

Нестрогие неравенства в курсе алгебры 9 класса

Предел включён: учимся читать, решать
и проверять нестрогие неравенства.



Где в жизни нужны нестрогие неравенства

Они помогают задавать допустимые границы: отметка не ниже 3, температура не выше 20°C , возраст не младше 14 лет. В алгебре такие записи описывают множество значений переменной без лишних слов.



Определение нестрогого неравенства

1 Знаки сравнения

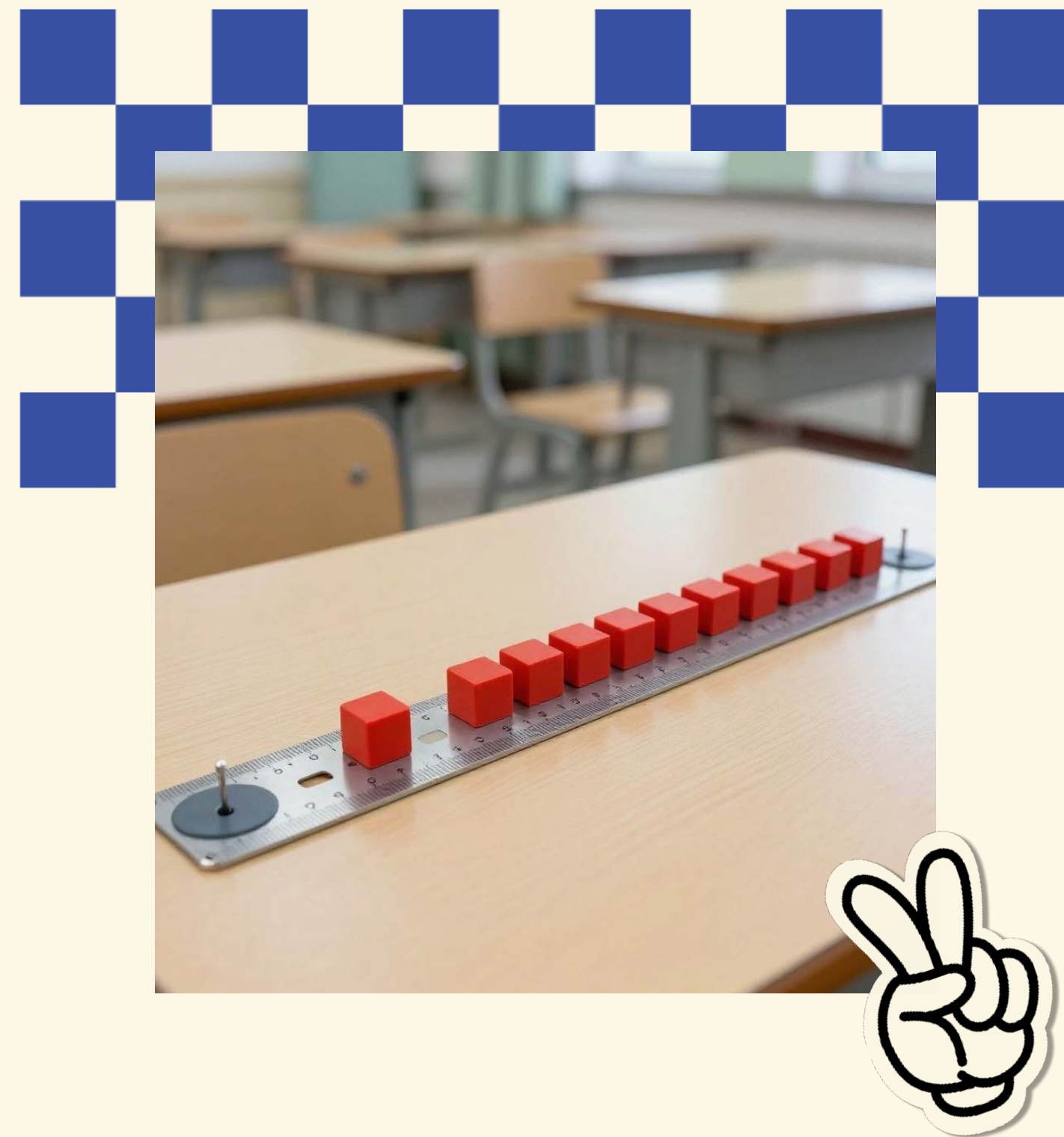
Нестрогое неравенство записывают знаками $\leq$ и $\geq$. Они показывают, что числа сравнивают не только по величине, но и с возможным равенством на границе.

2 Что означает запись

Если $a \leq b$, то число a меньше b или совпадает с ним. Если $a \geq b$, то a больше b или равно b . В ответе граница не исключается.

3 Отличие от строгих

В строгих неравенствах $<$ и $>$ равенство запрещено, а в нестрогих допустимо. Поэтому множество решений в нестрогом случае всегда включает крайнее значение, если оно подходит по условию.



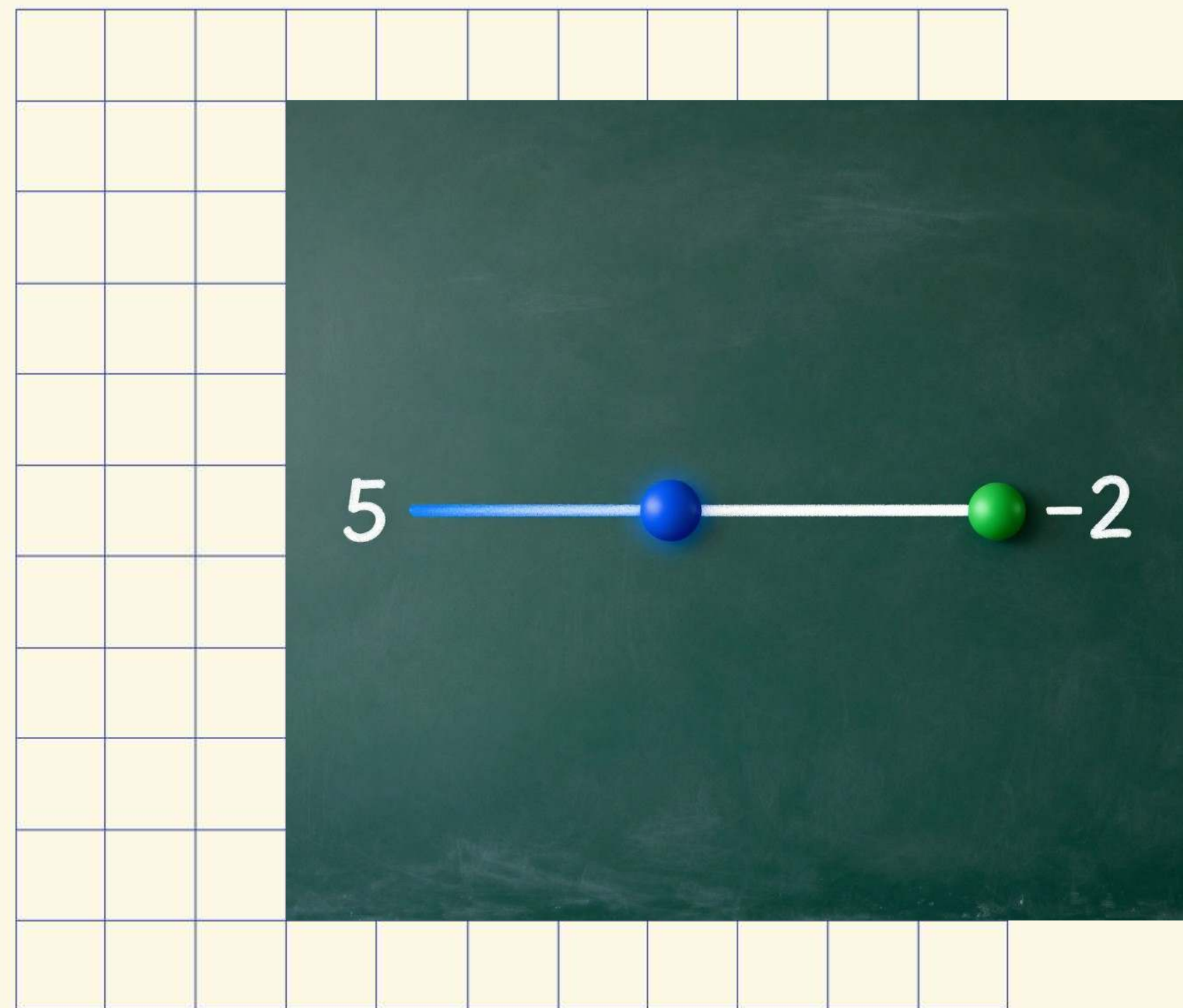
Как нестрогое неравенство выглядит на числовой прямой

$$x \leq 5$$

Точка 5 отмечается закрашенной, потому что она входит в ответ. Подходят все числа слева от неё, включая саму границу, без разрыва на оси.

$$x \geq -2$$

Точка -2 тоже закрашена, а все числа справа входят в множество решений. Закрашивание сразу показывает, что граница разрешена и не исключается из ответа.



Строгие и нестрогие неравенства: главное различие

Сравним, входит ли граница в ответ и как это отражается на числовой прямой.

Главное отличие — наличие или отсутствие равенства на границе; это меняет и запись, и рисунок решения.

Определения нестрогих и строгих неравенств из курса алгебры 9 класса.

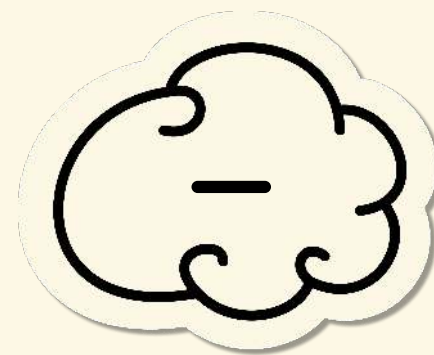
Вид		Пример			Граница									
Строгое		$x < 4$			не входит									
Нестрогое		$x \leq 4$			входит									

Основные свойства неравенств



Прибавление числа

Если к обеим частям неравенства прибавить одно и то же число, знак сравнения не изменится. Это удобно при переносе свободных слагаемых.



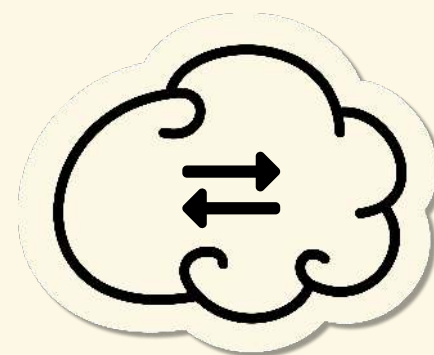
Вычитание числа

Вычитание одинакового числа из обеих частей тоже сохраняет знак неравенства. Такой шаг часто помогает упростить выражение перед дальнейшим решением.



Умножение на положительное

При умножении обеих частей на положительное число неравенство остаётся верным в прежнем виде. Это позволяет избавляться от дробей и коэффициентов.

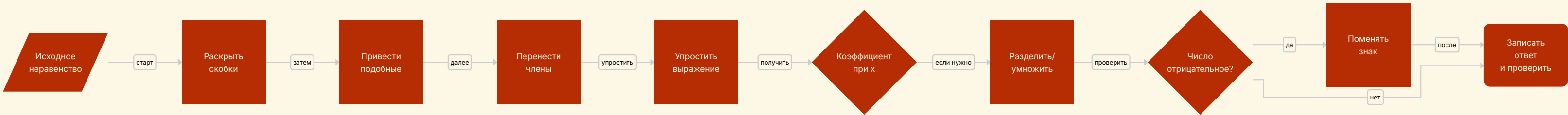


Отрицательное число

Если умножить или разделить на отрицательное число, знак меняется на противоположный. Это правило особенно важно, чтобы не потерять правильный смысл решения.

Алгоритм решения линейного нестроого неравенства

Последовательность шагов при преобразовании неравенства и записи ответа



Примеры решения простых нестрогих неравенств

Сложение и вычитание

В неравенстве $x + 3 \leq 10$ сначала убираем число 3 слева. Получаем $x \leq 7$, потому что к обеим частям можно вычесть одно и то же число.

Перенос и деление

В выражении $2x - 5 \geq 9$ сначала переносим -5 вправо, затем делим обе части на 2. В результате получаем $x \geq 7$ без изменения смысла ответа.

Отрицательный коэффициент

Если дано $-x \leq 6$, удобно умножить обе части на -1 . Знак меняется, и ответ становится $x \geq -6$, что важно не забыть при преобразовании.

Коэффициент при переменной

В неравенстве $3x < 12$ делим обе части на 3. Получаем $x < 4$, и переменная оказывается одна перед знаком сравнения, без лишних действий.

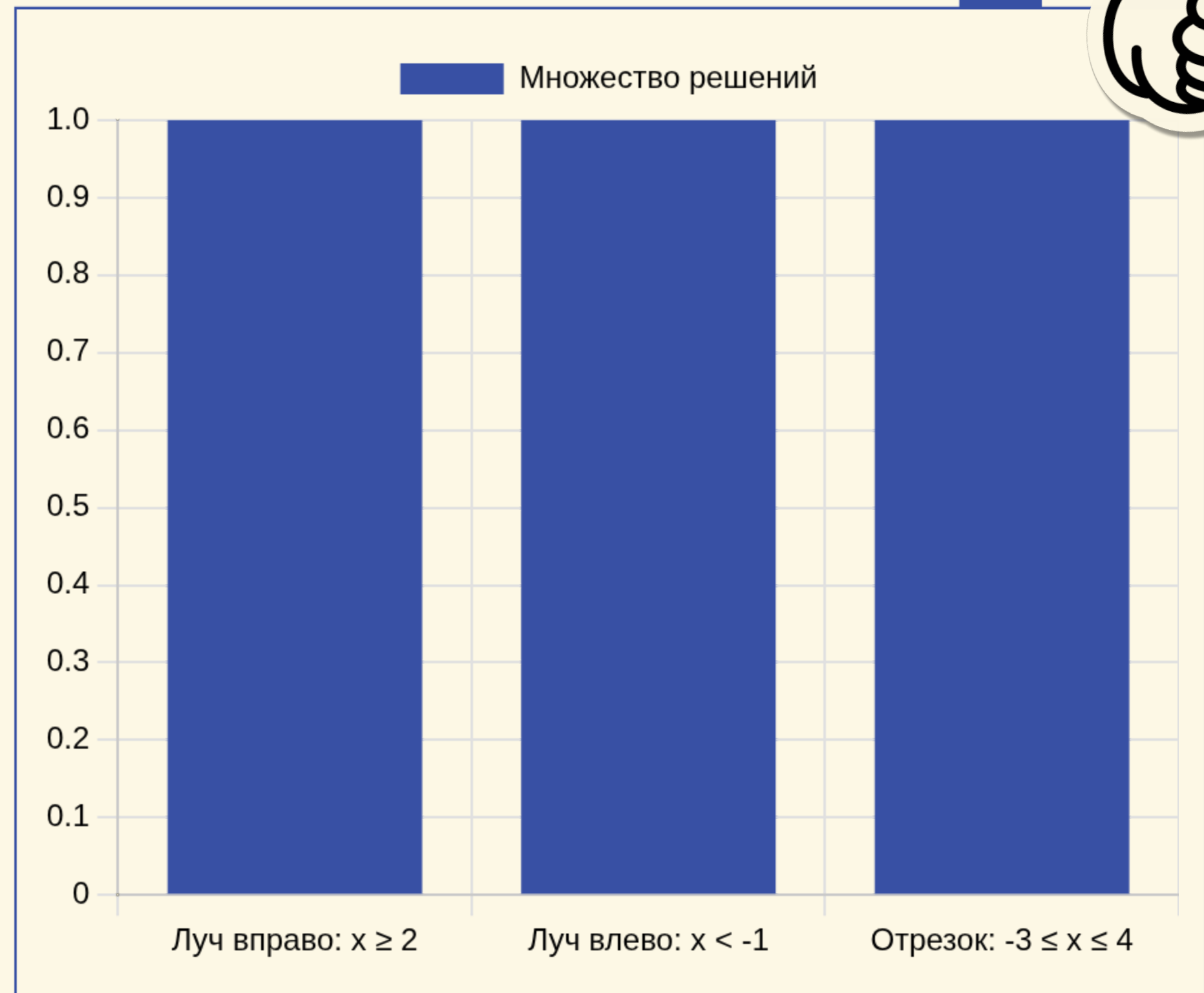
Виды ответов на числовой прямой



Разные ответы выглядят по-разному, но все они показывают, какие числа подходят. Числовая прямая помогает быстро увидеть границы и их включение.

Луч, интервал и отрезок различаются только расположением границ и типом точки, поэтому важно читать знак сравнения очень внимательно.

Схематическое представление множеств решений по курсу алгебры 9 класса.



Двойные неравенства и промежутки



Когда обе границы важны

Запись $1 \leq x < 6$ сразу показывает, что число находится внутри промежутка, но условия на концах разные. Левая граница входит в ответ, а правая исключается. Так удобно задавать допустимый интервал без длинного словесного объяснения.



Диапазон без лишних слов

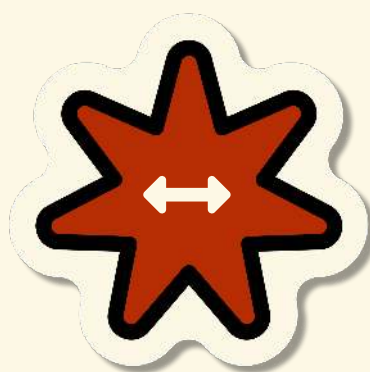
Неравенство $-2 < x \leq 3$ часто встречается в задачах про температуру, время или измерения. Оно говорит, что значение допустимо только внутри указанного промежутка. Ученику остаётся лишь правильно прочесть знаки и не перепутать включённую границу.

Множество решений неравенства



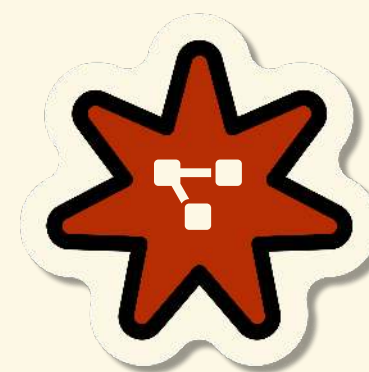
Проверка числа

Решением неравенства считается каждое число, которое после подстановки делает запись верной. Поэтому один и тот же ответ может содержать много значений, а не только одно единственное число.



Разные формы ответа

Множество решений удобно показывать как неравенство, промежуток или точку на числовой прямой. Эти записи передают одну и ту же информацию, но по-разному отражают границы и направление.



Один ответ — несколько записей

В алгебре важно уметь переводить ответ из одной формы в другую. Это помогает быстро читать решение, сравнивать результаты и понимать, входит ли крайнее значение в множество решений.

Типичные ошибки при решении нестрогих неравенств

Эта таблица показывает наиболее частые сбои в решении и помогает заранее обратить внимание на шаги, где обычно теряется знак, граница или проверка.

Чаще всего ошибки связаны не с самой идеей, а с аккуратностью преобразований и чтением границ на числовой прямой.

Материал урока по теме «Нестрогие неравенства»

Ошибка	Как избежать
Знак не меняют	Следить за минусом
Точка выбрана неверно	Проверять границу
Нет подстановки	Сделать проверку
Слагаемые перенесены ошибочно	Проверить преобразование

Нестрогие неравенства с модулем

1

Смысл модуля

Модуль показывает расстояние от числа до нуля, поэтому нестрогое неравенство с модулем удобно читать как условие на допустимую удалённость, а не только как набор символов.

2

Если расстояние ограничено

Запись $|x| \leq 3$ означает, что число находится не дальше трёх единиц от нуля. Отсюда сразу следует двойное неравенство: $-3 \leq x \leq 3$, то есть отрезок на прямой.

3

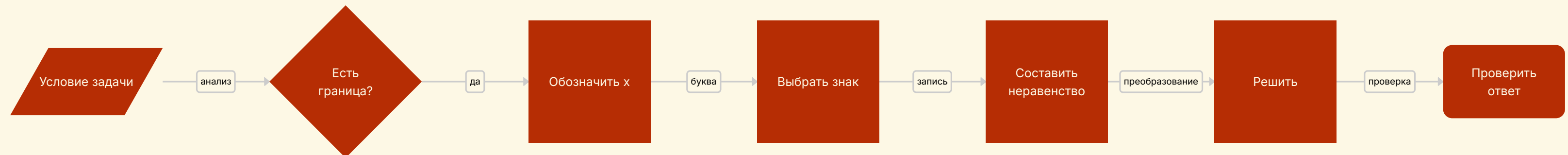
Если расстояние не меньше

Запись $|x| \geq 5$ говорит, что число лежит не ближе пяти единиц к нулю. Тогда решение распадается на два луча: $x \leq -5$ или $x \geq 5$.



Перевод текстовой задачи в нестрогое неравенство

Алгоритм помогает связать смысл условия с записью знаками $\geq$, $\leq$ и двойными неравенствами.



Где встречаются нестрогие неравенства

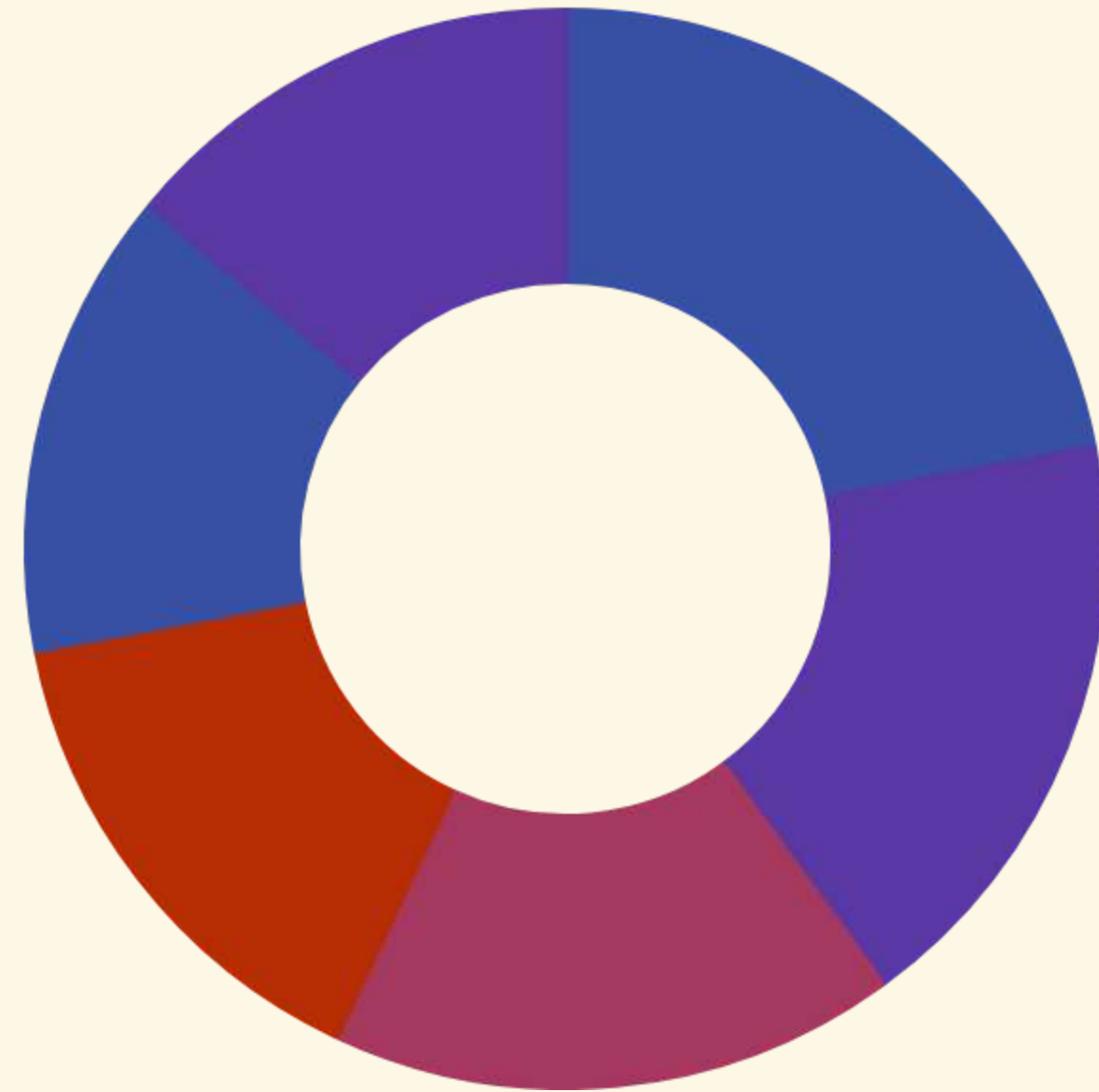


Такие записи особенно часто появляются там, где важно указать допустимую границу без запрета на крайнее значение: в правилах, нормах и ограничениях.

Нестрогие неравенства нужны прежде всего для описания разрешённого диапазона, где граница включена в условие.

Иллюстративная схема по примерам из школьной практики

Учебные оценки Физика и измерения
Возрастные ограничения Денежные лимиты
Нормы времени Допустимые диапазоны



Примеры из реальной жизни и школьных задач



Когда рост подходит по условию

В спортивной секции ребёнка принимают, если его рост не ниже 140 см. Здесь число 140 см входит в условие, потому что ровно такой рост уже считается достаточным. Алгебра помогает записать это как нестрогое неравенство и сразу увидеть допустимые значения.

Когда есть предел расходов

В магазине школьник выбирает товары так, чтобы сумма покупки не превышала 1000 рублей. Если чек ровно на 1000 рублей, правило всё ещё выполнено. Такие задачи удобно переводить в неравенство, потому что оно точно отражает границу разрешённой суммы.

Запись ответа в виде промежутков

Один и тот же ответ можно записать как неравенство и как промежуток. Скобки показывают, входит ли граница в множество решений.

Квадратная скобка означает включение границы, круглая — её исключение; это делает запись короткой и точной.

Правила записи промежутков в школьной алгебре

Неравенство						Промежуток								
$x \leq 4$						$(-\infty; 4]$								
$x > -2$						$(-2; +\infty)$								
$-1 \leq x < 3$						$[-1; 3)$								

Проверка правильности полученного ответа



1

Возьмите число из ответа

Подставьте одно значение, которое точно принадлежит найденному множеству. Если после подстановки неравенство остаётся верным, это хороший признак, что решение получено правильно.

2

Проверьте число вне ответа

Возьмите значение, которое не должно подходить, и подставьте его в исходную запись. Если неравенство становится неверным, границы выбраны правильно и ответ не слишком широкий.

3

Особенно важны сложные случаи

Проверка нужна после деления на отрицательное число и при двойных неравенствах. В таких заданиях легко ошибиться со знаком или с включением границы, поэтому подстановка экономит время и помогает избежать неточности.



3

формы записи ответа
стоит уверенно
различать на уроке.

Неравенство, промежуток и числовая прямая
передают один и тот же ответ по-разному.
Умение быстро читать все три записи помогает
не терять границы и знаки.

Материал урока по теме «Нестрогие неравенства»





Нестрогие неравенства: границы, которые входят в ответ

Нестрогие неравенства помогают точно описывать допустимые значения, где крайняя точка тоже разрешена. Если уверенно читать знаки, промежутки и числовую прямую, решения становятся понятными и проверяемыми.

