. Если связь выбрана неверно, пропорцию составить нельзя.

> Типичные ошибки при работе с пропорциями

1

Часто путают крайние и средние члены, поэтому подставляют числа не в те места. Из-за этого основное свойство даёт неверный результат.

2

Ещё одна ошибка — считать по знаку двоеточия как по обычному умножению. В пропорции важно сравнивать отношения, а не отдельные числа.

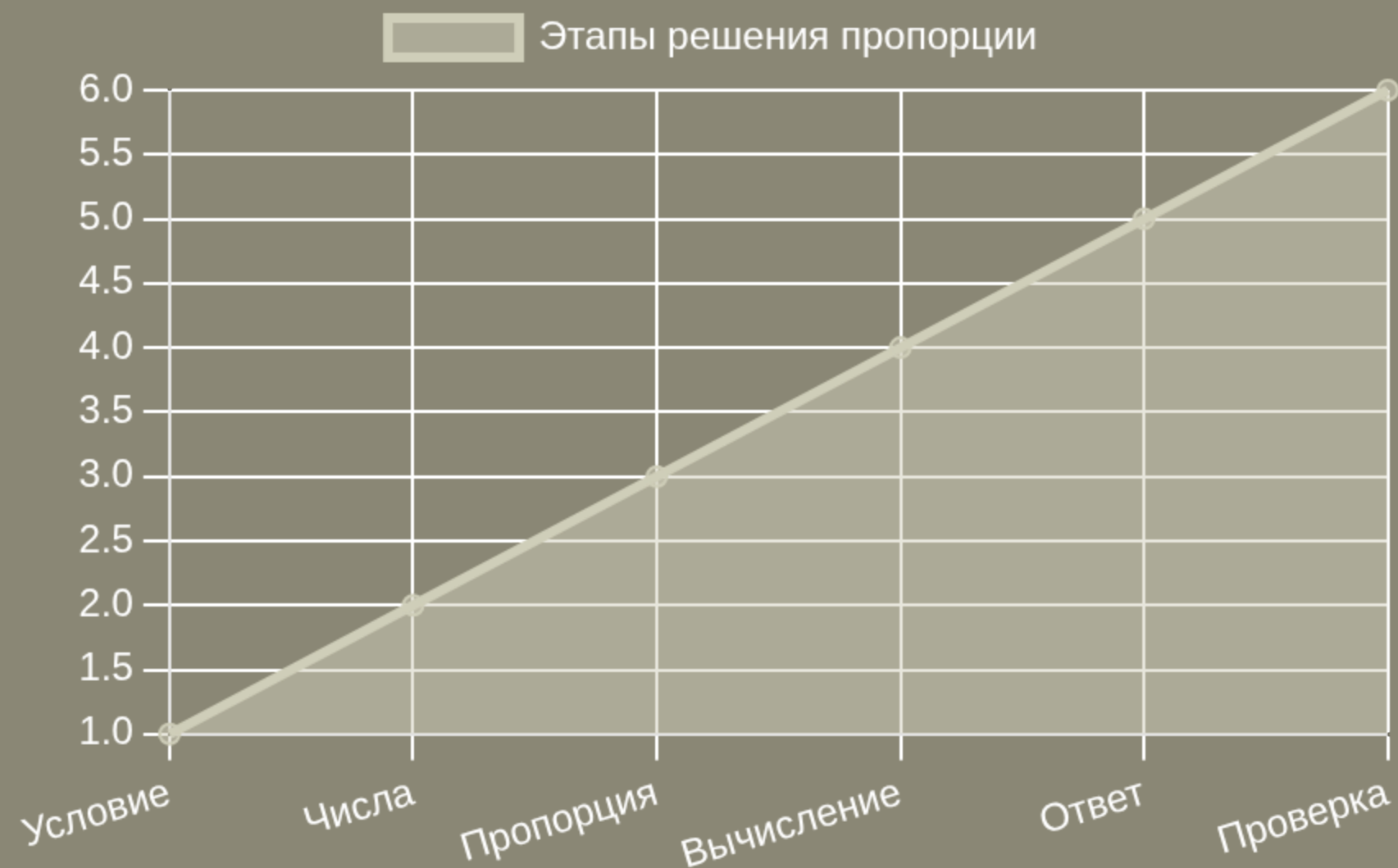
3

Нельзя сокращать только похожие числа или разные множители. Сокращение допустимо лишь для одинаковых множителей в верной записи.

4

После вычисления ответ обязательно нужно подставить обратно в пропорцию. Без проверки легко не заметить ошибку в вычислениях или в выборе зависимости.

> Пошаговая проверка решения задачи



Контроль на каждом этапе снижает риск ошибок и помогает увидеть, где именно возникло затруднение при решении.

Проверка после вычисления делает ответ надёжнее и помогает вовремя исправить неточности в записи или счёте.

Алгоритм решения учебных задач по пропорции

> Пропорции в бытовых задачах



Если рецепт рассчитан на 4 человека, то для 8 человек нужно увеличить все ингредиенты в два раза. Пропорция помогает сохранить вкус и не перепутать количество продуктов.

При скорости 60 км/ч путь 120 км займёт 2 часа. Такие расчёты показывают, как пропорции связывают движение, время и расстояние в привычных ситуациях.

> Сравнение способов работы с пропорциями



Разные приёмы удобны на разных этапах: одни упрощают запись, другие помогают сразу получить неизвестный член.

Основное свойство остаётся самым универсальным способом. Остальные приёмы полезны как вспомогательные инструменты для удобной записи.

Сравнение учебных приёмов работы с пропорциями, 2025

> Что важно запомнить о пропорциях

Пропорция показывает равенство двух отношений и решается через основное свойство $a \cdot d = b \cdot c$. Перестановки и преобразования помогают упростить запись, а проверка ответа делает решение точным.

