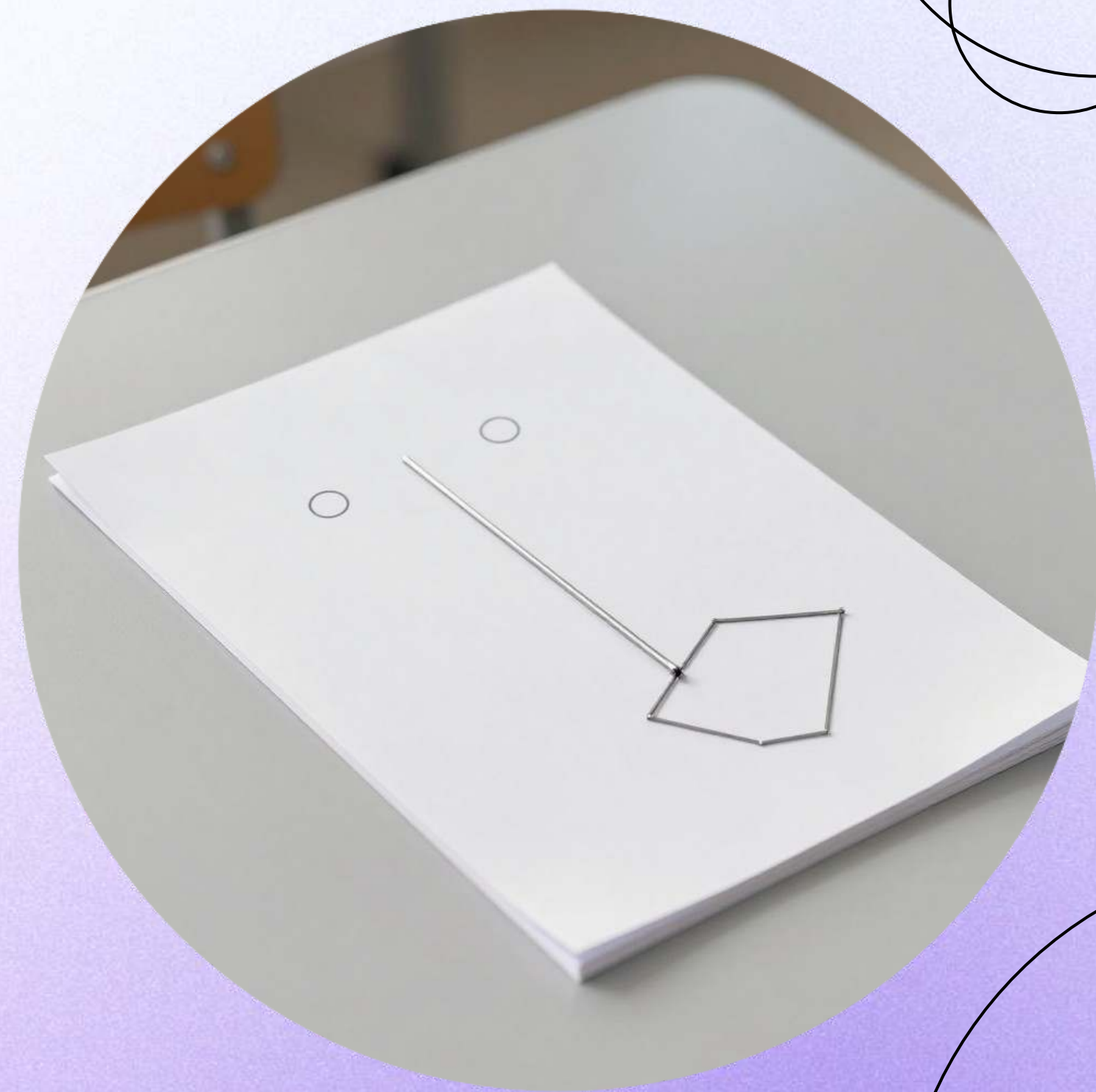


Расстояние между фигурами в геометрии

Сегодня научимся находить кратчайший путь между точками, прямыми и фигурами на чертеже.



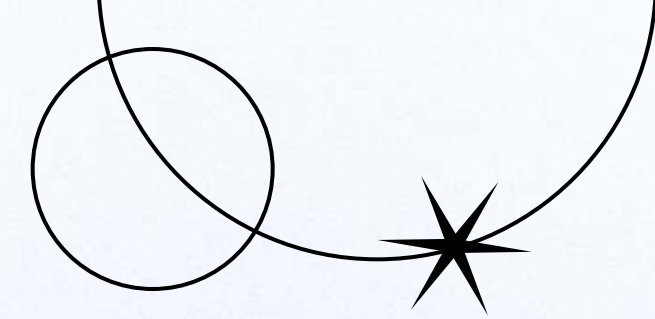


Зачем изучают расстояние между фигурами

Расстояние помогает сравнивать, насколько фигуры «раздвинуты» на чертеже, и выбирать правильный способ построения. В 7 классе это опирается на прямую, отрезок, луч и перпендикуляр. Также без него сложно читать планы, карты и координатную сетку.



Что называют расстоянием в геометрии



1

Расстояние между объектами — длина самого короткого отрезка, который соединяет эти объекты. Как правило, «короткий путь» находится не по произвольной линии, а по определённому правилу.

2

Если даны две точки, расстояние равно длине отрезка между ними, то есть AB . Если точка и прямая, измеряют по перпендикуляру: он даёт именно кратчайшее соединение.

3

Для параллельных прямых расстояние всегда одно и то же, какой бы точкой ни начать: оно равно длине общего перпендикуляра. Если фигуры пересекаются, расстояние считают равным 0.

Расстояние между двумя точками

1

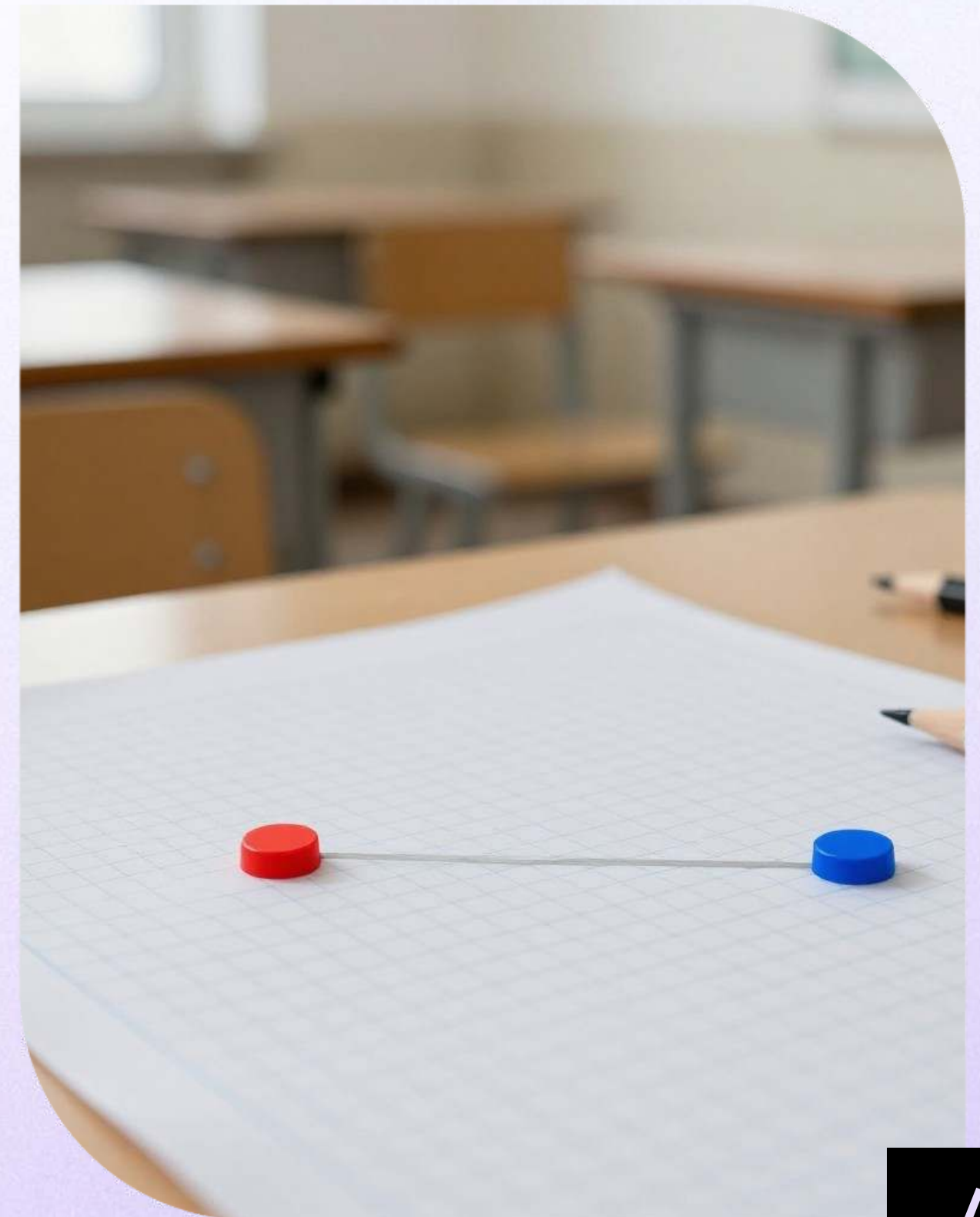
Обозначение и смысл

Расстояние между точками А и В обозначают как длину отрезка АВ. Если точки совпадают, отрезок имеет длину 0, значит и расстояние равно 0. Именно длина отрезка и есть ответ.

2

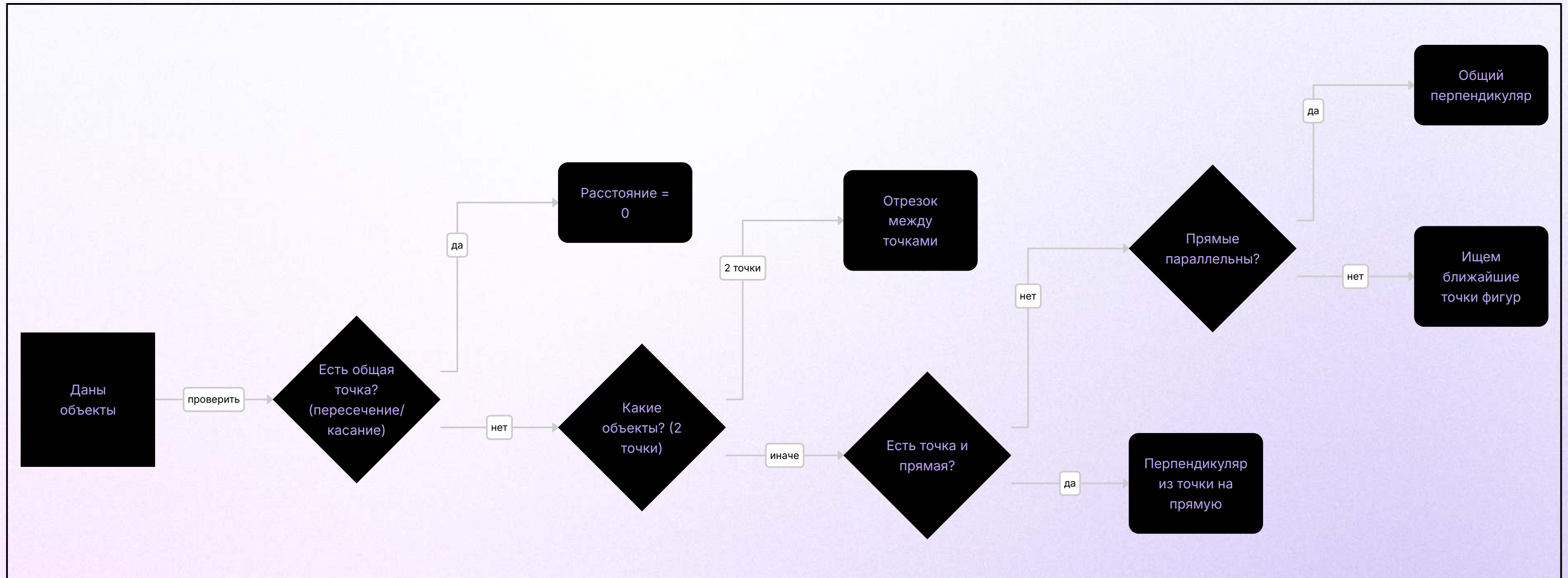
Как находят на бумаге и на координатах

На клетчатой бумаге удобно считать по клеткам: сначала выбирают направление и считают шаги, затем при необходимости проверяют линейкой. На координатной плоскости связь идёт через положение по горизонтали и вертикали, а на рисунке обычно соединяют точки отрезком.



Как выбрать способ нахождения расстояния

Сначала определяют объекты и их взаимное положение, затем находят кратчайший путь.



Расстояние от точки до прямой

1

Расстояние от точки до прямой равно длине перпендикуляра, опущенного из точки на прямую. Перпендикуляр — это самый короткий отрезок, который соединяет точку с прямой.

2

Если точка лежит на прямой, перпендикуляр получается «нулевой длины», поэтому расстояние равно 0. Так сразу видно, что объект касается или принадлежит прямой.

3

В задачах сравнивают перпендикуляр с наклонными отрезками: наклонные всегда длиннее. Поэтому перпендикуляр помогает находить именно кратчайшее расстояние.

Почему перпендикуляр самый короткий

На диаграмме видно: любой «обход» увеличивает длину. Перпендикуляр даёт минимальное значение среди всех показанных способов.

Раз перпендикуляр всегда меньше других путей, при решении задач его нужно строить первым, а наклонные линии использовать только для проверки.



★ Данные приведены из примера на слайде: 3 см, 4 см, 5 см.

Расстояние между параллельными прямыми



1

Расстояние между двумя параллельными прямыми — это длина любого перпендикуляра, проведённого от одной прямой к другой. Такой перпендикуляр называют общим перпендикуляром для параллельных прямых.

2

Все подходящие перпендикуляры имеют одинаковую длину: куда бы мы ни взяли точку на первой прямой, до второй получится одно и то же «отстояние». Поэтому расстояние можно считать постоянной величиной.

3

Если параллельные прямые совпадают, они имеют бесконечно много общих точек, и расстояние считают равным 0. То же значение будет, когда одна прямая фактически не отделена от другой.

4

Если прямые разные, расстояние не меняется на всём их протяжении. Оно не зависит от того, в какой части чертежа мы проводим перпендикуляр: величина сохраняется.

Основные случаи и как находят расстояние

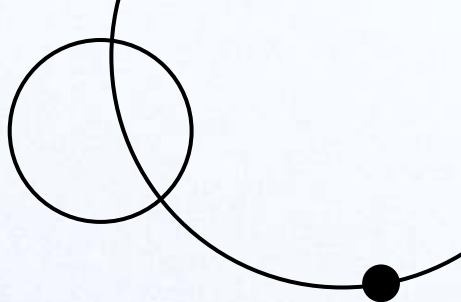


Таблица показывает: сначала определяют, как объекты расположены относительно друг друга, а затем выбирают способ измерения.

Случай	Какое расстояние
Две точки	Длина отрезка между точками
Точка и прямая	Перпендикуляр из точки на прямую
Две параллельные прямые	Общий перпендикуляр
Пересекающиеся прямые	0
Пересекающиеся фигуры	0

Главный принцип: сначала ищем взаимное положение объектов (пересекаются, касаются, параллельны), и только потом строим нужный кратчайший путь.

Расстояние между отрезками и лучами

- Если отрезки или лучи не пересекаются, расстояние находят между их ближайшими точками. Иногда это концы отрезков, а иногда точки, из которых можно опустить перпендикуляр на ближайшую часть фигуры.
- Для лучей важно учитывать направление: близость возможна только там, где части луча «тянутся вперёд». Поэтому при вычислении нужно внимательно смотреть, совпадает ли ближайшая точка с нужной частью луча, а не с его продолжением.



Расстояние между окружностями

1

У окружностей расстояние определяется их взаимным расположением. Если окружности пересекаются или касаются, то общая точка уже есть, поэтому кратчайшее расстояние между ними равно 0.

2

Если окружности не имеют общих точек, расстояние становится положительным. Тогда кратчайший путь — это отрезок между ближайшими точками окружностей, а не любая линия «на глаз».

3

Часто удобно использовать центры окружностей: расстояние между центрами сравнивают с радиусами. Так проще отличить ситуации внешнего и внутреннего расположения окружностей.

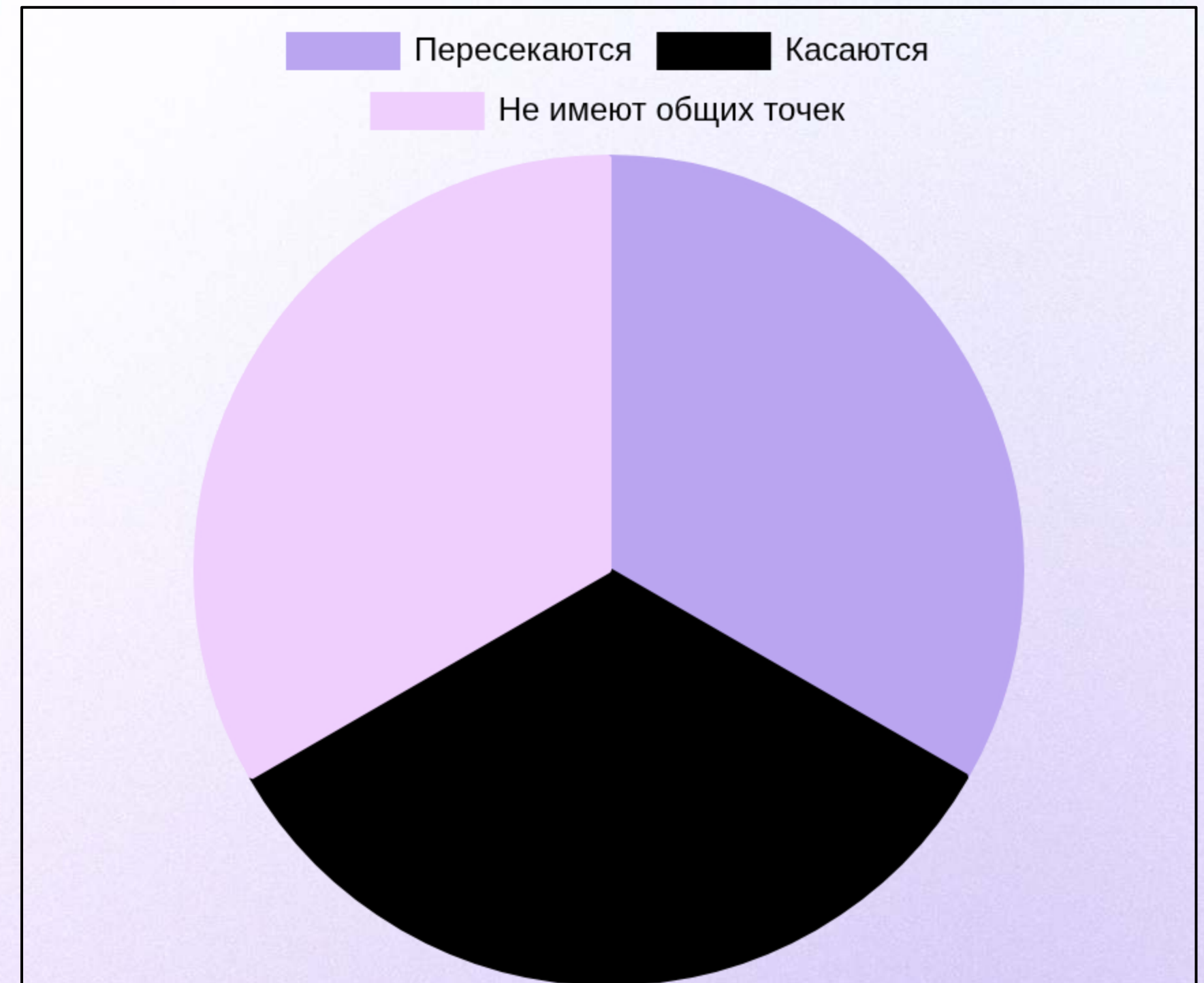
4

При внешнем расположении один круг «не заходит» в другой, и ответ получают по разности расстояния между центрами и радиусов. При внутреннем расположении ситуация меняется: окружность целиком внутри другой.

Взаимное расположение окружностей

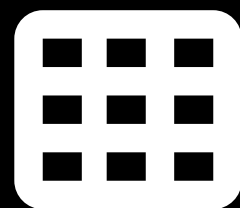
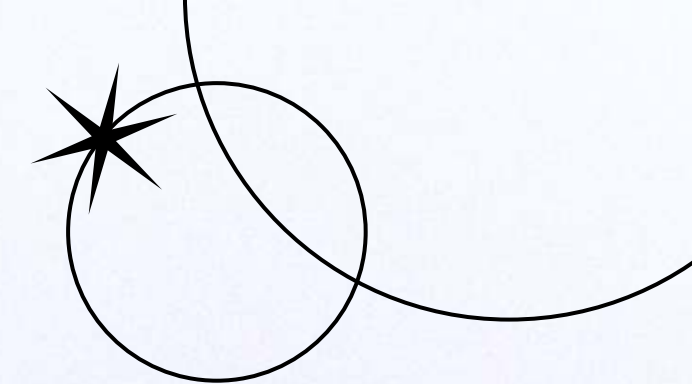
Диаграмма показывает связь между числом общих точек и расстоянием: пересечение и касание дают расстояние 0, а отсутствие общих точек — расстояние больше 0.

Если у окружностей есть хотя бы одна общая точка, кратчайшее расстояние равно нулю. Положительное расстояние возникает только при полном отсутствии общих точек.



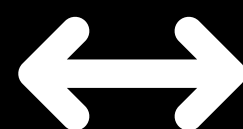
★ Схематическая диаграмма на основе классификации случаев (условные доли: 1–1–1).

Расстояние на координатной плоскости



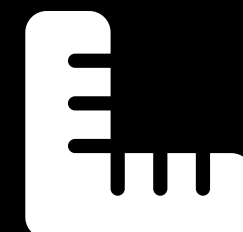
Расстояние по клеткам

Если точки расположены на линиях сетки, расстояние удобно находить по клеткам. Сначала считают, сколько шагов по горизонтали и вертикали нужно, затем сравнивают с длиной клеточного отрезка по масштабу.



Горизонтальный и вертикальный сдвиг

Для точки $A(x_1, y_1)$ и $B(x_2, y_2)$ рассматривают разности координат: $|x_2 - x_1|$ и $|y_2 - y_1|$. Эти величины показывают, какой путь по сетке соответствует перемещению между точками.



Роль прямоугольного треугольника

Когда отрезок между точками образует прямоугольный треугольник с осями, стороны становятся «соседними» и «противолежащими». Тогда расстояние выражают через длины этих сторон, используя геометрию треугольника.

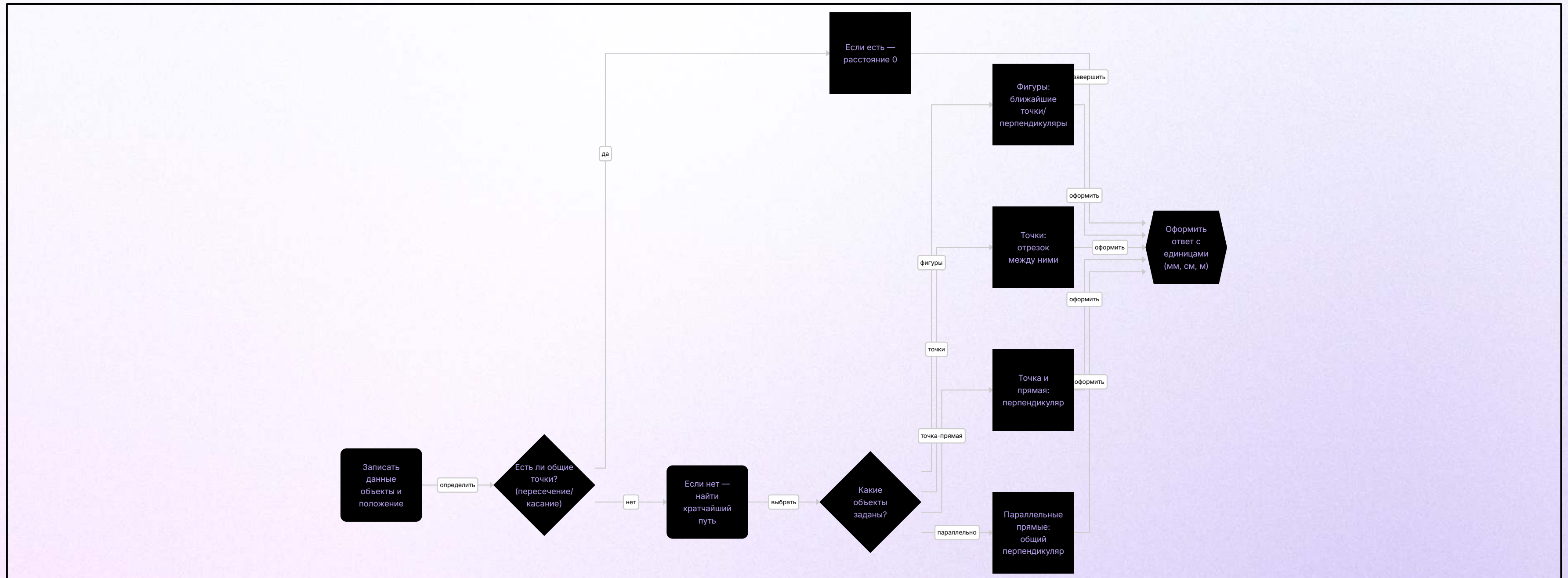


Чтение на чертеже и карте

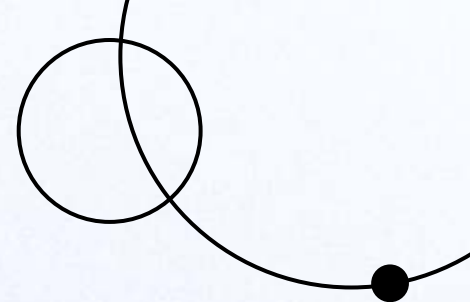
Умение переводить расстояние с координат в длины по чертежу помогает решать задачи из карт и схем. Вы видите, где проходят оси, и находите кратчайшие соединяющие отрезки.

Алгоритм решения задач на расстояние

Порядок действий при решении: определить объекты → выбрать кратчайший путь → применить подходящий геометрический инструмент.



Типичные ошибки в задачах на расстояние

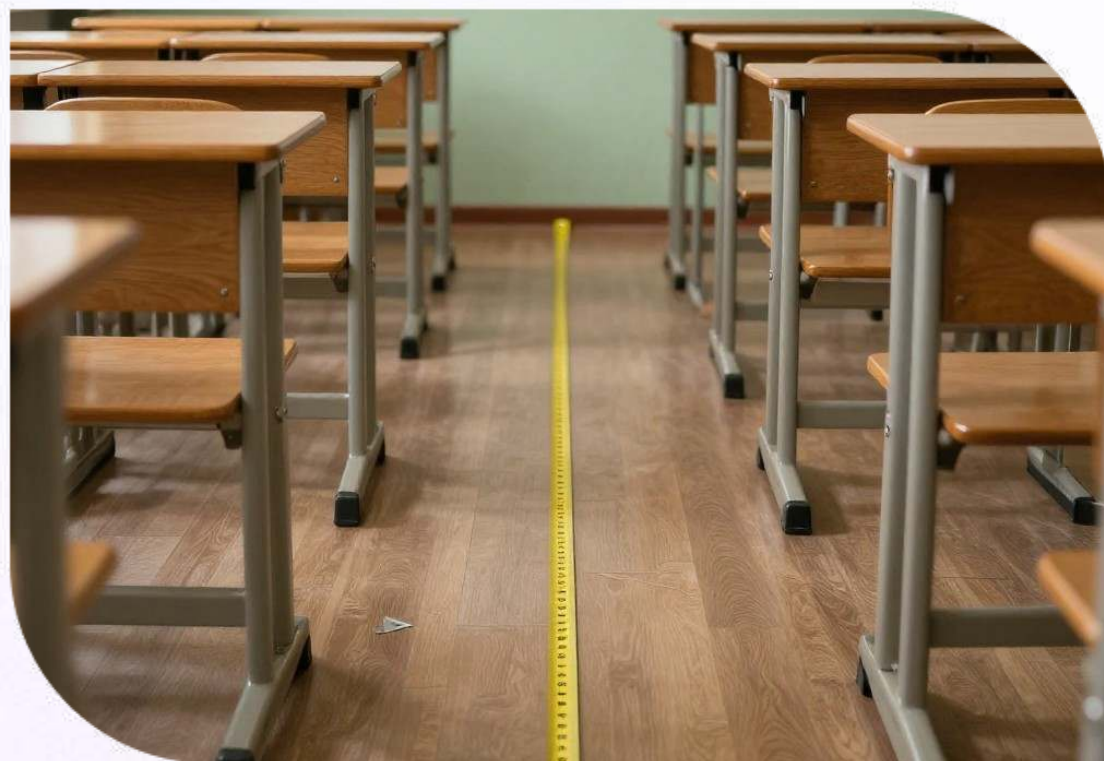
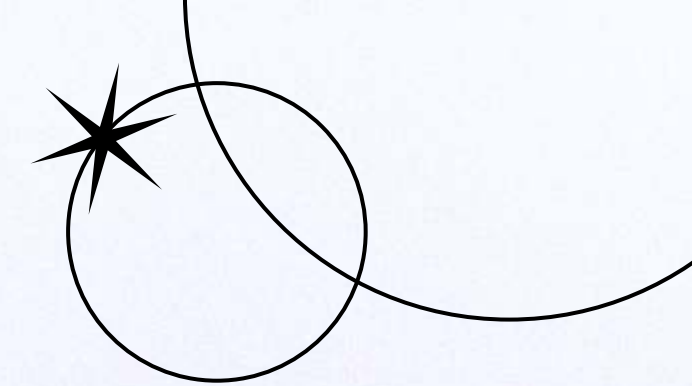


Ошибка	Почему так нельзя	Верное действие
По наклонной линии	Перпендикуляр всегда короче	Строить перпендикуляр к прямой
Пропуск случая пересечения	Если есть общая точка, расстояние 0	Сначала проверять пересечение/касание
Путаница радиуса и диаметра	Легко ошибиться в формулах и числах	Проверять, где нужен r , а где $2r$
Неверное чтение масштаба	Длина на чертеже не равна реальной	Сверять масштаб и переводить единицы
Выбор не той ближайшей точки	Кратчайший путь берётся не «по виду»	Искать пару ближайших точек или перпендикуляров

Таблица помогает быстро проверить ход решения: сначала найдите самый короткий отрезок между объектами, затем выполните измерение именно по этому отрезку.

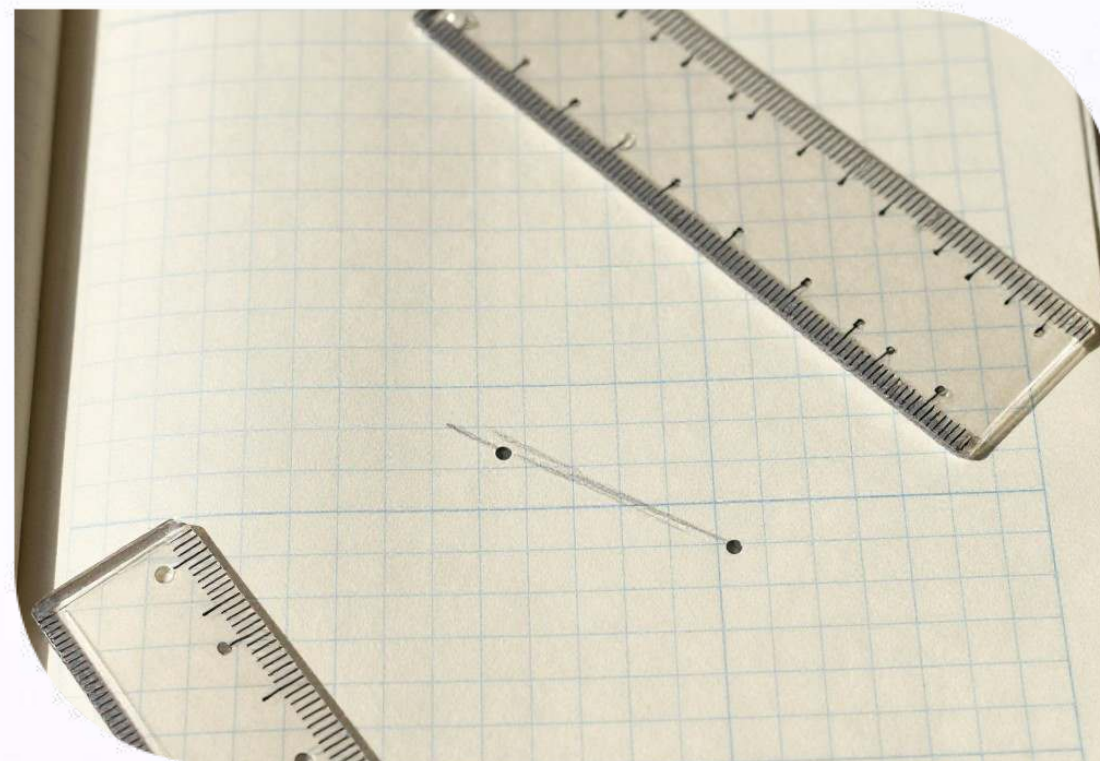
Главная закономерность: расстояние — это длина самого короткого соединяющего отрезка. Поэтому проверка «что именно является кратчайшим» почти всегда предупреждает остальные ошибки.

Примеры из школьной жизни и черчения



Расстояние между партами

На перемене школьный фотограф выбирает место, чтобы «свободный проход» был одинаковым. Если измерить расстояние между рядами парт, видно, что в задаче работает одна и та же идея: короткий путь задаёт расстояние между объектами. Обычно используют ленту и проверяют, куда падает перпендикуляр.



Линейки и клетки в тетради

Когда чертят схему с точками на клетках, расстояние удобно считывать по сетке. Достаточно посчитать сдвиг по горизонтали и вертикали, а затем соединить точки так, чтобы получился кратчайший отрезок. Геометрия помогает не путаться в сантиметрах и клетках при аккуратном построении.



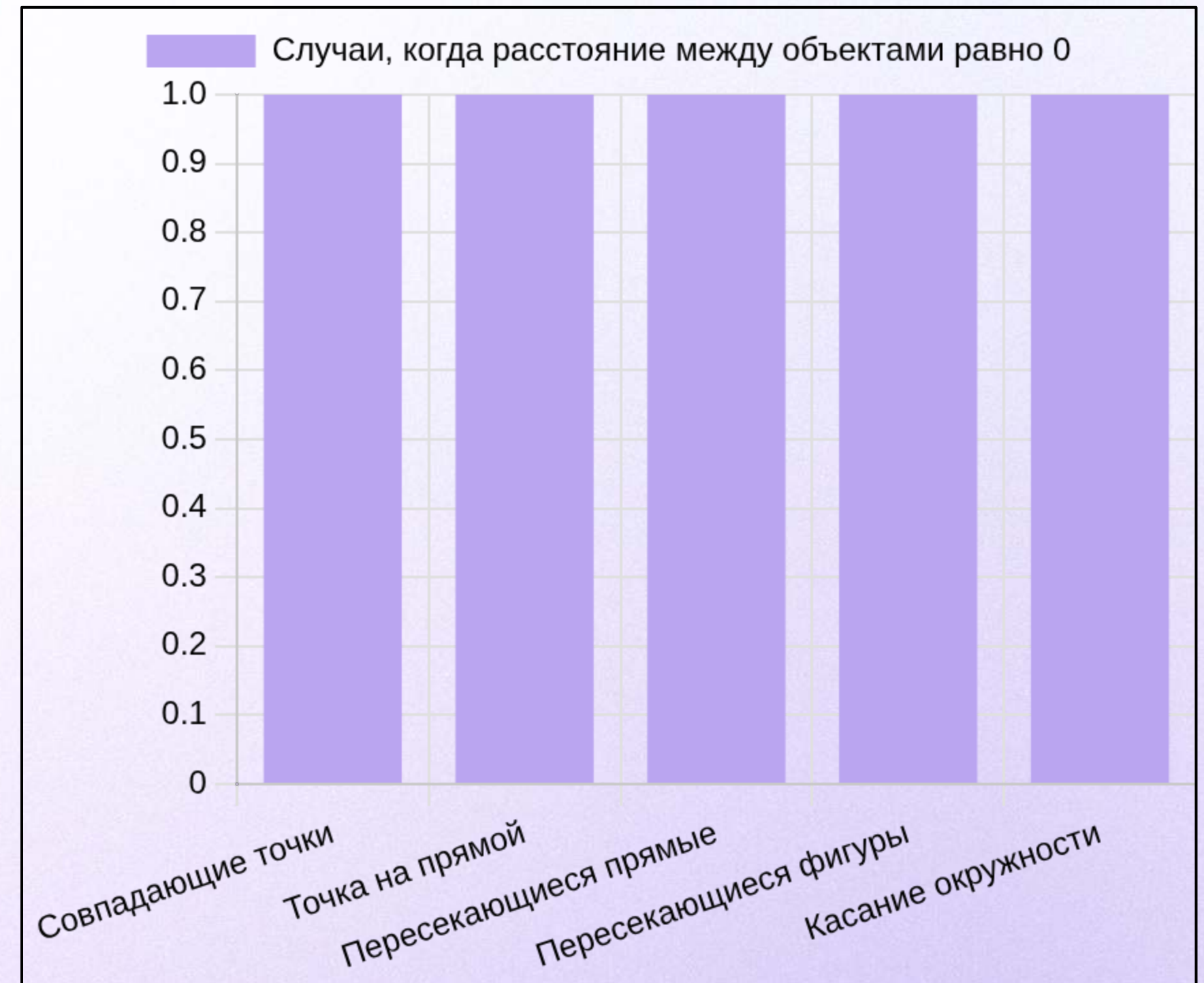
План класса и масштаб

На плане кабинета фигурой может быть дверь, окно или проход. Чтобы перенести измерения с листа в реальный размер, используют масштаб вроде 1:100 или 1:1000. Тогда сантиметры на бумаге переводятся в метры, а расстояние между элементами читается точнее.

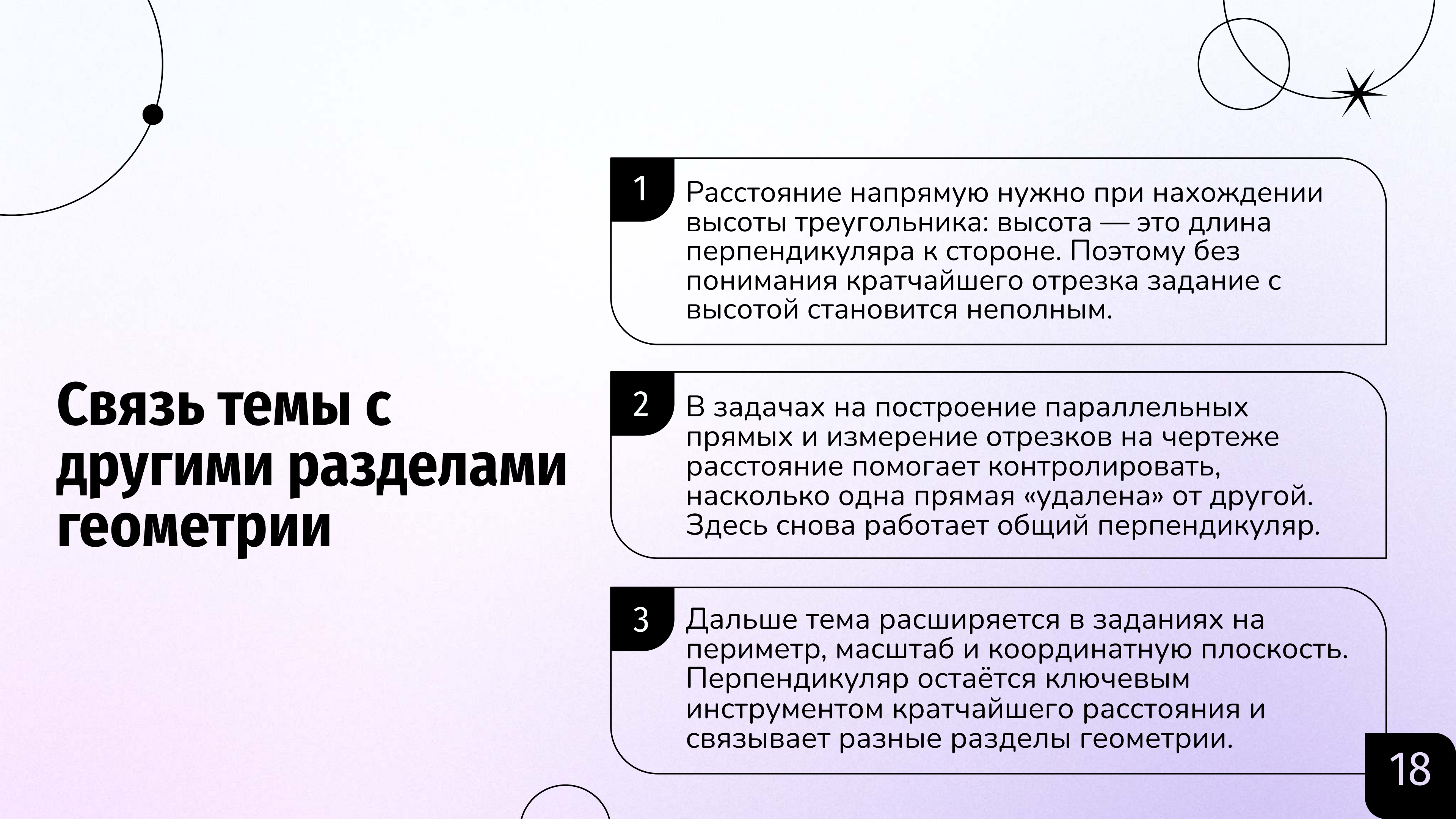
Когда расстояние равно нулю

Во всех перечисленных ситуациях у объектов есть хотя бы одна общая точка: пересечение или касание «занимает место» кратчайшего расстояния.

Нулевое расстояние означает не «маленькое», а именно равное нулю: общий элемент уже существует. Сначала проверяют пересечение или принадлежность точки объекту.



★ Классификация случаев из школьной темы; значения столбцов условные (категории, не измерения).



Связь темы с другими разделами геометрии

1

Расстояние напрямую нужно при нахождении высоты треугольника: высота — это длина перпендикуляра к стороне. Поэтому без понимания кратчайшего отрезка задание с высотой становится неполным.

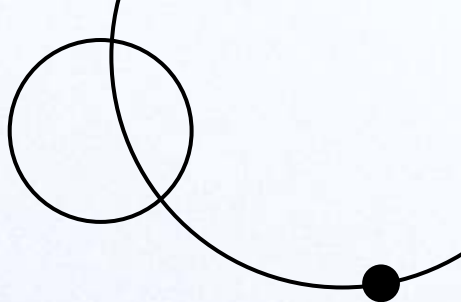
2

В задачах на построение параллельных прямых и измерение отрезков на чертеже расстояние помогает контролировать, насколько одна прямая «удалена» от другой. Здесь снова работает общий перпендикуляр.

3

Дальше тема расширяется в заданиях на периметр, масштаб и координатную плоскость. Перпендикуляр остаётся ключевым инструментом кратчайшего расстояния и связывает разные разделы геометрии.

Мини-практика с числами



Случай	Заданное расстояние	Кратчайший способ
Точки А и В	6 см	Отрезок АВ
Точка и прямая	4 см	Перпендикуляр
Параллельные прямые	3 см	Общий перпендикуляр
Пересекающиеся фигуры	0 см	Общая точка
Совпадающие точки	0 см	Тоже общая точка

Сравните случаи и отметьте, как изменяется метод нахождения: для точек, для точки и прямой, для параллельных прямых и при пересечении фигур.

Таблица показывает: сначала определяют взаимное положение объектов. Затем выбирают инструмент, который действительно даёт самый короткий соединяющий отрезок.

★ Сформированная учебная подборка примеров для отработки алгоритма.

Коротко о главном

Расстояние между фигурами — это длина кратчайшего отрезка между ними. Для двух точек берут отрезок, для точки и прямой — перпендикуляр, для параллельных — общий перпендикуляр. Если есть пересечение или касание, расстояние равно 0.