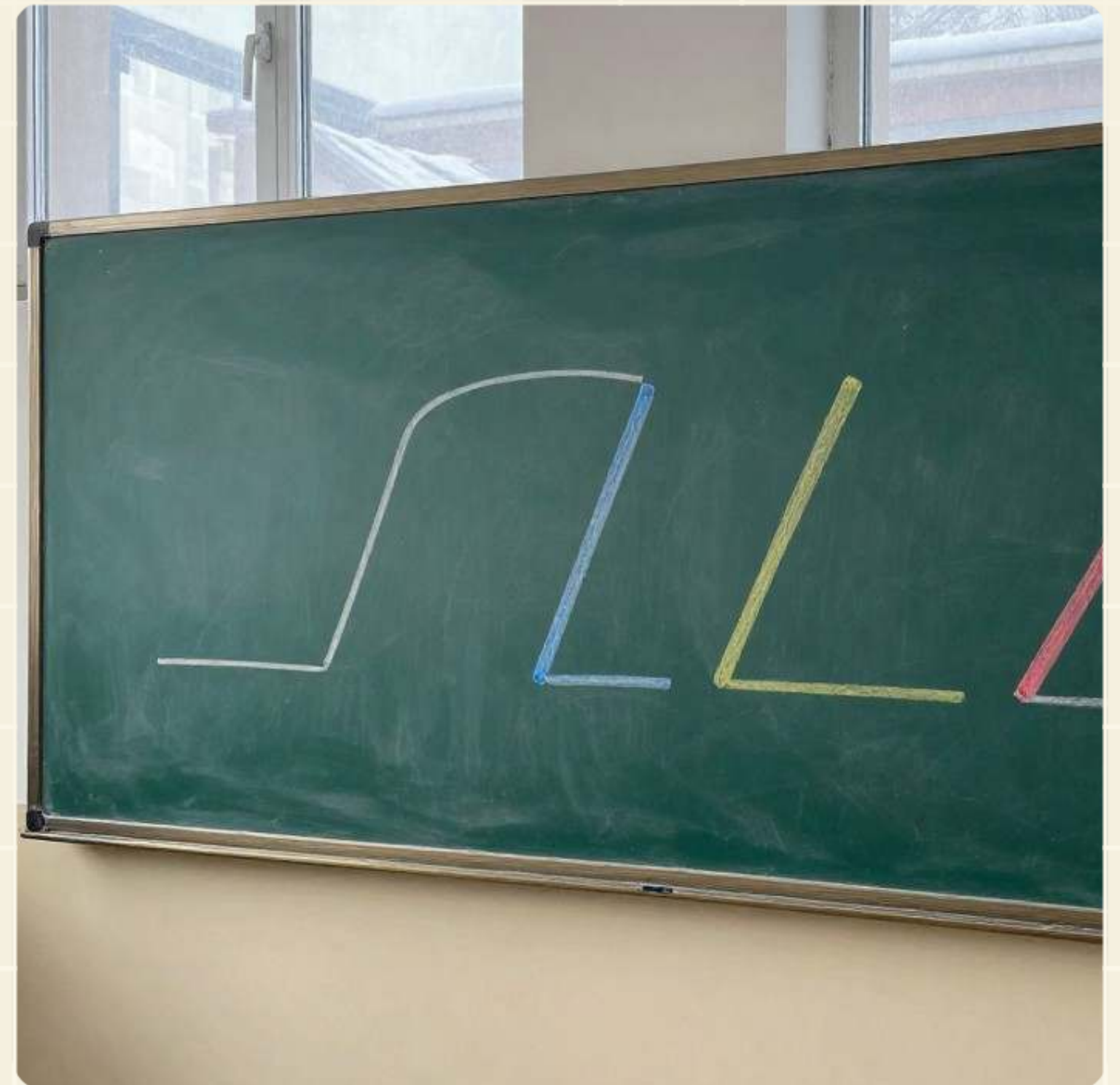




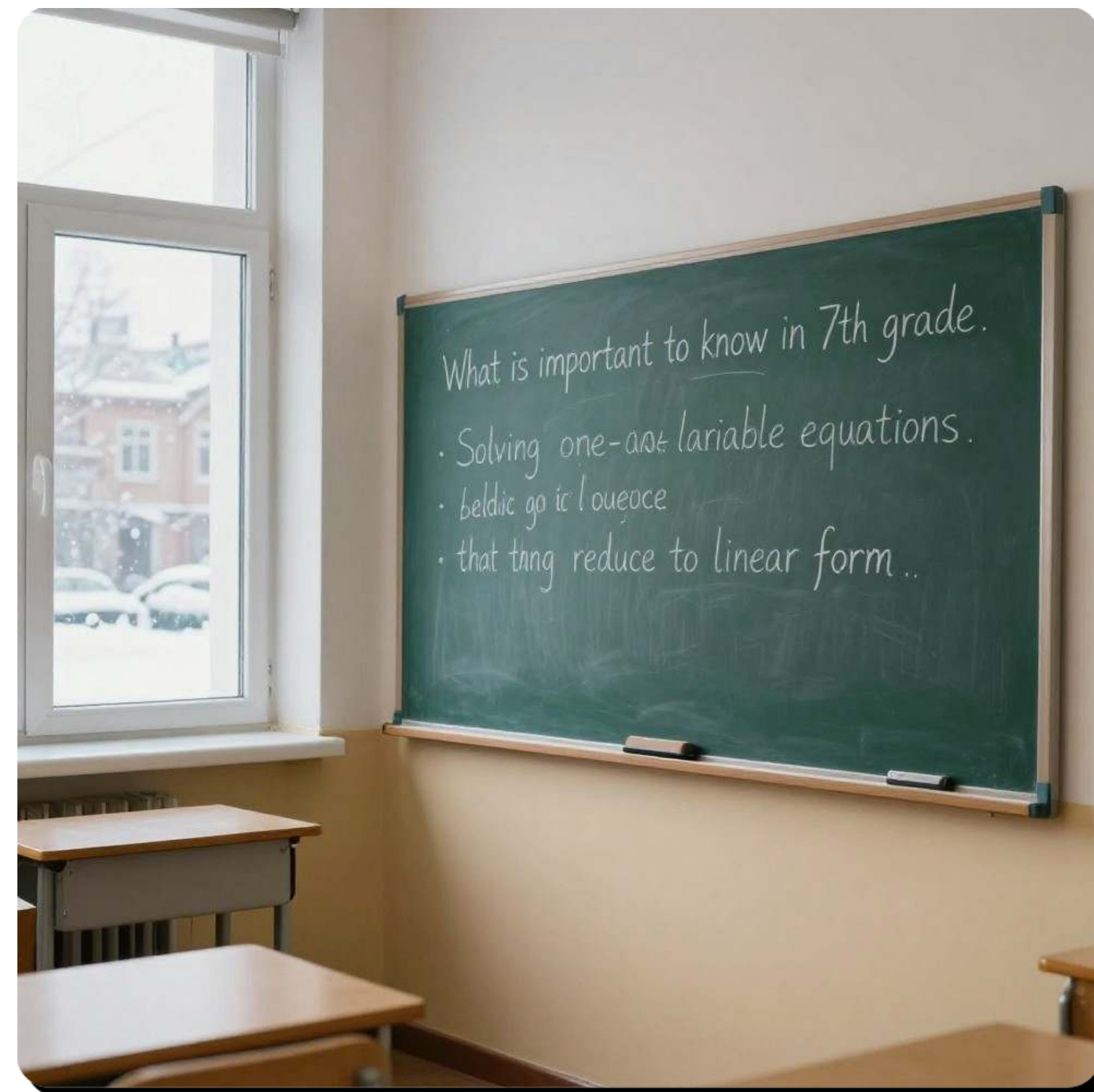
Решение уравнений, сводящихся к линейным

Уравнения упрощаются шаг за шагом —
и становятся линейными.



Что важно знать в 7 классе

На уроках учатся упрощать уравнения с одним неизвестным: работать со скобками, дробями, отрицательными числами и переносить слагаемые. Все преобразования должны сохранять равносильность и не менять корни уравнения.



Что значит «сводится к линейному»

01

Сначала уравнение сложное

В начале запись может содержать скобки, дроби или слагаемые по обе стороны знака равенства, поэтому линейность не видна сразу.

03

Получается линейный вид

В итоге уравнение принимает форму $ax+b=0$ или $ax=b$, где x — неизвестное, а a и b — числа.

02

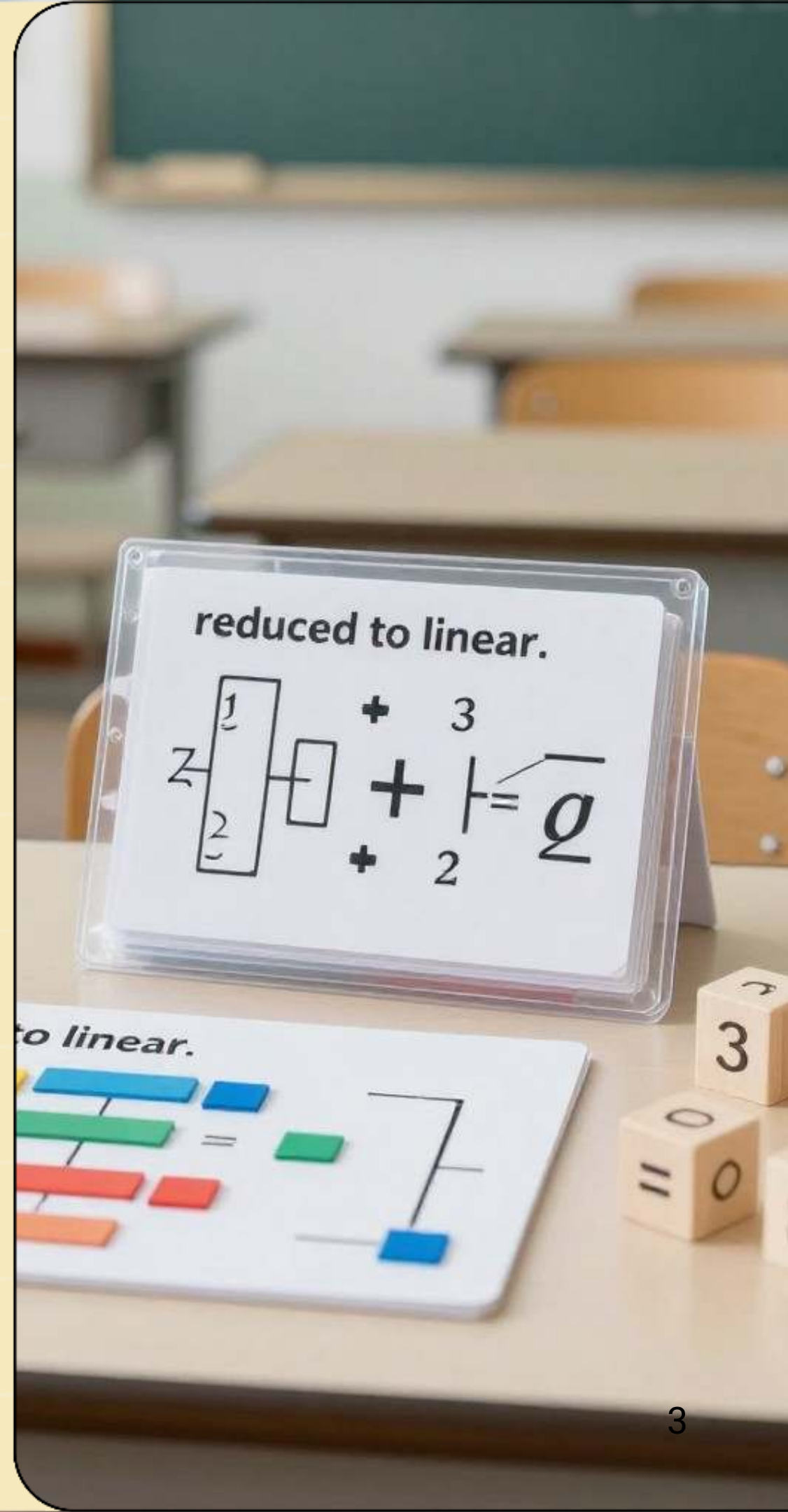
Потом его упрощают

После раскрытия скобок и приведения подобных слагаемых уравнение можно преобразовать к более простой записи, где неизвестное остаётся в первой степени.

04

Примеры записей

К таким уравнениям относятся, например, $2(x-3)+5=11$, $\frac{3}{4}x-1=2$ и $5(x+1)=2x+17$: все они после преобразований становятся линейными.





Распределительное свойство

Если перед скобками стоит число, оно умножается на каждое слагаемое внутри. Поэтому $3(x-4)$ превращается в $3x-12$, а запись становится короче.



Знак «минус» перед скобками

Когда перед скобками стоит минус, знаки внутри меняются на противоположные. Например, $-(x-7)=-x+7$, и важно не пропустить ни один знак.



Зачем это нужно

После раскрытия скобок выражение легче сравнивать, упрощать и приводить к линейному виду, особенно если в уравнении несколько действий подряд.



На что смотреть

Внимательно следят за каждым слагаемым: ошибка в одном знаке может изменить весь ответ, поэтому раскрытие скобок всегда выполняют поэтапно.

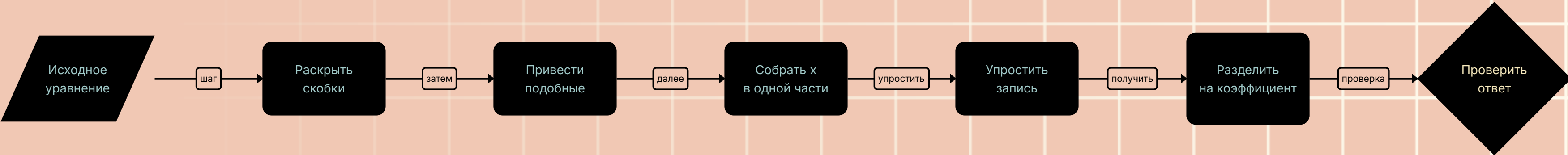


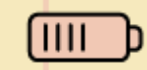
Раскрытие скобок в уравнениях

Общий алгоритм решения



Последовательность равносильных преобразований от исходной записи до проверки ответа.





Перенос слагаемых через знак равенства

Правило знака

При переносе слагаемого в другую часть уравнения его знак меняется на противоположный. Это помогает сохранить равносильность и не перепутать действия.

Простой пример

В уравнении $4x+7=19$ число 7 переносится вправо как -7 , поэтому получается $4x=19-7$, а затем $4x=12$.

Зачем это удобно

Такой приём позволяет собрать все слагаемые с неизвестным в одной части уравнения, а числа — в другой, чтобы быстрее найти x .



Основные преобразования и их результаты

- Таблица показывает самые частые действия при решении уравнений, сводящихся к линейным.
- Все действия ведут к упрощению записи и помогают выделить неизвестное, чтобы получить его значение.

Действие	Пример	Результат
Раскрытие скобок	$2(x-5)$	$2x-10$
Приведение подобных	$3x+2x$	$5x$
Перенос через =	$x+8=15$	$x=15-8$
Деление на коэффициент	$6x=24$	$x=4$



Как убирать дроби из уравнения

01 Найти знаменатель

Сначала определяют общий знаменатель дробей. Именно на него нужно умножить обе части уравнения, чтобы избавиться от дробных коэффициентов.

02 Умножить обе части

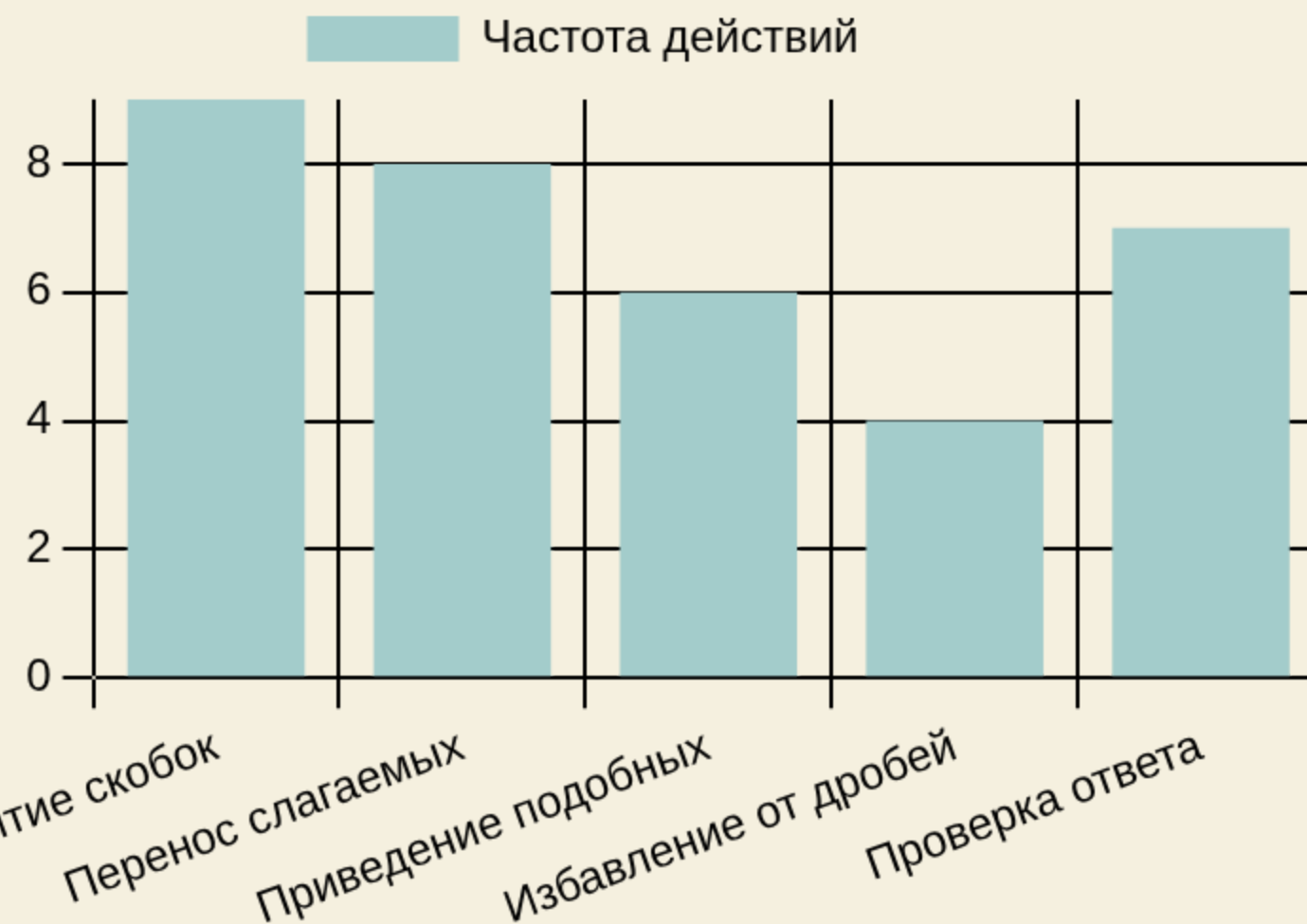
В уравнении $x/3 + 2 = 5$ обе части умножают на 3. Тогда дробь исчезает, и получается более простая запись $x + 6 = 15$.



03 Продолжить решение

После избавления от дробей уравнение решают обычным способом: переносят слагаемые, упрощают выражение и обязательно проверяют найденный ответ.

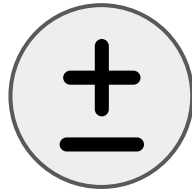
Какие действия встречаются чаще всего



- Диаграмма показывает, что отдельные приёмы встречаются в разных сочетаниях, но их порядок в решении обычно остаётся похожим.
- Чаще всего нужны раскрытие скобок и перенос слагаемых; проверка ответа обязательна, хотя выполняется в самом конце.

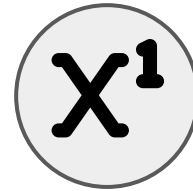
Схема типовых упражнений по теме; условная частота повторения приёмов

Приведение подобных слагаемых



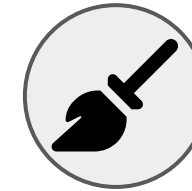
Одинаковая буквенная часть

Подобными называют слагаемые с одинаковой буквенной частью. Их можно складывать и вычитать, потому что меняется только коэффициент перед буквой.



Удобная запись

В выражении $7x - 3x$ получается $4x$, а в $5a + 2a - a - 6a$. После такого упрощения запись становится короче и понятнее.



Шаг к линейному виду

Именно приведение подобных часто делает уравнение почти линейным или уже линейным. После этого остаётся собрать неизвестное, разделить на коэффициент и проверить ответ.



Собираем x вместе

Если неизвестное встречается и слева, и справа, удобнее перенести все слагаемые с x в одну часть, а числа — в другую. Так уравнение быстрее превращается в обычный линейный вид.



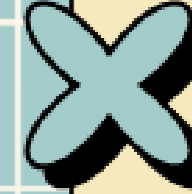
Пример преобразования

В уравнении $5x+3=2x+18$ переносим $2x$ влево, а 3 вправо. Получаем $5x-2x=18-3$, затем $3x=15$. После деления на 3 находим $x=5$.



Почему это работает

Такие уравнения сохраняют равносильность при каждом шаге: вычитаем одинаковое выражение из обеих частей и не меняем корни. Поэтому ответ, найденный после упрощения, остаётся верным для исходной записи.



Где встречаются чаще

Подобные задания обычно появляются после раскрытия скобок и приведения подобных слагаемых. Внешне они выглядят сложнее, но решаются теми же правилами, что и более простые линейные уравнения.

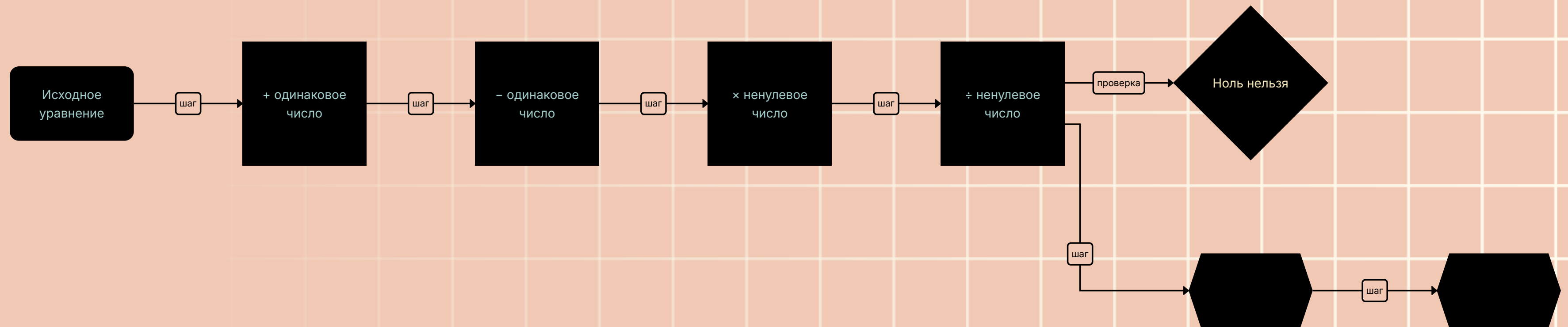


Уравнения, где неизвестное есть по обе стороны

Какие преобразования сохраняют равносильность



Последовательность равносильных действий при решении уравнений с одним неизвестным



Особые случаи после упрощения

После преобразований

Переменная может сократиться полностью, и в уравнении останутся только числа. Тогда нужно внимательно сравнить обе части и понять, что означает полученный результат.

Противоречие

Если получается неверное равенство, например $0=5$, решений нет. Значит, исходное уравнение не имеет ни одного корня.

Верное тождество

Если выходит $0=0$, равенство верно при любом значении неизвестного. В таком случае уравнение имеет бесконечно много решений.

Типичные ошибки при решении

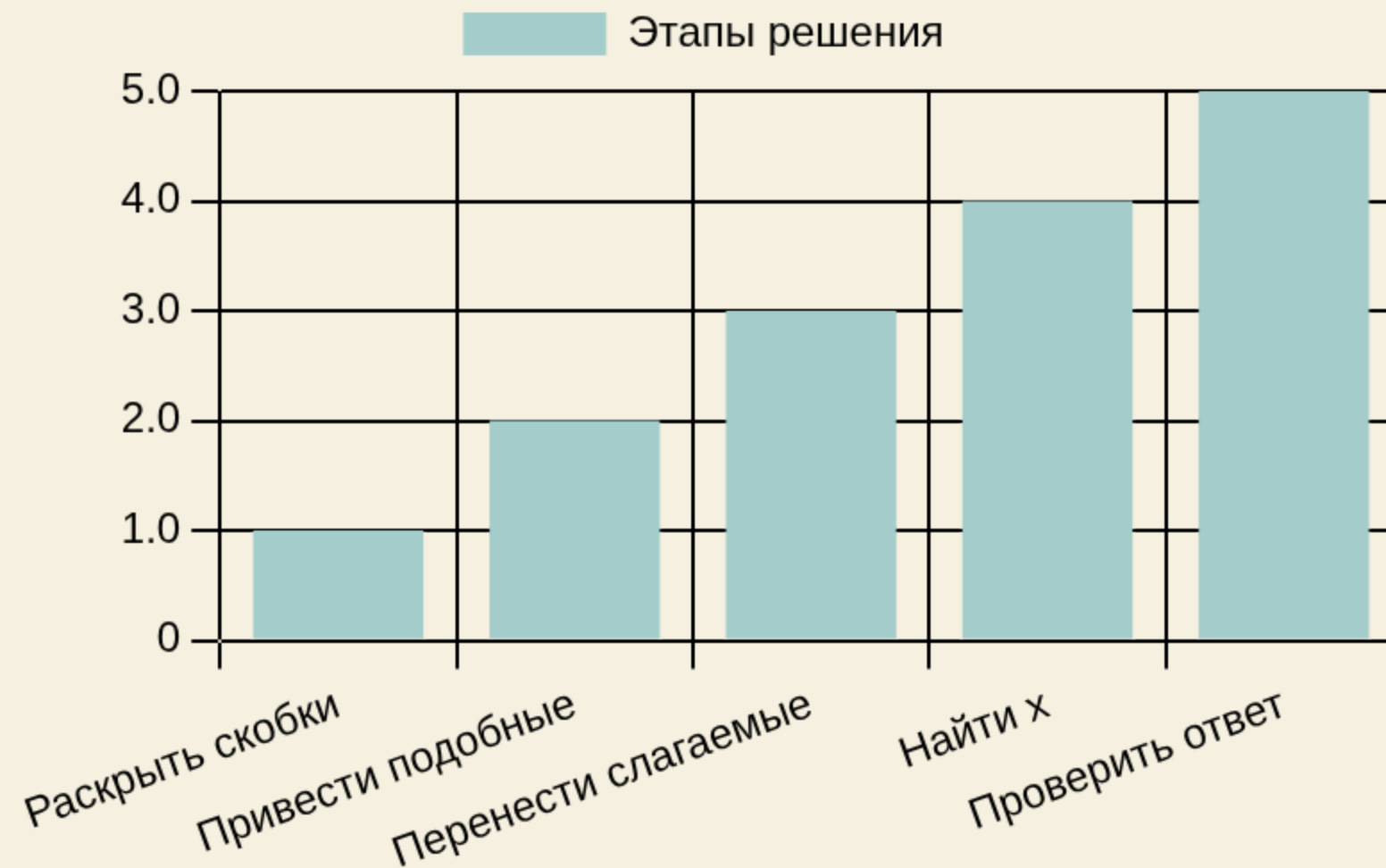


Ошибка	Пример	Правильно
Знак перед скобками	$-(x-4)$	$-x+4$
Неверный перенос	$x+7=12$	$x=12-7$
Дробь умножили не всюду	только одну часть	обе части
Нет проверки	ответ без подстановки	подстановка в исходное

- В таблице показаны самые частые ошибки и их правильные исправления.

- Большинство ошибок связано не с вычислениями, а с нарушением правил преобразования. Проверка ответа помогает заметить их сразу.

План решения на одном примере



- На каждой ступени уравнение становится короче и понятнее. Это помогает не пропустить ни одно действие и довести решение до точного ответа.

- Последовательность действий показывает, что успех зависит от порядка преобразований: сначала упрощение, затем выделение неизвестного, и только после этого вычисление и проверка.

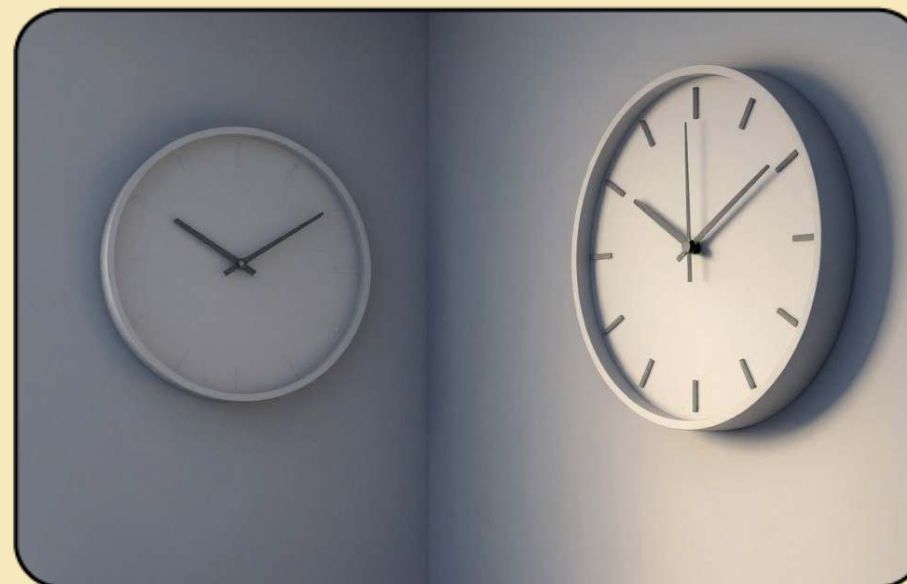
Пример: $2(x-3)+4=14$

Связь с текстовыми задачами



Покупки в магазине

Цена нескольких одинаковых тетрадей и одной ручки может быть известна по условию, а стоимость одной тетради — нет. Тогда составляют уравнение, где неизвестное обозначает цену одной вещи, и быстро находят точный результат без перебора.



Возраст и разница лет

В задачах про возраст обычно известно, кто старше и на сколько лет. Если записать условие через уравнение, можно точно определить возраст одного человека, а затем проверить, согласуется ли ответ с остальными данными.



Путь и расстояние

Когда известна скорость или часть пути, но не хватает одного значения, уравнение помогает выразить неизвестное. Такой способ удобен, потому что превращает длинное описание задачи в короткую и понятную запись.

Проверка найденного корня

01

Подставьте ответ

Вставьте найденное значение вместо неизвестного в исходное уравнение. Лучше проверять именно исходную запись, а не только упрощённую, чтобы заметить ошибки после раскрытия скобок или работы с дробями.

03

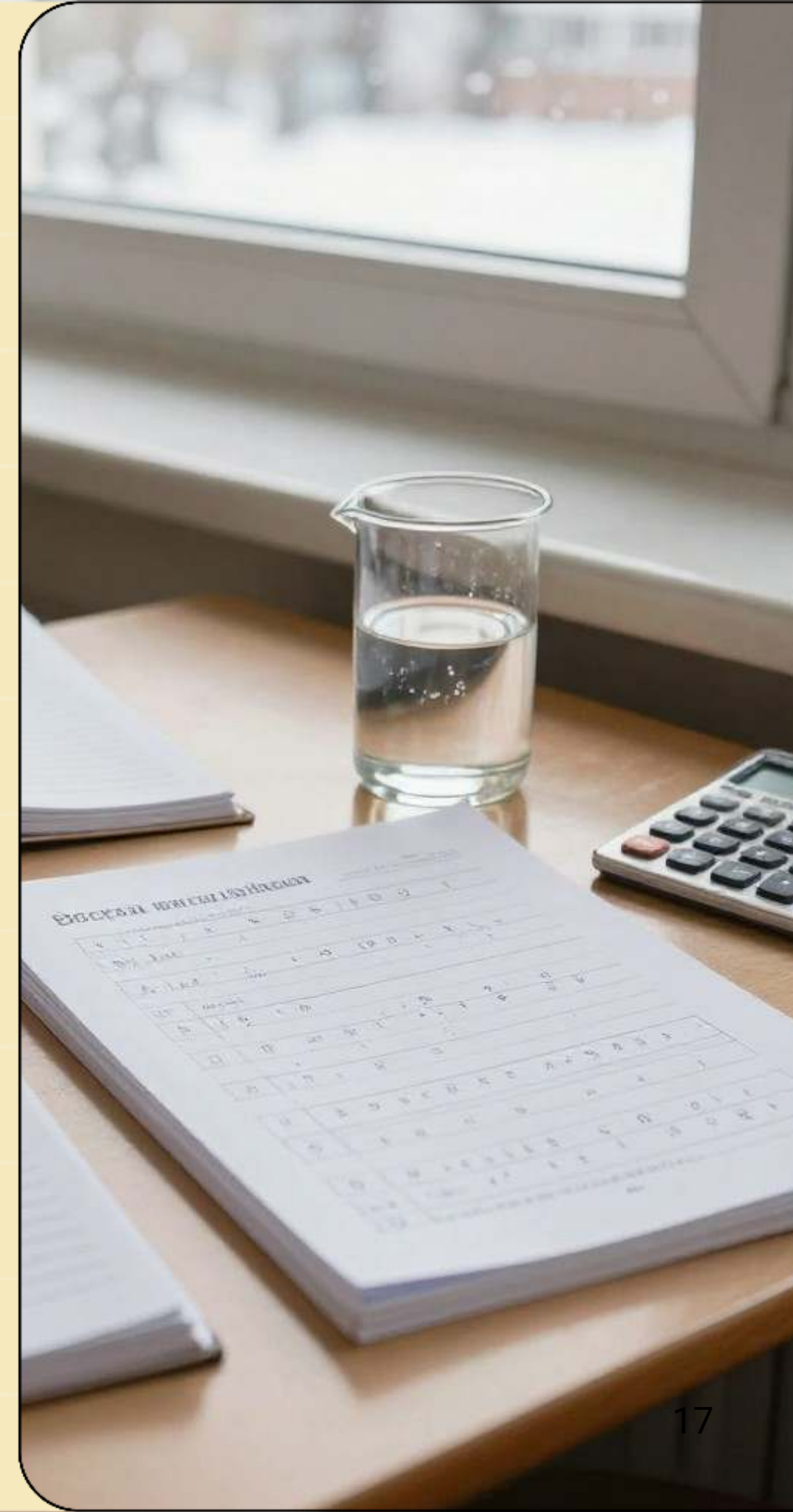
Сделайте вывод

Проверка особенно важна, когда в решении были скобки, дроби или перенос слагаемых. Она подтверждает правильность ответа и учит аккуратно выполнять каждое преобразование.

02

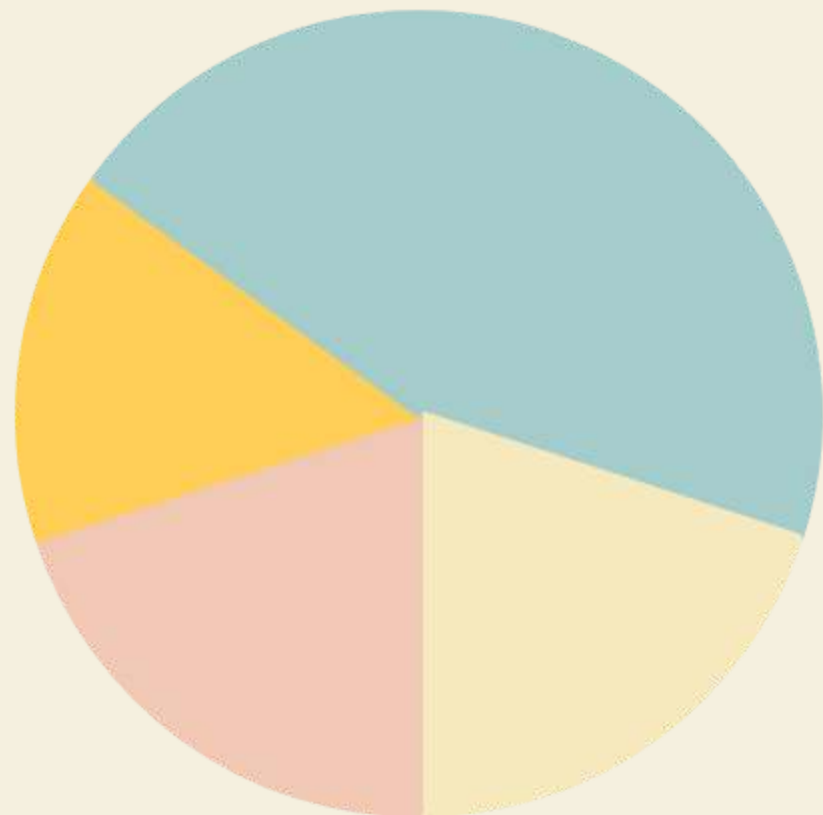
Сравните части

Посмотрите, равны ли левая и правая части после подстановки. Если значения совпали, корень найден правильно. Если нет, нужно вернуться к преобразованиям и найти неверный шаг.



Почему уравнение сначала выглядит сложным

Скобки Дроби Одинаковые слагаемые
Отрицательные числа Коэффициенты



- Сложность чаще связана не с неизвестным, а с записью условия. После последовательного упрощения лишние элементы исчезают.
- Чем больше в записи скобок, дробей и повторяющихся частей, тем важнее действовать по шагам. Упрощение возвращает уравнение к привычному линейному виду.

Обобщение типичных учебных заданий по теме

Главные правила темы

01 Одинаковые действия

Если к одной части уравнения прибавляют число, то к другой прибавляют то же самое. Аналогично выполняют вычитание, умножение и деление на ненулевое число.

02 Перенос с изменением знака

При переносе слагаемого через знак равенства его знак меняется на противоположный. Этот приём помогает собрать неизвестные в одной части, а числа — в другой.

03 Скобки и распределение

Скобки раскрывают по распределительному свойству: число умножают на каждое слагаемое внутри скобок. Это делает запись короче и позволяет быстрее упростить уравнение.

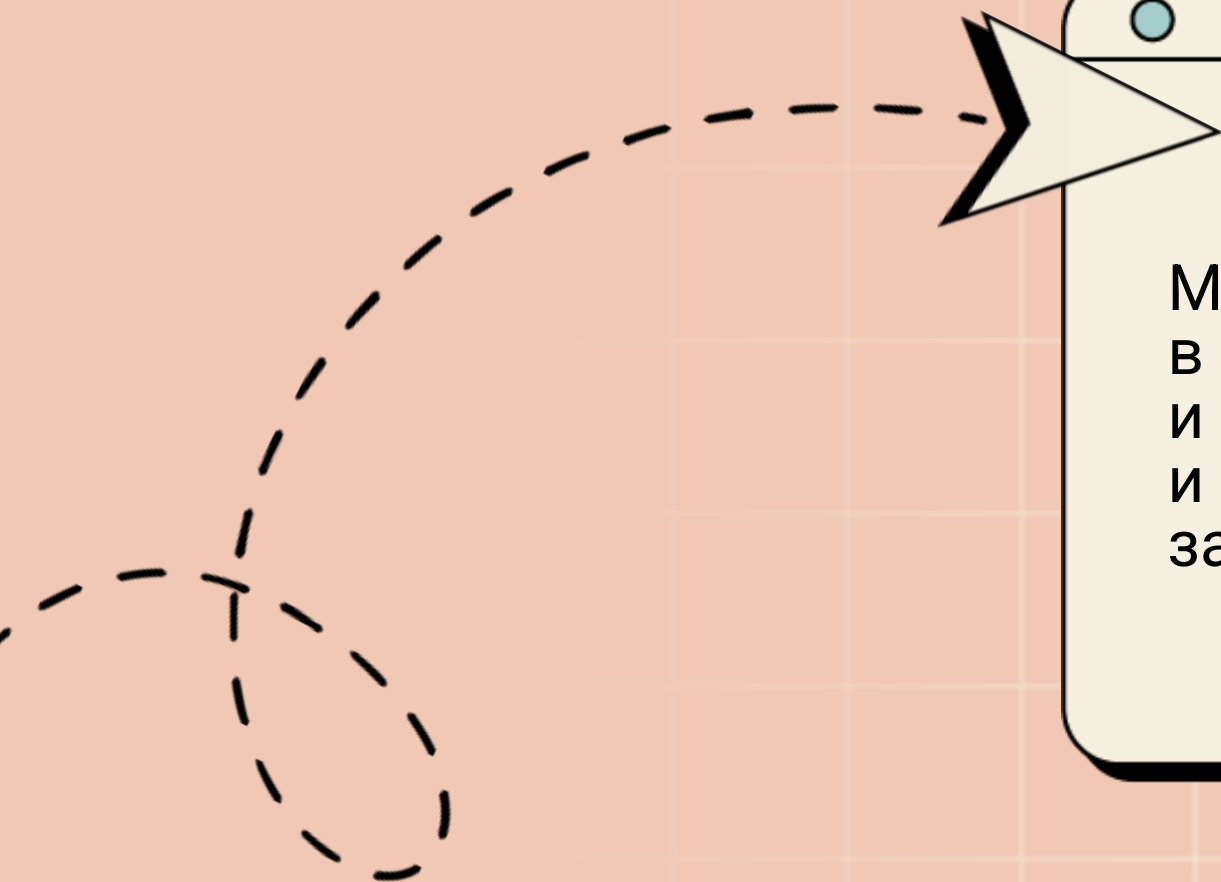
04 Работа с дробями

Если в уравнении есть дроби, обе части умножают на общий знаменатель. Так дробные коэффициенты исчезают, а решение становится проще и нагляднее.

05 Обязательная проверка

После нахождения корня его обязательно подставляют в исходное уравнение. Проверка показывает, не была ли допущена ошибка на каком-либо этапе решения.

Уравнение становится простым, когда действуем по шагам



Мы научились превращать сложные записи в линейные уравнения, находить неизвестное и проверять ответ. Эти приёмы пригодятся и на следующих уроках алгебры, и в практических задачах.