

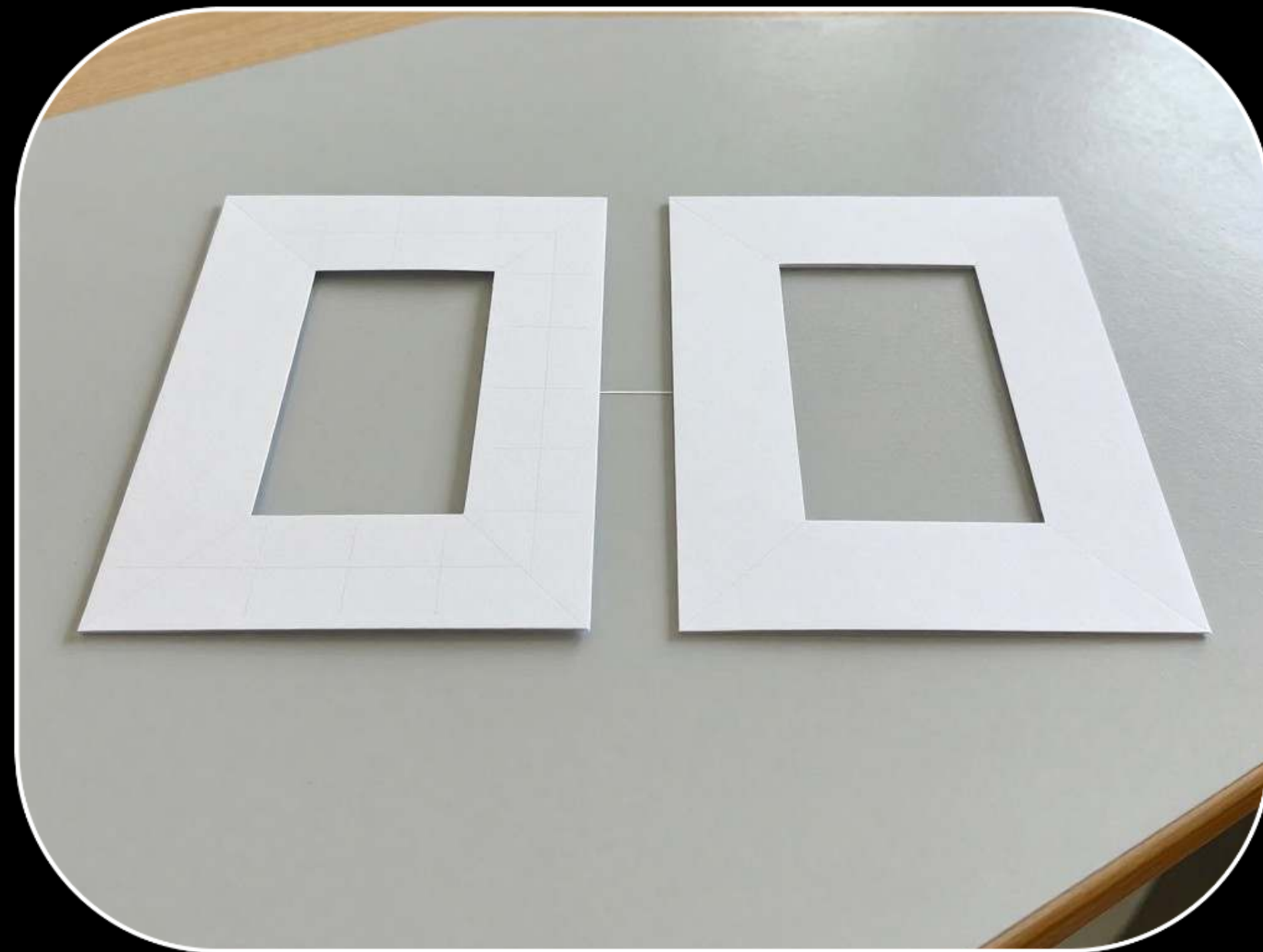
Параллельный перенос: основная идея и роль в геометрии

Сдвиг плоской фигуры на один и тот же вектор: сохраняются размеры, форма и взаимное расположение.



Где это пригодится в 11 классе

В 11 классе параллельный перенос помогает «читать» чертежи через векторы и координаты. Он используется при построении образов точек, отрезков и многоугольников, а также при разборе орнаментов и координатных моделей.



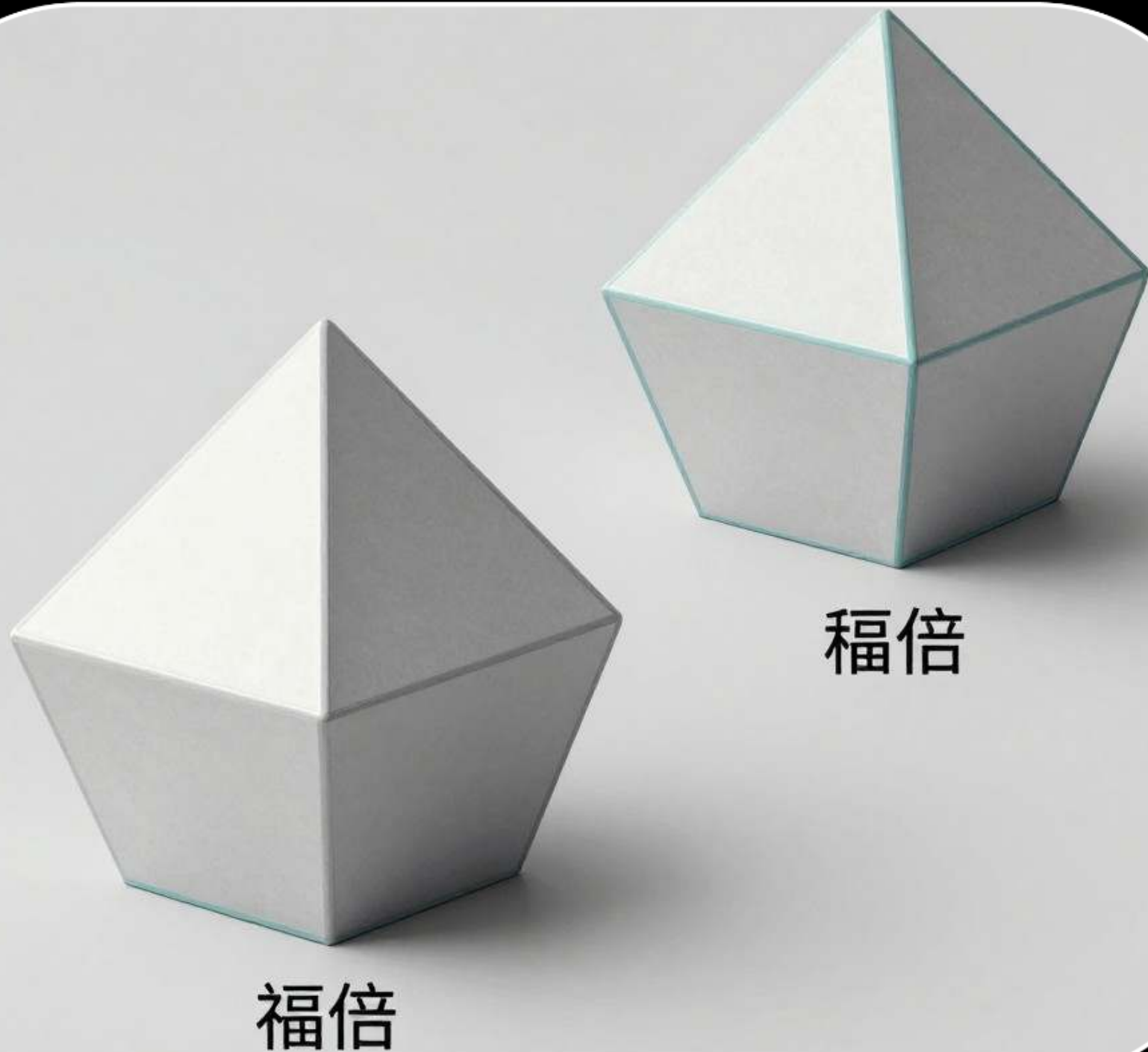
Определение параллельного переноса

Параллельный перенос — это отображение плоскости, при котором точка M переходит в M' так, что вектор MM' одинаков для всех точек.

Этот общий вектор задаёт смещение: все точки фигуры перемещаются на одно и то же расстояние в одном и том же направлении.

Преобразование не приводит к повороту, отражению и деформации: фигура просто смещается по плоскости, сохраняя своё геометрическое строение.

Вектор переноса как основа преобразования



Что задаёт вектор

Вектор переноса определяет направление и длину смещения, то есть как именно «поедет» каждая точка фигуры. На чертеже обычно показывают исходную фигуру, её образ и стрелку вектора.

Координаты вектора на плоскости

Если вектор равен $a(p; q)$, то координаты $(p; q)$ прямо определяют изменение положения точки: к её координате по x добавляется p , а по y — q . Этим же правилом пользуются для всех вершин.

Свойства параллельного переноса

Параметр	Как изменяется	Результат
Длины	не изменяются	Равенство размеров
Углы	не изменяются	Форма сохраняется
Площади	не изменяются	Нет растяжения
Параллельность	сохраняется	Параллельные линии
Ориентация	сохраняется	Порядок вершин

Параллельный перенос рассматривается как движение плоскости: в нём сохраняются ключевые геометрические характеристики фигуры.

Поскольку сохраняются длины, углы и площади, перенос не искажает фигуру: меняется только её положение в координатной плоскости.

Какие свойства сохраняет параллельный перенос

Длины Углы Площади
Параллельность Ориентация



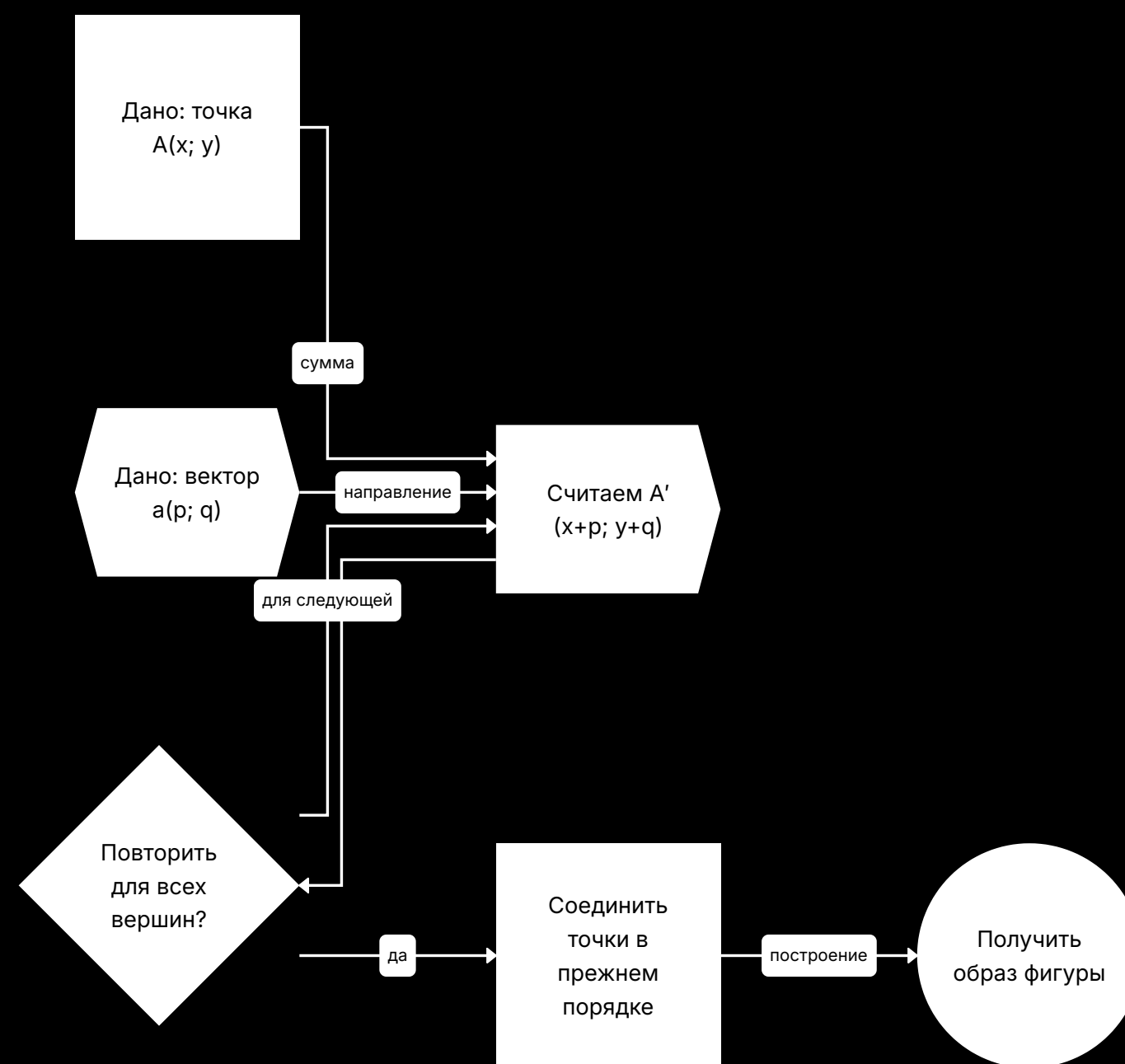
Диаграмма подчёркивает: перенос не «перекраивает» геометрию, а переносит её целиком, сохраняя все измеримые отношения.

Если при преобразовании сохраняются одновременно длины, углы, площади и параллельность, то образ однозначно равен исходной фигуре.

Сводные свойства движения плоскости (школьная планиметрия)

Построение образа точки и фигуры в координатах

Алгоритм параллельного переноса: к каждой координате прибавляются компоненты вектора



$$(x+p; y+q)$$

**Значит, положение точки
меняется одинаковым
образом по двум осям.**

Эта координатная запись превращает
графическое построение в
вычислительную задачу: образ любой
точки находится по простой формуле.

Пример переноса треугольника



- Треугольник ABC с вершинами $A(1;2)$, $B(4;2)$, $C(2;5)$ при переносе на вектор $(3;-1)$ переходит в $A'(4;1)$, $B'(7;1)$, $C'(5;4)$. Каждая вершина смещается одинаково.

- После построения новых точек получается треугольник $A'B'C'$, у которого стороны остаются равными и параллельными соответствующим сторонам исходного треугольника, а форма не меняется.

Проверка координат на конкретном примере

Наглядная проверка показывает, как работает правило: к абсциссе прибавляется p , а к ординате — q .

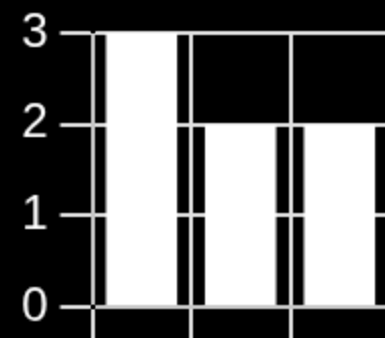
К каждой абсциссе прибавляется 3, а к каждой ординате прибавляется -1 ; поэтому все новые точки определяются однозначно.

Точка	Исходные координаты	Вектор (3;-1)	Новые координаты
A	(1;2)	→	(4;1)
B	(4;2)	→	(7;1)
C	(2;5)	→	(5;4)

Учебный пример на координатной плоскости

Параллельный перенос и другие движения плоскости

■ Сравнение преобразований по ключевым признакам



Параллельный перенос (длина, угол, ориентация)
Поворот (длина, угол, ориентация)
Осевая симметрия (длина, угол, ориентация)

В отличие от поворота и отражения, перенос не приводит к изменению ориентации фигуры. Кроме того, у него нет выделенной оси или центра преобразования.

Диаграмма показывает: сохраняются длины и углы у всех «движений», но ориентация фиксируется именно при параллельном переносе. Поэтому его легко распознать по направлению обхода вершин.

Равенство фигуры и её образа при переносе

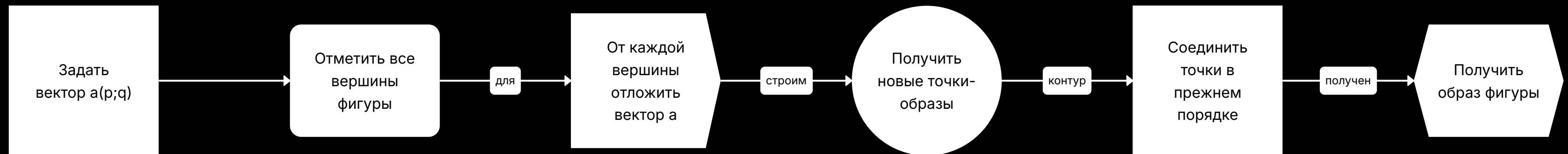
Если фигура перемещена на вектор, образ оказывается равен исходной фигуре: соответствующие стороны не только равны, но и параллельны, а соответствующие углы совпадают по величине.

Площади при параллельном переносе сохраняются, потому что фигура не деформируется. Это позволяет переносить рассуждения о прямоугольниках, параллелограммах и других многоугольниках на их образы.

Равенство фигур используется в задачах на построение образов и в координатных упражнениях: достаточно показать соответствие вершин и одинаковые размеры сторон, чтобы утверждать совпадение фигур.

Алгоритм переноса фигуры на заданный вектор

Пошаговый алгоритм построения образа при параллельном переносе на вектор $a=(p;q)$.



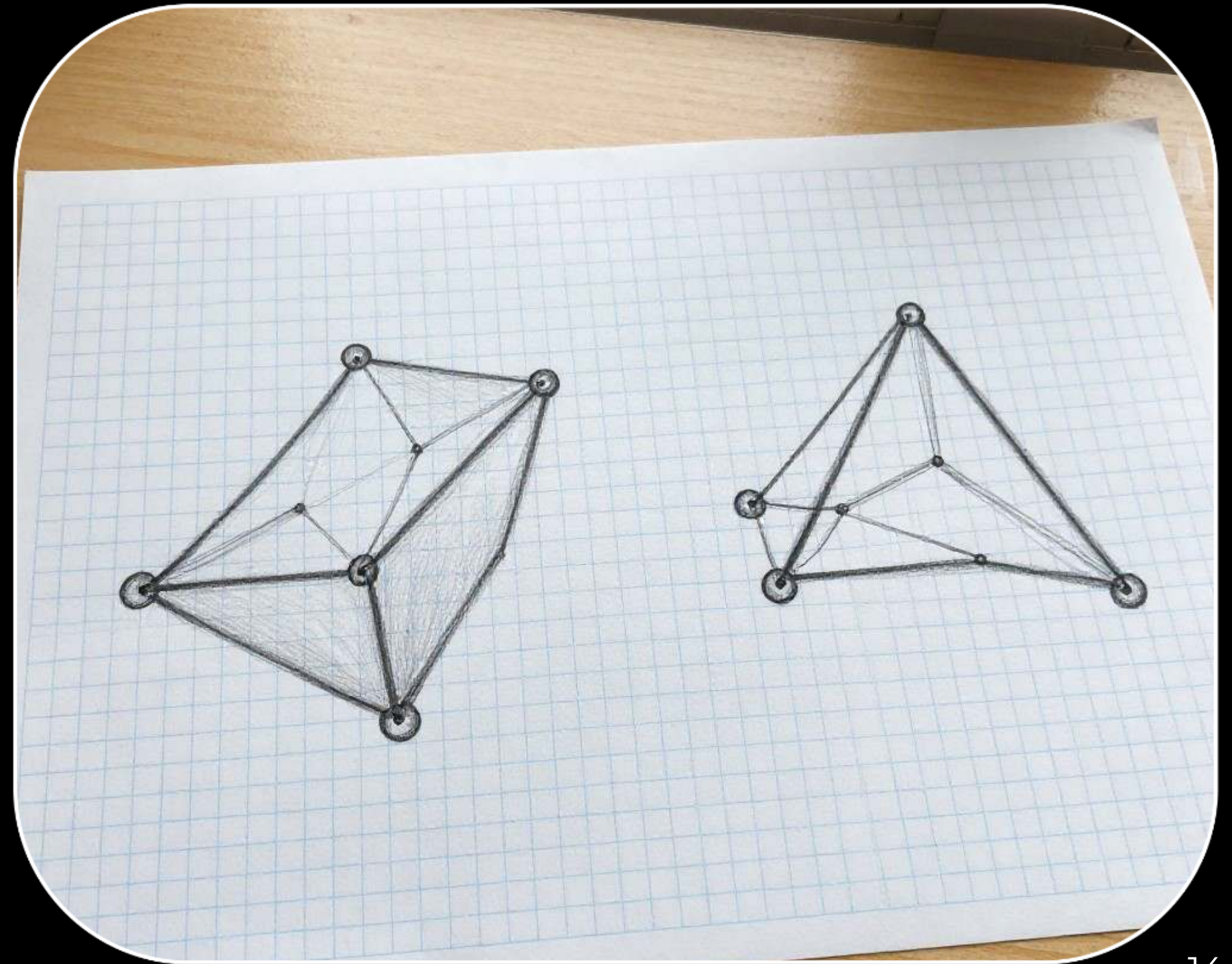
Параллельный перенос на клетчатой сетке

1

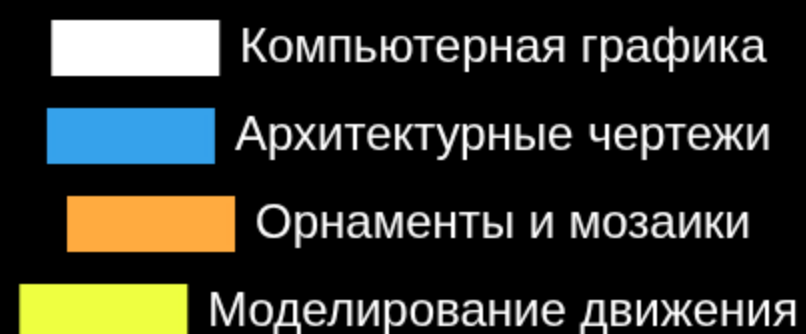
На клетчатой бумаге перенос читается как сдвиг: вправо или влево на k клеток, вверх или вниз на m клеток. При векторе $(k;m)$ движение получается по диагонали, а расстояние у каждого узла одинаковое.

2

Такой перенос удобно проверять «на глаз» и по координатам: относительное расположение точек и форма фигуры сохраняются. Поэтому образ узнаётся сразу, даже если контур приходится дорисовывать заново.



Где применяется параллельный перенос



В задачах и инженерных проектах перенос помогает копировать элементы без искажений: одинаковые детали можно размещать в регулярных местах, экономя время на повторных построениях.

Так как перенос сохраняет размеры и углы, его удобно использовать там, где важна повторяемость и стабильная геометрия. Это объясняет широкое распространение в чертежах и графике.

Типичные ошибки при решении задач на перенос

Первая ошибка — менять только одну координату точки: например, прибавить p к x , но забыть про q у y . Правильный перенос всегда учитывает обе координаты одновременно.

Вторая ошибка — спутать перенос с поворотом или осевой симметрией. При переносе форма и ориентация сохраняются, а при повороте или отражении меняются направление обхода и «развёртка» фигуры.

Третья ошибка — неверно определить знак координат вектора. Из-за этого образ строят в противоположном направлении, и соответствующие стороны перестают совпадать по координатным расчётам.

Мини-практикум: перенос точек по координатам

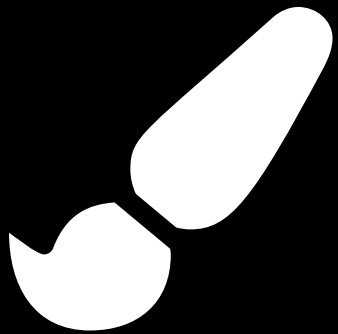
Точка	Вектор	Результат
P(-2;3)	(5;-4)	(3;-1)
Q(0;0)	(-1;6)	(-1;6)
R(7;-2)	(2;2)	(9;0)

В таблице показано, что для получения результата координаты новой точки вычисляются сложением координат исходной точки и координат вектора переноса.

Во всех строках видно одно правило: к каждой абсциссе прибавляется p , а к каждой ординате — q . Поэтому при корректном векторе результат проверяется однозначно.

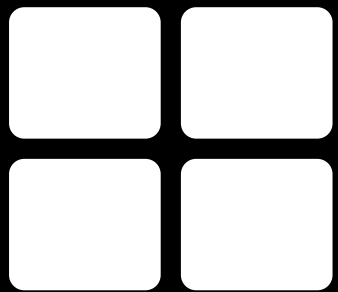
Вычисления по формуле параллельного переноса: $(x;y) \rightarrow (x+p;y+q)$.

Параллельный перенос в орнаментах и повторяющихся узорах



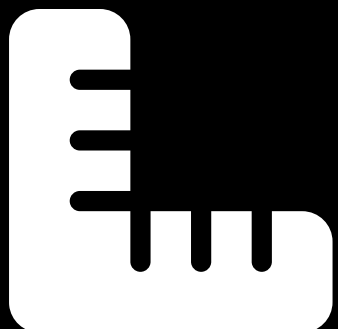
Ритм из повторяющихся мотивов

Последовательное размещение одного элемента по одинаковым векторам формирует ритм и регулярность. Мотив сохраняет форму, а композиция выглядит цельной благодаря повтору без искажений.



Плиточные узоры и мозаики

В мозаиках перенос помогает строить ряды плиток, которые стыкуются по контуру и совпадают по размерам. Это упрощает разметку и делает рисунок предсказуемым при любом масштабе.



Фризы и орнаменты на плоскости

Фризы часто строятся как «лента» из повторов: перенос сохраняет геометрию фрагмента и обеспечивает симметричную композицию. Поэтому узор воспринимается как упорядоченный.

Последовательные переносы одного и того же вектора



Если один и тот же перенос выполнить несколько раз, полученное смещение равно сумме векторов. Поэтому форма не меняется, а расстояние увеличивается пропорционально числу шагов.

График подчёркивает линейную зависимость итогового смещения от количества переносов: при k шагах результат масштаба соответствует $k \cdot a$. Это удобно для быстрой оценки без построений.

Параллельный перенос: просто сдвиг, но с математической точностью

Параллельный перенос — это перемещение фигуры на заданный вектор без изменения формы и размеров. Он сохраняет длины, углы, площади, параллельность и ориентацию, поэтому образ равен исходной фигуре.