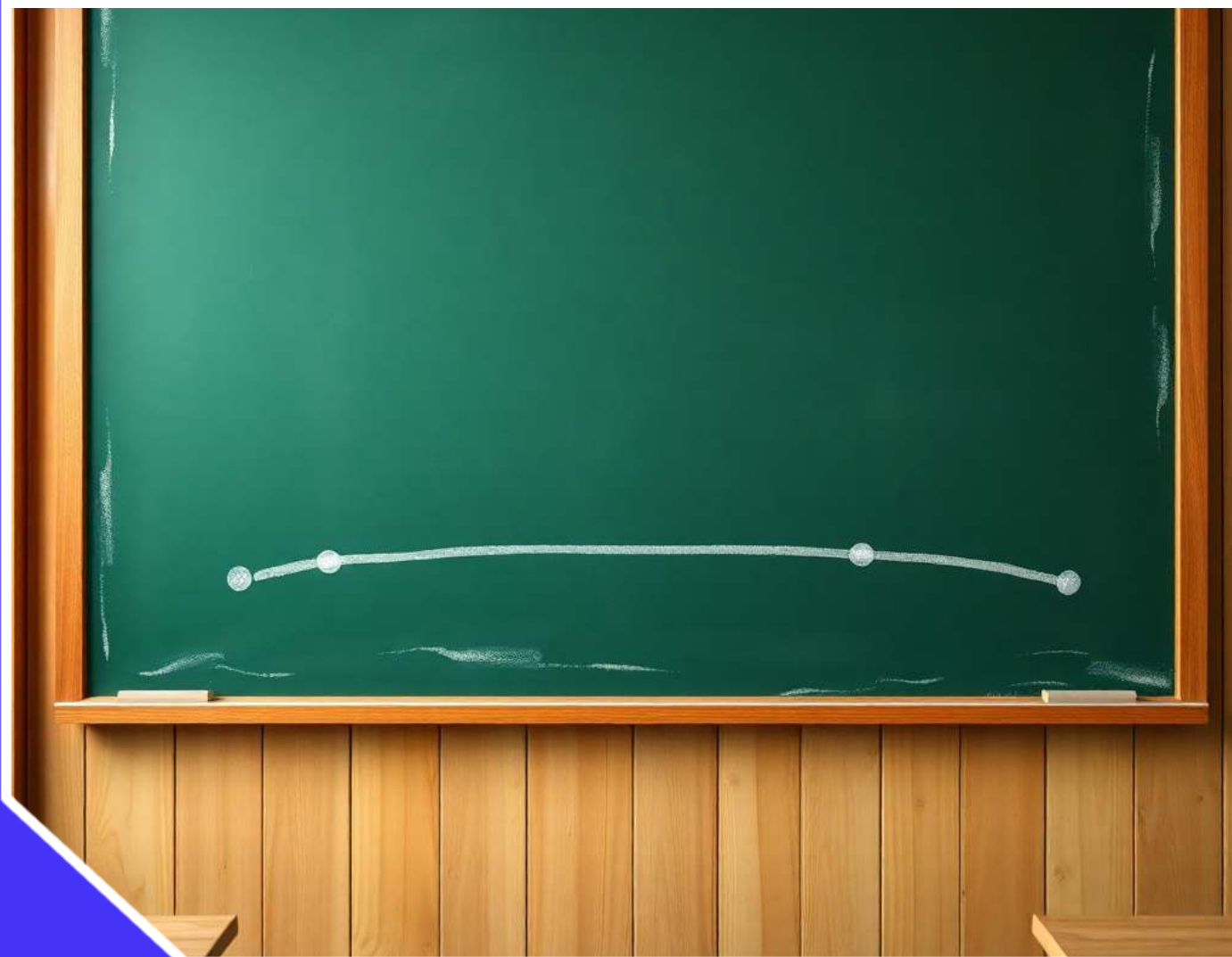
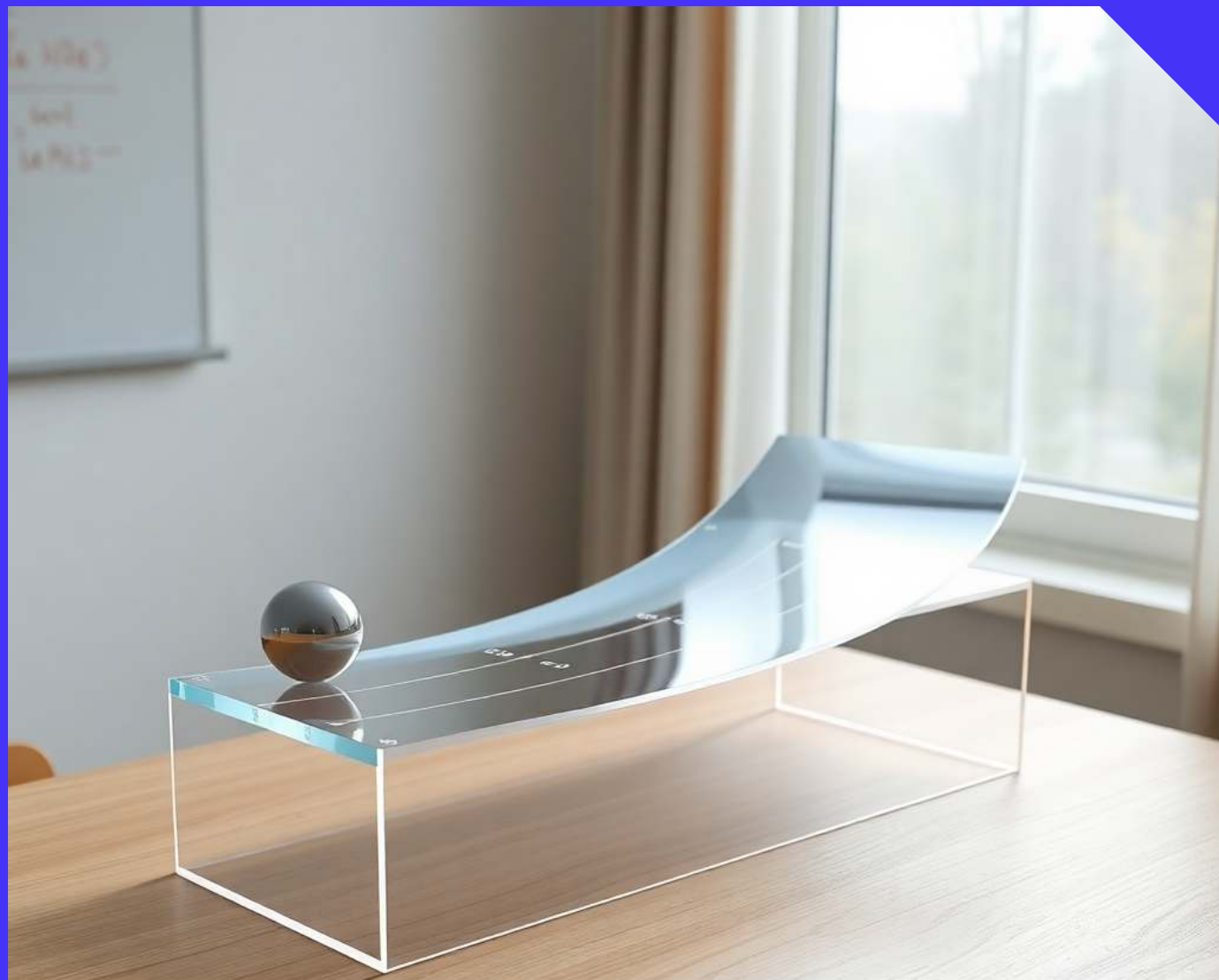


Графическое решение квадратных уравнений

Парабола показывает корни уравнения наглядно.





Графический способ показывает число корней сразу, без длинных вычислений. Он помогает увидеть смысл квадратного уравнения на плоскости, проверить ответ и связать алгебру с геометрией.

Почему график помогает понять уравнение

Вид квадратного уравнения и его коэффициенты

01

Стандартная запись

Квадратное уравнение обычно записывают так: $ax^2 + bx + c = 0$, где a не равно нулю. Именно эта форма удобна для построения графика.

02

Роль коэффициента a

Коэффициент a определяет, куда направлены ветви параболы, и задаёт её «узость» или «ширину». Чем больше модуль a , тем заметнее изгиб графика.

03

Роль коэффициента b

Коэффициент b влияет на положение вершины параболы. Из-за него график сдвигается по горизонтали, поэтому меняется место пересечения с осью симметрии.

04

Роль коэффициента c

Коэффициент c показывает, где график пересекает ось Oy . Эта точка помогает начать построение и быстрее представить будущую форму параболы.

Парабола как график квадратной функции

Всегда парабола

График функции $y = ax^2 + bx + c$ имеет форму параболы. Это основная особенность квадратной функции, по которой легко узнавать такие уравнения на рисунке.

Направление ветвей

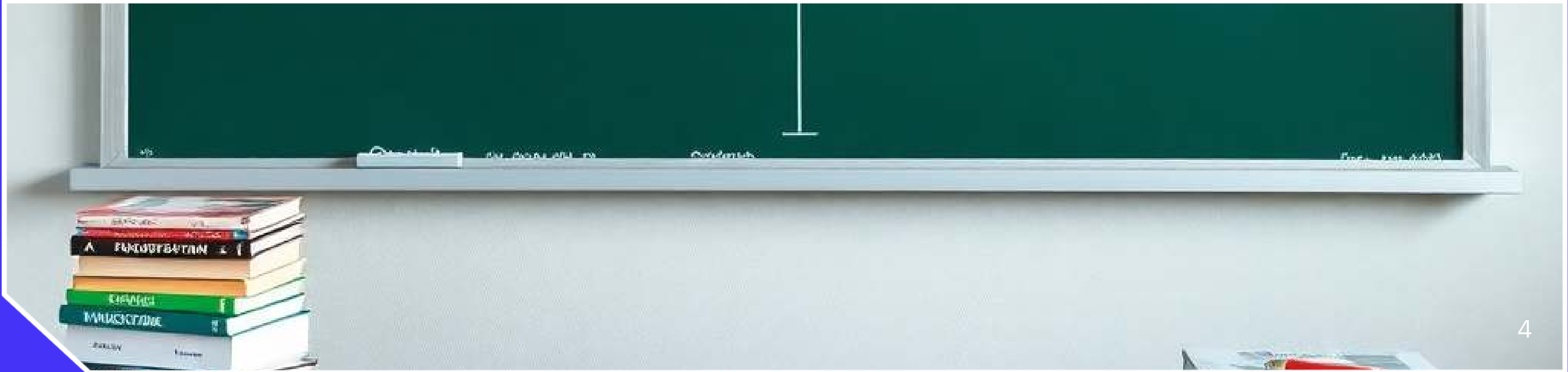
Если a больше нуля, ветви направлены вверх. Если a меньше нуля, парабола открывается вниз. От этого зависит, будет ли вершина самой низкой или самой высокой точкой.

Вершина графика

Вершина — самая заметная точка параболы. Она помогает понять, где график расположен относительно осей и как далеко он может подняться или опуститься.

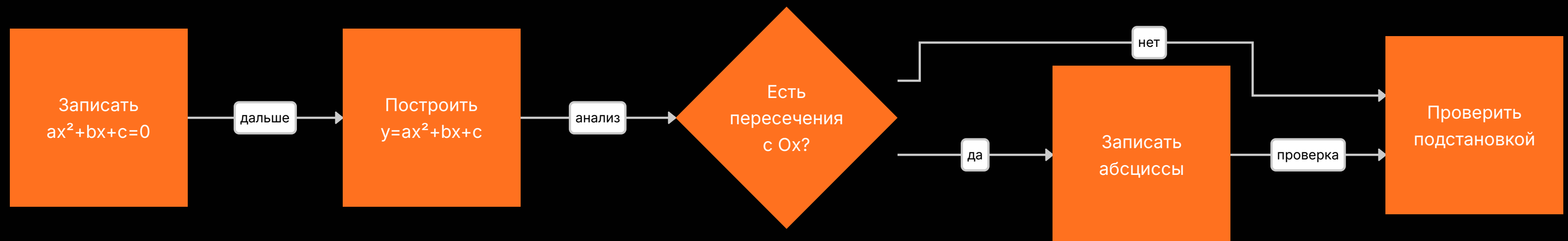
Что показывать на рисунке

На схеме удобно отметить оси координат, саму параболу, вершину и подписи к ключевым точкам. Так график становится понятнее даже при первом просмотре.



Как решить уравнение по графику

Последовательность действий от записи уравнения до проверки ответа.



Что означают пересечения с осью Ox

Две точки

Если парабола пересекает ось Ox в двух точках, у уравнения есть два разных действительных корня. Их находят по абсциссам точек пересечения.

Одно касание

Когда график касается оси Ox только в одной точке, корень один. Его называют двойным, потому что он получается как повторяющееся решение.

Без пересечений

Если парабола совсем не встречается ось Ox , действительных корней нет. В этом случае график расположен выше или ниже оси целиком.

Сколько корней у квадратного уравнения

Диаграмма показывает, как число корней связано с положением параболы относительно оси Ox . Это помогает быстро запомнить три возможные ситуации.

Два пересечения дают два корня, касание — один, отсутствие пересечений — ни одного действительного корня.

Учебный материал по теме «Квадратные уравнения»

Примеры квадратных уравнений и графический результат

Таблица показывает, как по виду пересечения параболы с осью Ox сразу определить число корней и сами ответы.

График помогает быстро отличить два корня, один двойной корень и отсутствие действительных решений.

Уравнение	Пересечение	Корни
$x^2-5x+6=0$	2 точки	2, 3
$x^2-4x+4=0$	касание	2
$x^2+2x+5=0$	нет	нет действ.

Примеры, составленные по теме урока

СВЯЗЬ С ДИСКРИМИНАНТОМ

Формула D

Для квадратного уравнения дискриминант находят по формуле $D = b^2 - 4ac$. Он показывает, сколько действительных корней может иметь уравнение.

Что означает знак

Если D больше нуля, корней два. Если D равен нулю, корень один и он двойной. Если D меньше нуля, действительных корней нет.

Совпадение с графиком

Вывод по дискриминанту полностью совпадает с графическим способом. Поэтому оба метода помогают проверить друг друга и выбрать правильный ответ.

Ось симметрии и вершина параболы

01

Формула оси

Парабола симметрична относительно прямой $x = -b/(2a)$. Эта прямая называется осью симметрии и делит график на две одинаковые части.

02

Где находится вершина

Вершина лежит на оси симметрии и показывает самую высокую или самую низкую точку графика. По ней удобно ориентироваться при построении параболы.

03

Зачем нужны симметричные точки

Если отметить две точки по разные стороны от оси симметрии, можно быстрее и точнее построить график. Симметрия помогает не ошибиться в форме параболы.



Как меняется парабола при изменении коэффициента a

Учебное сравнение графиков функции $y = ax^2$
для $a = 0,5, 1$ и 2 ; без внешних данных.

Чем больше $|a|$, тем сильнее изгиб графика
и тем ближе друг к другу точки на одинаковых
расстояниях от вершины.

Рост $|a|$ сужает параболу; знак a задаёт
направление ветвей. Это влияет на положение
пересечений с осью Ox .

Построение графика по нескольким точкам

Найти вершину

- Сначала определяют вершину параболы: она помогает увидеть общий вид графика и служит опорной точкой для дальнейшего построения на координатной плоскости.

Отметить точку O_y

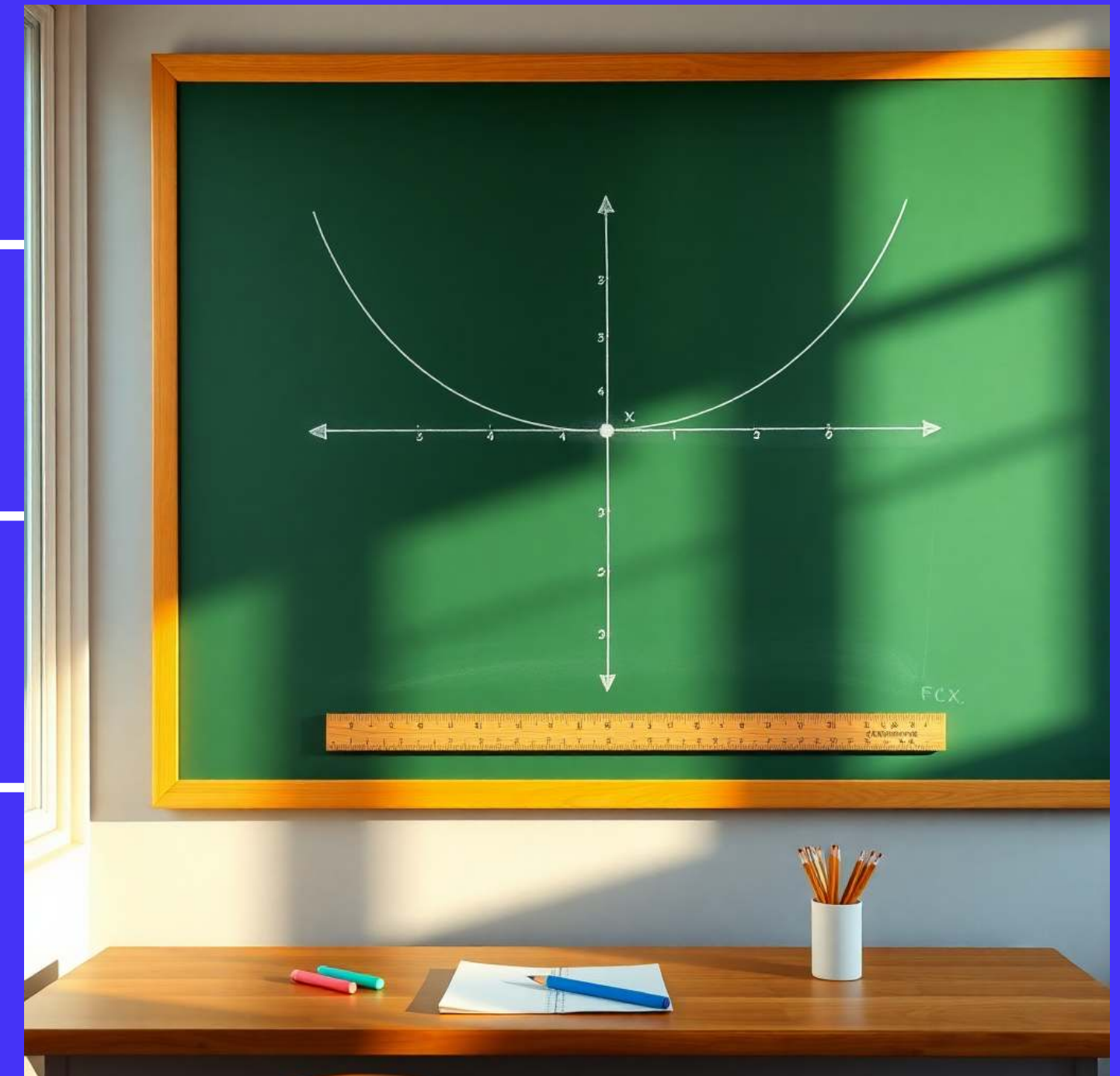
- Затем находят значение функции при $x = 0$. Эта точка показывает, где график пересекает ось Oy , и помогает проверить правильность вычислений.

Построить симметричные точки

- После этого выбирают несколько значений x по обе стороны от оси симметрии. Полученные точки должны располагаться попарно на одинаковом расстоянии от неё.

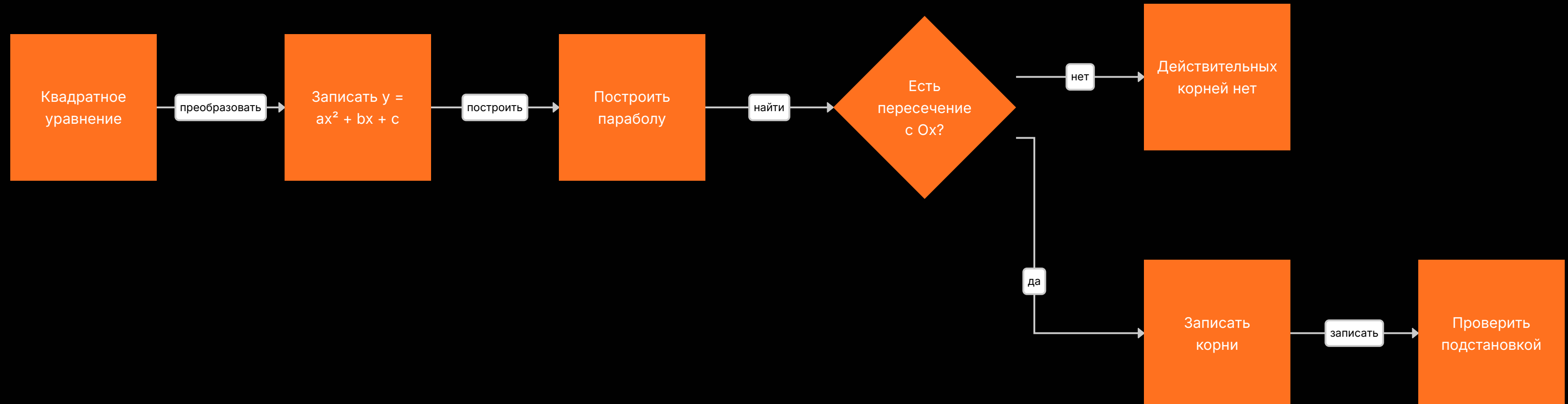
Соединить плавной линией

- Последний шаг — провести через отмеченные точки плавную линию и проверить, где парабола пересекает ось Ox . Аккуратный масштаб делает ответ более надёжным.



От уравнения к ответу

Последовательность показывает, как перейти от записи квадратного уравнения к его корням через график функции.



Сравнение графического и алгебраического способов

Сравнение показывает, когда удобнее увидеть ответ на графике, а когда лучше выполнить точные вычисления.

График помогает быстро понять число корней, а алгебраический способ даёт точный ответ. Для простых уравнений полезно сочетать оба подхода.

Способ	Достоинство	Ограничение
Графический	Наглядность	Зависит от масштаба
Алгебраический	Точность	Больше вычислений
Подбор корней	Быстро для простых случаев	Подходит не всегда

Сравнительный анализ учебных способов решения квадратных уравнений.

Типичные ошибки при работе с графиком

Неверный знак a

Ошибка в знаке коэффициента меняет направление ветвей параболы. Из-за этого график может быть прочитан неправильно, а число корней — определено неверно.

Слишком грубый масштаб

Если деления на осях слишком крупные, точки пересечения с Ox трудно увидеть точно. Тогда корни читаются неточно, особенно при близких значениях.

Путаница в координатах

Иногда ученики меняют местами x и y или неверно отмечают точку. В результате парабола строится с ошибкой, и выводы о корнях становятся неправильными.

Отсутствие проверки

Если найденное значение не подставить в исходное уравнение, можно принять неверный ответ за верный. Проверка особенно важна при графическом способе решения.

Полный пример решения: $x^2 - 4x + 3 = 0$

01

Запишем функцию

Рассматриваем функцию $y = x^2 - 4x + 3$. Её график — парабола, поэтому по положению относительно оси Ox можно определить корни уравнения.

02

Найдём пересечения

При построении видно, что парабола пересекает ось Ox в двух точках. Это означает наличие двух действительных корней, которые нужно считать по абсциссам точек.

03

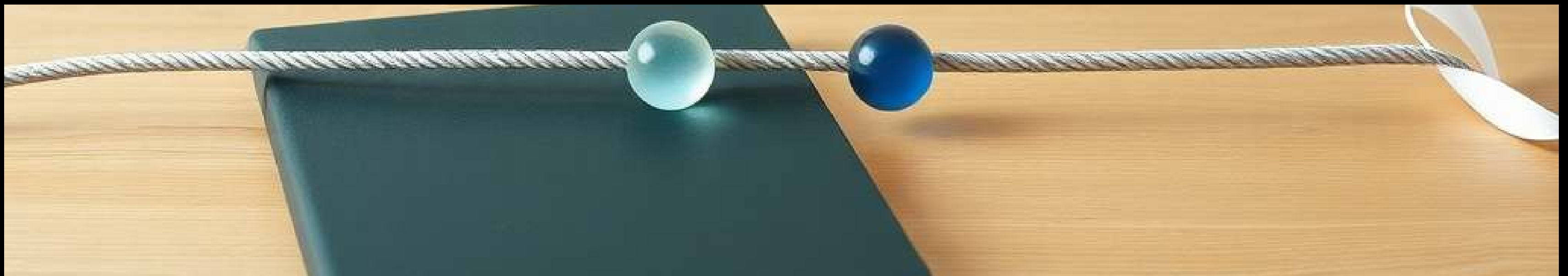
Считаем корни

Абсциссы точек пересечения равны 1 и 3. Значит, уравнение $x^2 - 4x + 3 = 0$ имеет корни $x = 1$ и $x = 3$.

04

Проверим ответ

Подстановка каждого значения в исходное уравнение даёт ноль, поэтому оба числа действительно являются корнями. Проверка подтверждает правильность графического решения.



Связь дискриминанта и графика

Правило связи дискриминанта и числа действительных корней квадратного уравнения; школьный курс алгебры.

Дискриминант помогает заранее понять, сколько раз парабола встретится с осью Ox , не строя подробный график.

Значение D полностью согласуется с графической картиной: два, один или ни одного пересечения соответствуют разному числу действительных корней.

Где встречаются квадратные функции



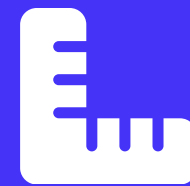
Движение и траектории

Квадратные функции описывают траектории некоторых движущихся объектов. По параболе удобно представлять высоту мяча или другой брошенной вверх точки в разные моменты времени.



Поиск экстремума

Парабола помогает находить наибольшее или наименьшее значение функции. Это важно в задачах, где нужно выбрать самый выгодный или самый удобный вариант.



Задачи на геометрию

В геометрии квадратные зависимости встречаются при вычислении площадей, работе с размерами фигур и поиске неизвестных сторон, когда величины связаны не линейно.

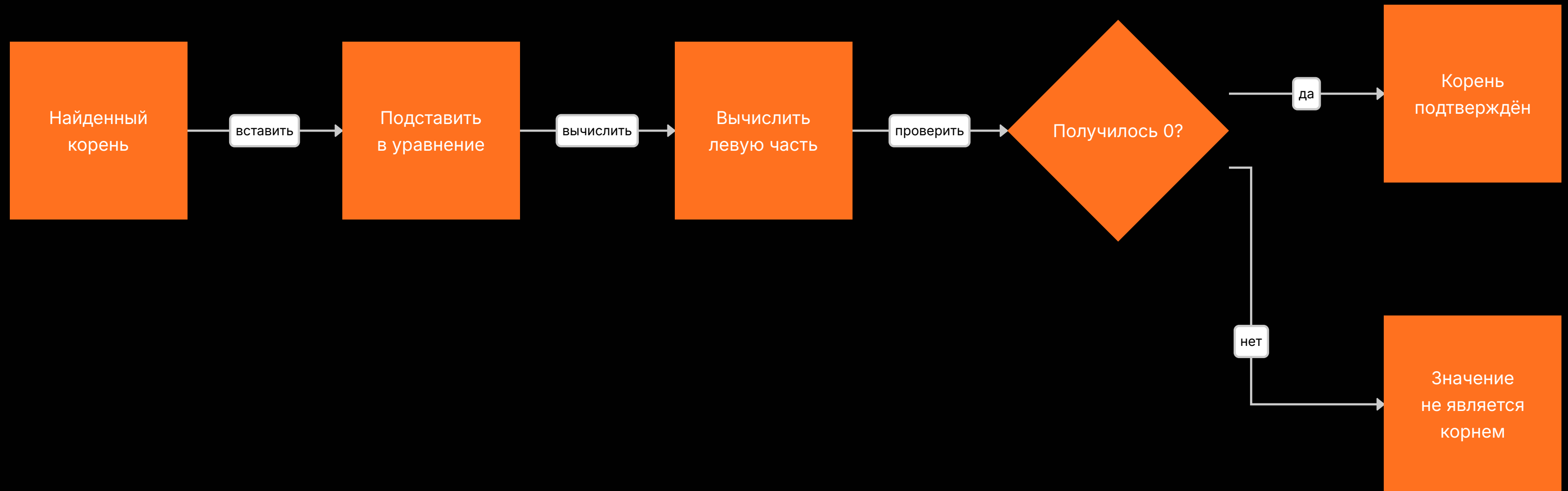


Форма вокруг нас

Арки, дуги и многие плавные линии напоминают параболу. Поэтому графический метод полезен не только в алгебре, но и при описании окружающих объектов.

Проверка найденных корней

Проверка выполняется после чтения корней с графика, чтобы убедиться в их правильности.





Графическое решение показывает квадратное уравнение как параболу, а его корни — как точки на оси Ox . Этот способ помогает видеть ответ, проверять вычисления и лучше понимать связь алгебры с геометрией.

Графический способ делает корни
ВИДИМЫМИ