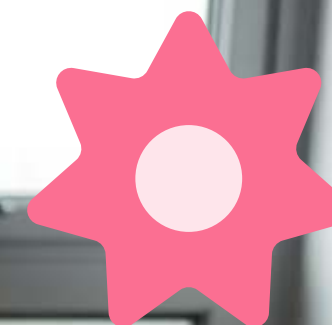




Способ подстановки в системах уравнений

Научимся решать системы
уравнений подстановкой.

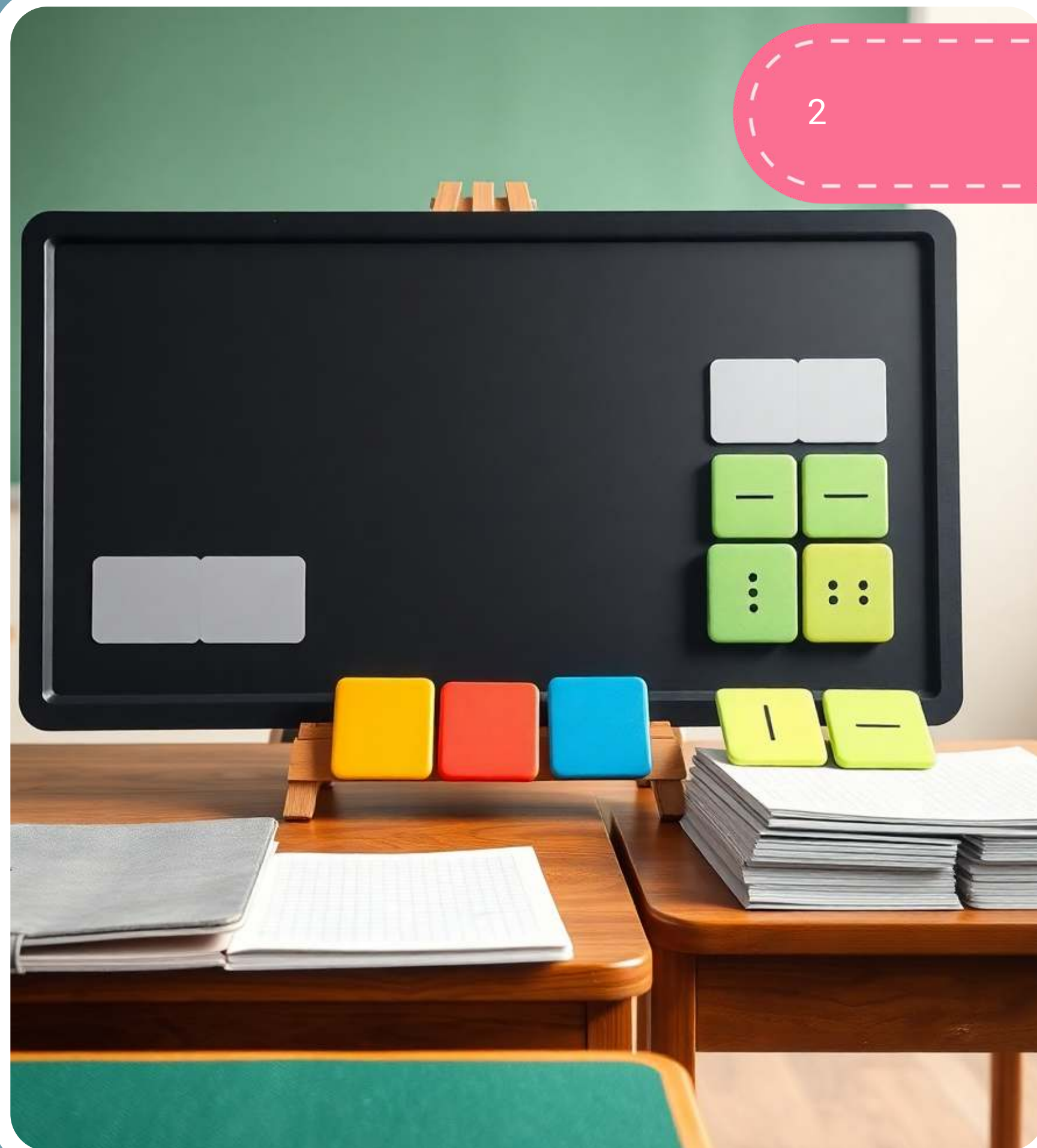


Зачем нужен способ подстановки в 7 классе

Этот метод помогает быстро находить пару значений, когда одна переменная уже выражена через другую, и понимать, когда система имеет одно решение, несколько решений или не имеет их вовсе.



2



Что такое система уравнений

3



Несколько уравнений

Система уравнений состоит из двух или более уравнений, в которых используются одни и те же переменные. Решать нужно сразу все уравнения, а не каждое отдельно.



Запись ответа

Для двух линейных уравнений ответ обычно записывают как пару чисел в скобках: $(x; y)$. Такая запись показывает, какие значения обеих переменных найдены.



Общее решение

Решением системы называют такие значения переменных, которые делают верными все уравнения одновременно. Если хотя бы одно уравнение не выполняется, пара чисел не подходит.



Графический смысл

На координатной плоскости решение системы соответствует точке пересечения двух прямых. Именно поэтому одна и та же пара чисел удовлетворяет обоим уравнениям.

Главная идея подстановки

4



Сначала выражаем

В одном из уравнений удобно выразить одну переменную через другую. Лучше выбирать то уравнение, где это сделать проще и без лишних дробей.



Находим значение

После решения уравнения находят значение одной переменной. Затем это значение подставляют в выражение, чтобы вычислить вторую переменную без догадок и лишних действий.



Потом подставляем

Полученное выражение заменяет переменную во втором уравнении. Так система превращается в одно уравнение с одной неизвестной, которое уже можно решать привычным способом.



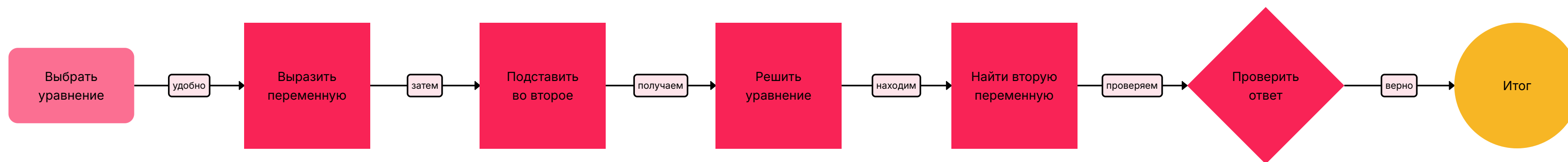
Проверяем ответ

Финальный шаг — подставить найденную пару чисел в оба исходных уравнения. Проверка подтверждает, что решение верно, или показывает ошибку в вычислениях.

Алгоритм решения системы подстановкой

5

Последовательность шагов от выбора удобного уравнения до проверки ответа



Когда способ подстановки особенно удобен

6



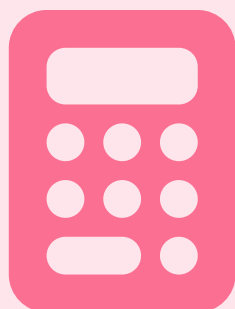
Переменная уже выражена

Если в одном уравнении уже записано $x = \dots$ или $y = \dots$ подстановка выполняется почти сразу. Не нужно дополнительно преобразовывать выражения и тратить время на лишние шаги.



Коэффициент равен 1

Метод особенно удобен, когда при переменной стоит 1 или -1. Тогда выражение легко получить без деления на большие числа, а вычисления остаются короткими и понятными.



Меньше громоздких вычислений

В некоторых системах подстановка помогает избежать сложных преобразований, которые появляются при других способах. Это делает решение аккуратнее и снижает риск ошибки при счёте.



Текстовые задачи

Подстановка часто встречается в задачах, где одна величина зависит от другой: стоимость, скорость, возраст, количество предметов. Здесь удобно сначала выразить неизвестное через известное соотношение.

Сравнение способов решения систем

Каждый способ решения системы удобен в своей ситуации. Выбор зависит от того, как записаны уравнения и какой способ даёт меньше преобразований.

Способ	Когда удобен	Что получается
Подстановка	Переменная уже выражена	Уравнение с одной неизвестной
Сложение	Коэффициенты легко уравнивать	Сокращение одной переменной
Графический	Нужна наглядность	Точка пересечения прямых

Подстановка особенно полезна, когда выражение для переменной уже почти готово и вычисления можно сделать коротко и точно.

Сравнение по правилам решения систем линейных уравнений

Пример 1: простая система без дробей

8

01

Записываем систему

Берём уравнения $y = x + 2$ и $x + y = 10$. Первое уже выражает y через x , поэтому его удобно использовать для подстановки.

02

Подставляем выражение

Вместо y во втором уравнении подставляем $x + 2$. Получаем $x + (x + 2) = 10$ и приводим подобные слагаемые.

03

Находим x

После упрощения выходит $2x + 2 = 10$, затем $2x = 8$. Отсюда $x = 4$ — это первое найденное значение.

04

Находим y и проверяем

Подставляем $x = 4$ в первое уравнение: $y = 4 + 2 = 6$. Проверка даёт $4 + 6 = 10$, значит ответ верный: $(4; 6)$.



Проверка ответа после решения

9

01

Подставляем в оба уравнения

Найденные значения x и y нужно заменить в каждом исходном уравнении. Это позволяет сразу увидеть, подходит ли полученная пара чисел системе целиком.

02

Сравниваем равенства

Если после подстановки получаются верные равенства, решение записано правильно. Когда хотя бы одно уравнение не выполняется, нужно искать ошибку в вычислениях.

03

Особенно важный шаг

Проверка особенно полезна при отрицательных числах, дробях и длинных преобразованиях. Именно в таких случаях легко потерять знак или ошибиться в счёте.

04

Как записать ответ

Ответ системы всегда оформляют как пару чисел в скобках: $(x; y)$. Такая запись показывает значения обеих переменных и делает ответ однозначным.


13/7

получается значение одной
из переменных, а затем находится
и вторая без потери точности.

Дробный ответ показывает, что метод
подстановки работает не только с целыми
числами, но и с обычными дробями.

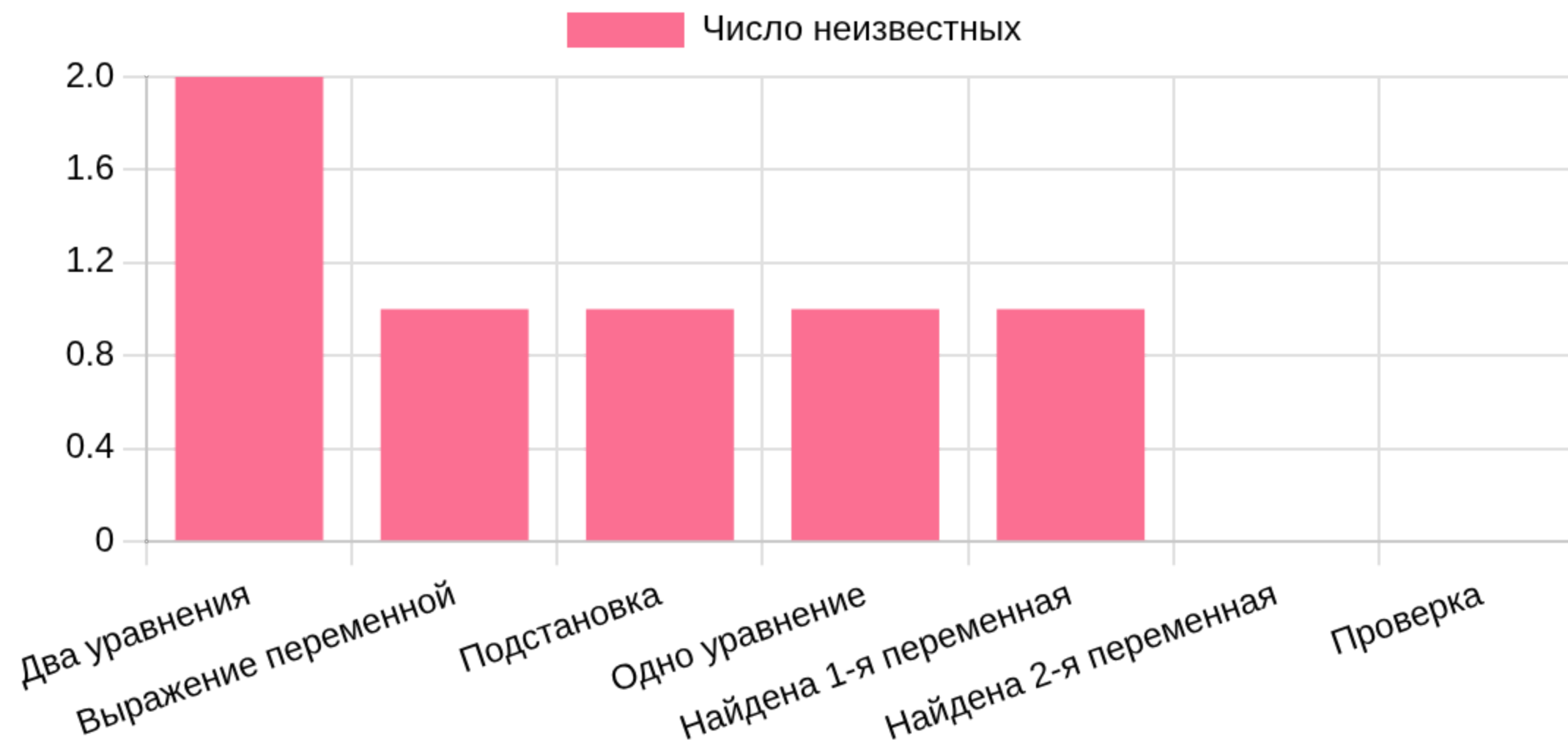
Пример из условия: система $x = 3y - 1$ и $2x + y = 11$



Как меняется система на каждом шаге

11

На каждом этапе мы уменьшаем число неизвестных и приближаемся к одной паре значений, которая подходит обоим уравнениям.



Метод подстановки последовательно переводит систему от двух неизвестных к одному уравнению, а затем возвращает к полному ответу.

Схема решения систем двух линейных уравнений способом подстановки, учебный материал

Типичные ошибки при подстановке

12

01

Скобки пропущены

При подстановке выражения важно ставить скобки, иначе меняется весь смысл записи. Ошибка особенно заметна, когда перед выражением стоит минус или нужно раскрывать скобки.

02

Знак потерян

При переносе слагаемых ученики часто забывают изменить знак. Из-за этого правильное уравнение превращается в другое, и дальше все вычисления идут неверно.

03

Дроби считаются неточно

Если в ответе появляются дроби, нужно аккуратно выполнять все действия с числителем и знаменателем. Спешка здесь легко приводит к неправильному результату даже при верном ходе решения.

04

Проверяется только одно уравнение

Найденные значения нужно подставлять сразу в оба исходных уравнения. Если проверить только одно, можно не заметить ошибку и записать неверный ответ.

05

Ответ записан не полностью

Для системы нужен не отдельный x или y , а пара чисел. Если записать только одно значение, решение считается незавершённым и не отражает результат всей системы.

Ошибки и как их распознать

Ошибка	Как выглядит
Потеря скобок	Меняется выражение
Неверный знак	Слагаемое сдвинуто
Арифметическая ошибка	Счёт не совпал
Нет проверки	Ошибка не замечена

Сопоставьте тип ошибки с тем, как она проявляется в записи решения.

Если внимательно смотреть на знаки, скобки и проверку, большинство ошибок можно заметить до записи окончательного ответа.

Типичные ошибки при решении систем уравнений способом подстановки

Как билетная касса помогает понять систему

14



Два билета, одна история

В кассе объявили количество проданных детских и взрослых билетов, а также общую выручку. Чтобы найти цену каждого билета, удобно обозначить неизвестные, составить два уравнения и выразить одну цену через другую.



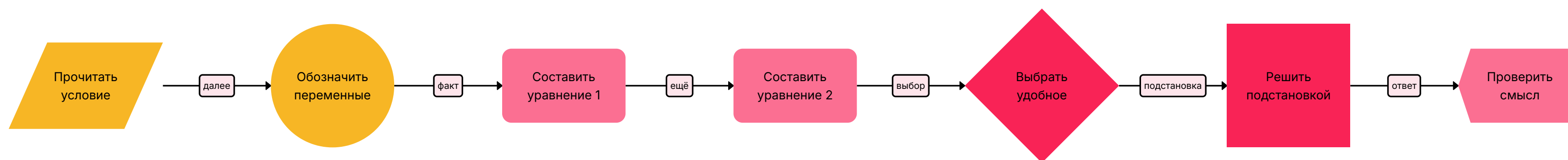
От условия к ответу

Если один билет стоит дороже, а их общее число и сумма оплаты известны, задача превращается в систему. После подстановки остаётся одно уравнение, затем находятся обе цены и выполняется проверка по смыслу условия.

От текста к системе уравнений

15

Последовательность шагов помогает перевести условие задачи в алгебраическую модель и решить её способом подстановки.



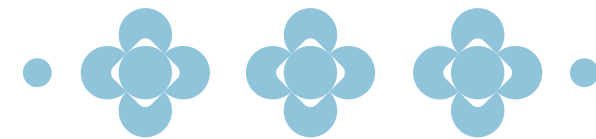
Когда решений нет или их бесконечно много

16



Нет решений

Если после подстановки получается неверное равенство, например $5 = 3$, то система не имеет решений. Это значит, что прямые не пересекаются и общих точек у них нет.



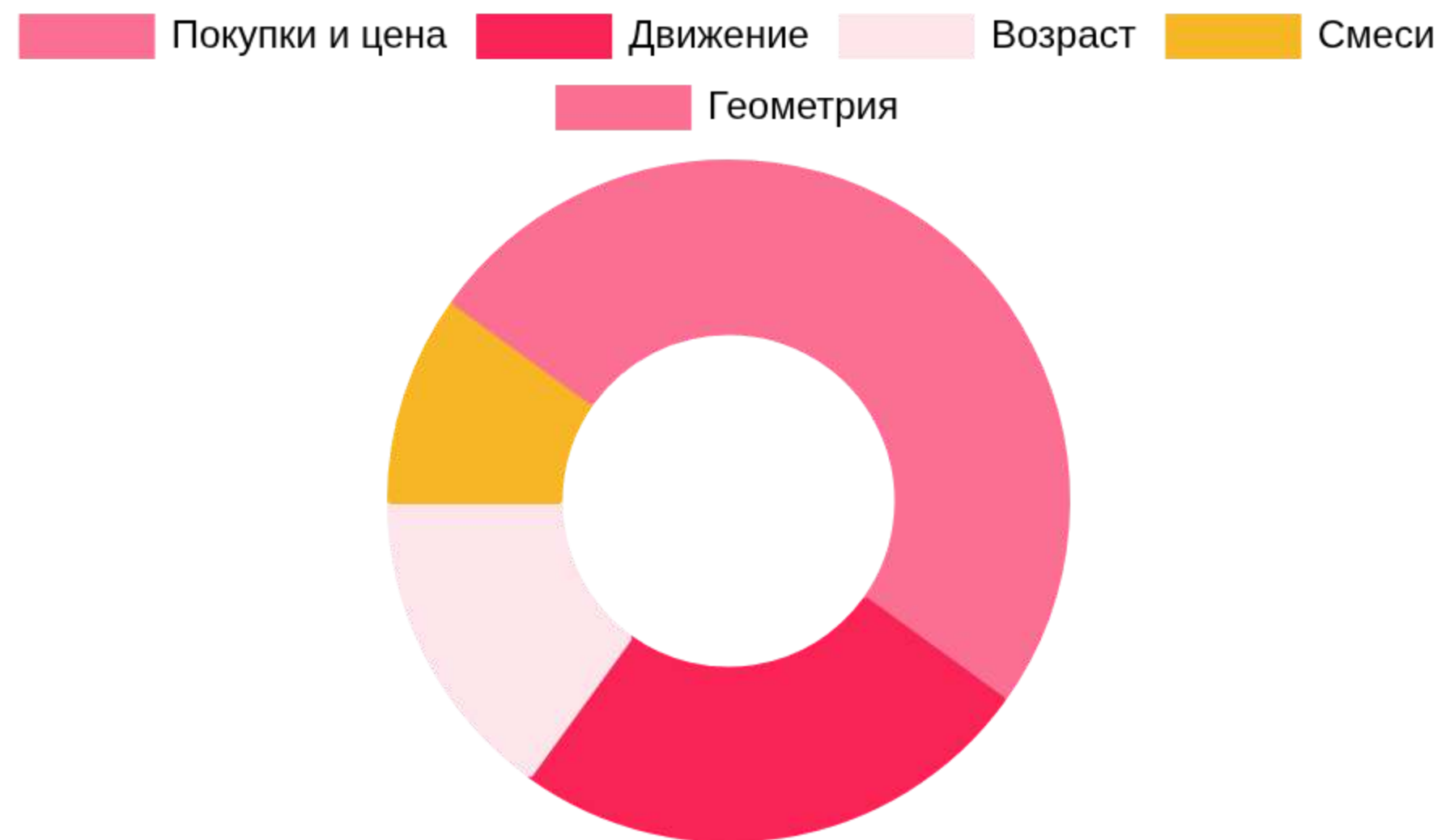
Бесконечно много решений

Если выходит тождество, например $0 = 0$, обе записи описывают одну и ту же прямую. Тогда каждая точка этой прямой подходит, поэтому решений бесконечно много.

Где встречаются системы уравнений в школьных задачах

17

В 7 классе системы чаще всего появляются в сюжетах про стоимость, движение и возраст. В таких заданиях удобно связывать два условия одной моделью.



Больше всего помогают задачи, где две величины связаны сразу двумя фактами: по числу и по общей сумме или формуле.

Учебные сюжеты по алгебре 7 класса; схема распределения по типам задач

Связь способа подстановки с графиком

18



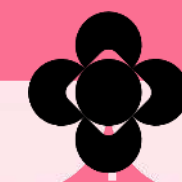
1. Два уравнения

Каждое линейное уравнение можно представить как прямую на координатной плоскости. У системы таких уравнений две прямые, которые нужно сравнить.



2. Точка пересечения

Общее решение системы — это единственная точка, которая принадлежит обеим прямым. Её координаты и есть ответ, записанный в виде пары чисел.



3. Алгебра вместо построения

Способ подстановки находит эту точку без чертежа. Он позволяет вычислить координаты точно и быстро, особенно если прямые строить неудобно.

Памятка по способу подстановки

19

Короткий план помогает не потерять ни одного шага при решении системы.

Шаг	Что делаем
1	Выражаем
2	Подставляем
3	Решаем
4	Находим y
5	Проверяем

Если следовать этим пяти шагам, система сводится к одному уравнению, а затем снова возвращается к полной паре значений.

Памятка по решению систем двух линейных уравнений способом подстановки



Подстановка: просто, точно, полезно

Способ подстановки учит аккуратно превращать систему в одно уравнение, находить пару значений и проверять результат. Это надёжный инструмент для задач и важная основа алгебры.

