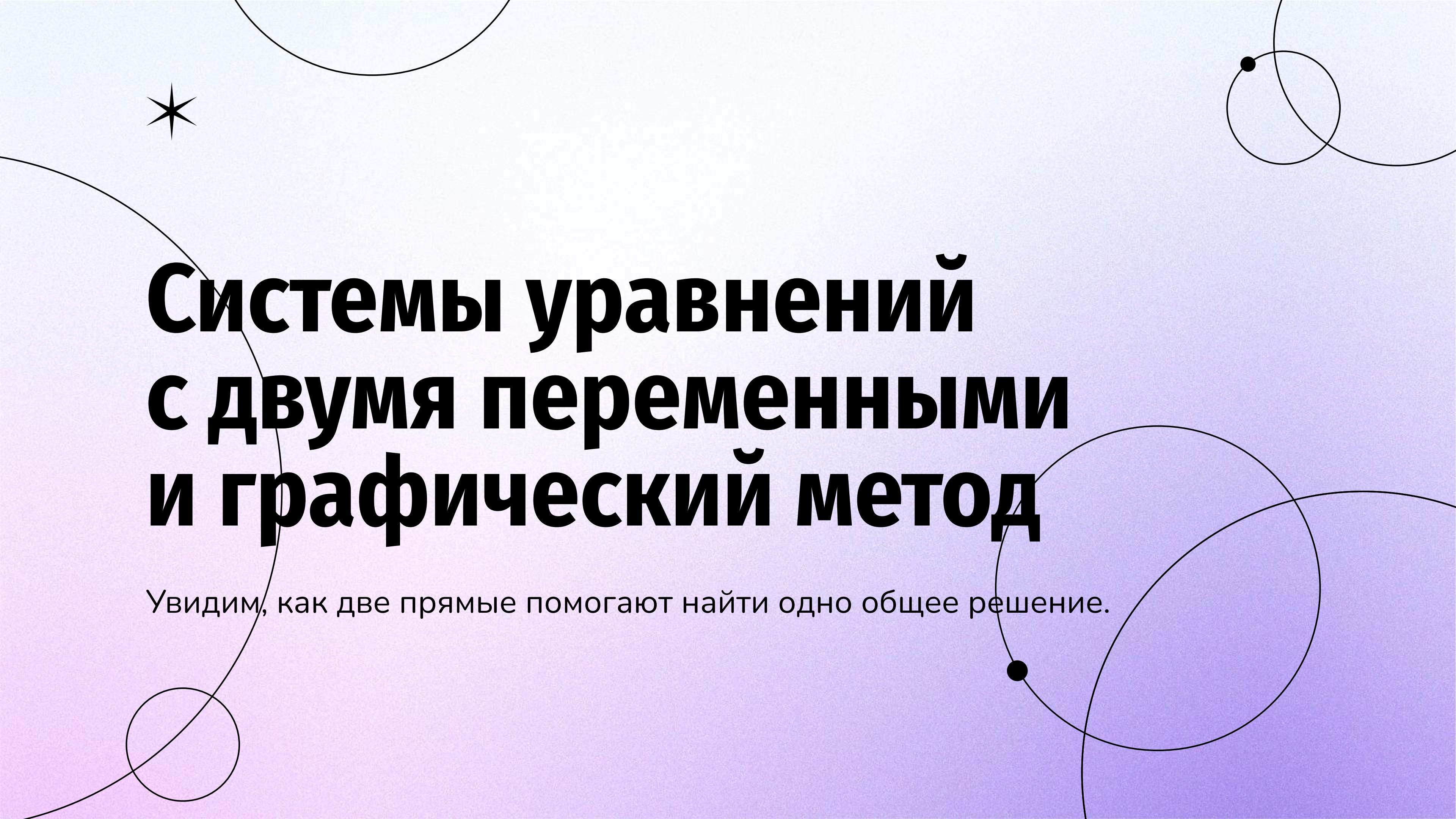




Системы уравнений с двумя переменными и графический метод

Увидим, как две прямые помогают найти одно общее решение.



Где помогают системы уравнений

Системы появляются в задачах про покупки, движение, работу и сравнение величин. Они показывают, как из двух условий найти неизвестные и связать вычисления с координатной плоскостью и графиками прямых.



Уравнение с двумя переменными

- **Две неизвестные**

Такое уравнение содержит две буквы, чаще всего x и y . Подходящей считается не одна величина, а пара чисел, которая делает равенство верным.

- **Пример решения**

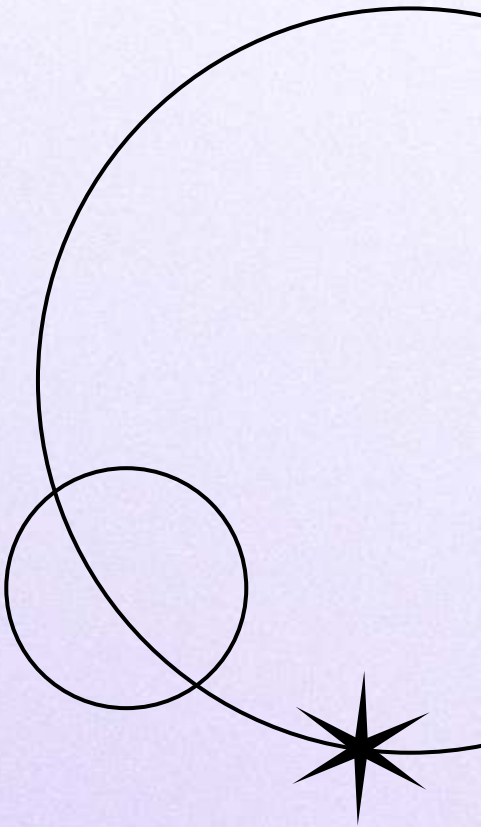
Для уравнения $x + y = 5$ подходят пары $(1; 4)$, $(2; 3)$, $(0; 5)$ и многие другие. Каждая пара показывает одну точку на координатной плоскости.

- **Множество точек**

Если подобрать все пары чисел, удовлетворяющие уравнению, получится множество точек. Именно они образуют график уравнения и показывают его на плоскости.

- **График уравнения**

График помогает увидеть, как связаны x и y . Для линейного уравнения все такие точки лежат на одной прямой линии.



Что такое система двух линейных уравнений

1

Два уравнения

Система записывается фигурной скобкой и объединяет два уравнения с одними и теми же переменными. Оба равенства должны быть верными одновременно.

2

Одна координатная плоскость

Каждое линейное уравнение можно изобразить на одной и той же плоскости. Его график всегда является прямой линией.

3

Общая точка

Решением системы считается точка, которая принадлежит обоим графикам сразу. Только её координаты подходят каждому уравнению одновременно.

4

Главная идея

Если прямые имеют общую точку, система решается. Если общих точек нет или прямые совпадают, ответ определяется по их взаимному расположению.

Как выглядит график линейного уравнения

Таблица значений

Сначала выбирают несколько значений x и находят соответствующие значения y . Такая таблица помогает быстро получить точки для построения графика.

Построение точек

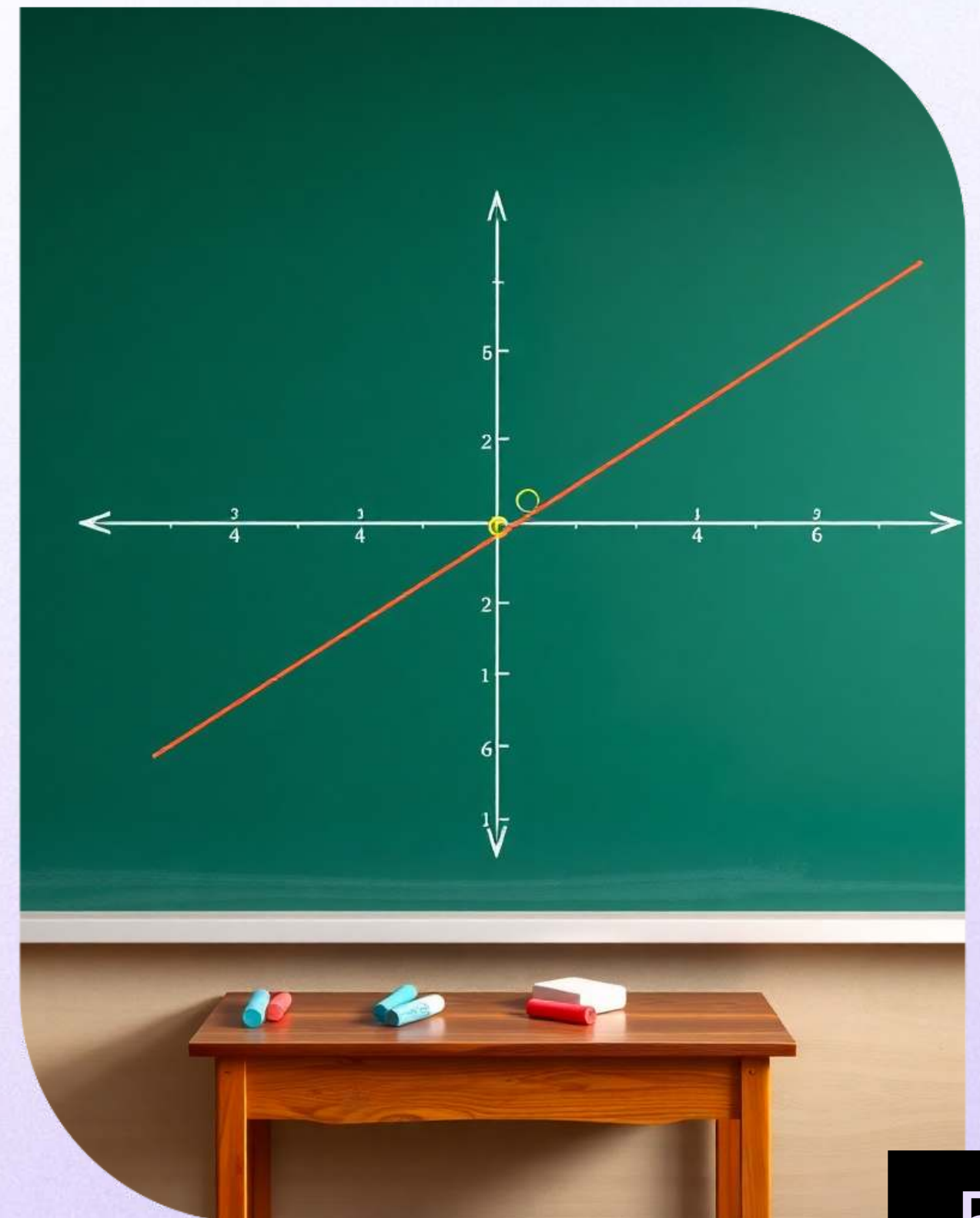
После вычислений точки отмечают на координатной плоскости. Достаточно двух точек, чтобы провести прямую, но несколько точек делают построение аккуратнее.

Вид прямой

У прямой можно заметить, где она пересекает оси и как она наклонена. По этим признакам легче сравнивать два линейных уравнения.

Связь с ответом

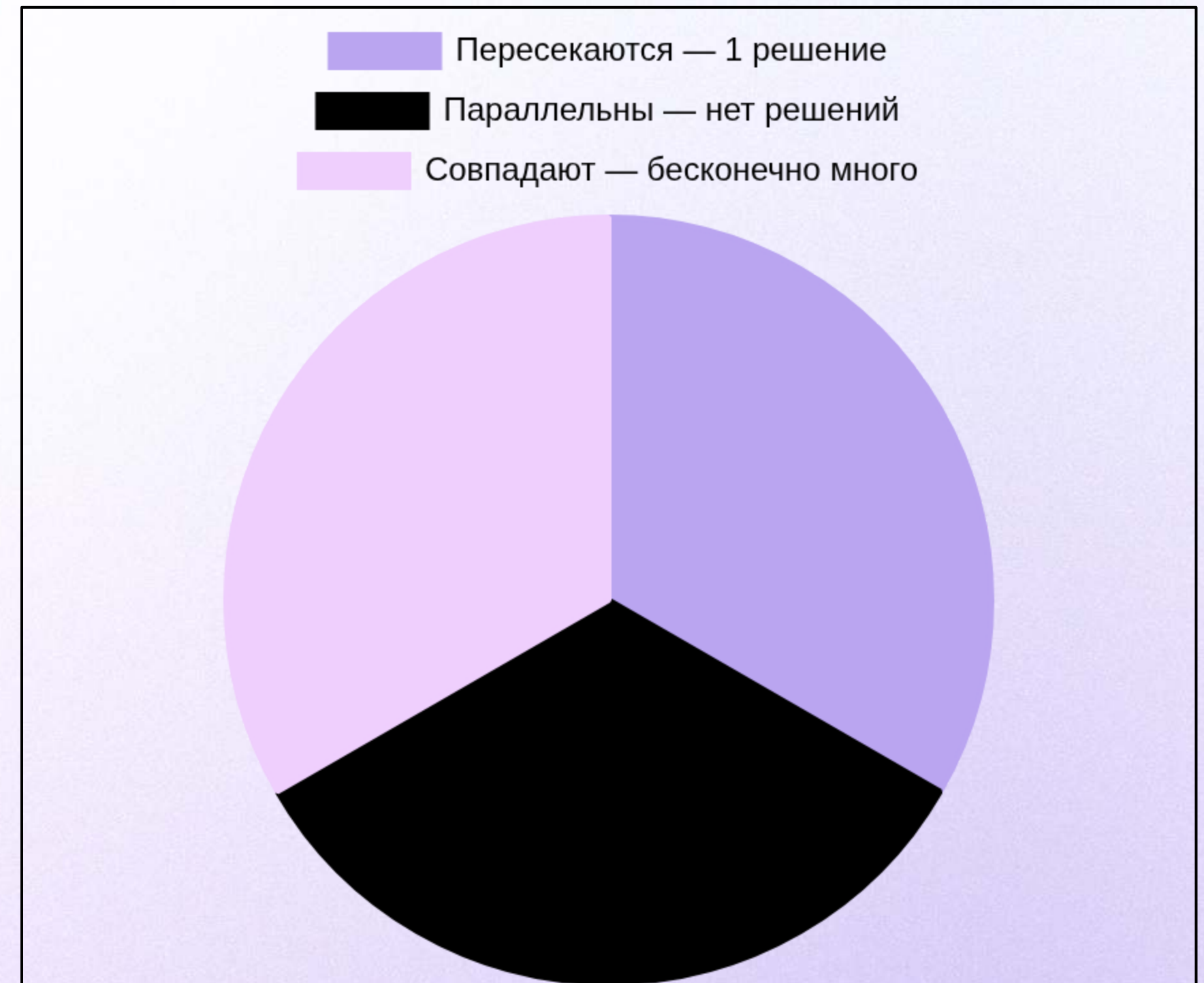
Если построить графики двух уравнений на одной плоскости, станет видно, есть ли у них общая точка. Именно она даёт решение системы.



Сколько решений может иметь система

На рисунке одинаково важны все три случая: пересечение, параллельность и совпадение. Они полностью описывают возможные ответы для системы двух линейных уравнений.

Число решений определяется не уравнениями по отдельности, а тем, как их графики расположены друг относительно друга.



★ Свойства линейных уравнений с двумя переменными; школьный курс алгебры, 7 класс.

Вид $y = kx + b$

1

Удобная запись

Линейное уравнение часто записывают в виде $y = kx + b$. В этой форме сразу видно, как зависит y от x .

2

Смысл k

Коэффициент k показывает наклон прямой. Если k положительный, прямая поднимается слева направо, а если отрицательный — опускается.

3

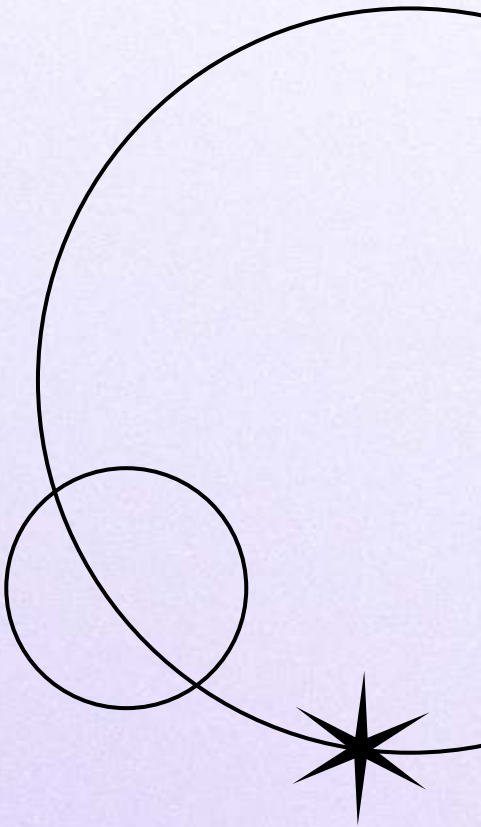
Смысл b

Число b показывает, где прямая пересекает ось y . Это помогает быстро начать построение графика и сравнивать разные прямые.

4

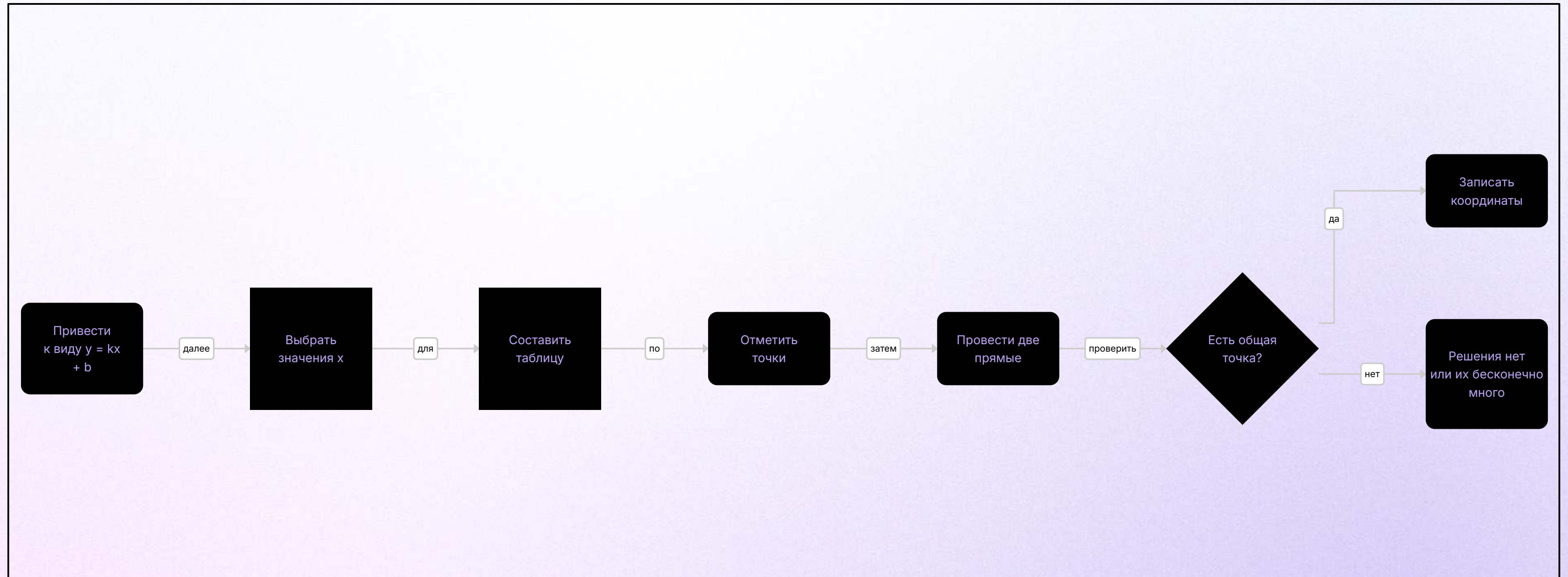
Сравнение прямых

Если у двух прямых одинаковый k , их наклон одинаков. При разных b они параллельны, а при одинаковых k и b совпадают.



Шаги графического метода решения

Последовательность построения и чтения графиков двух линейных уравнений



Почему точка пересечения является ответом

- **Общее положение**

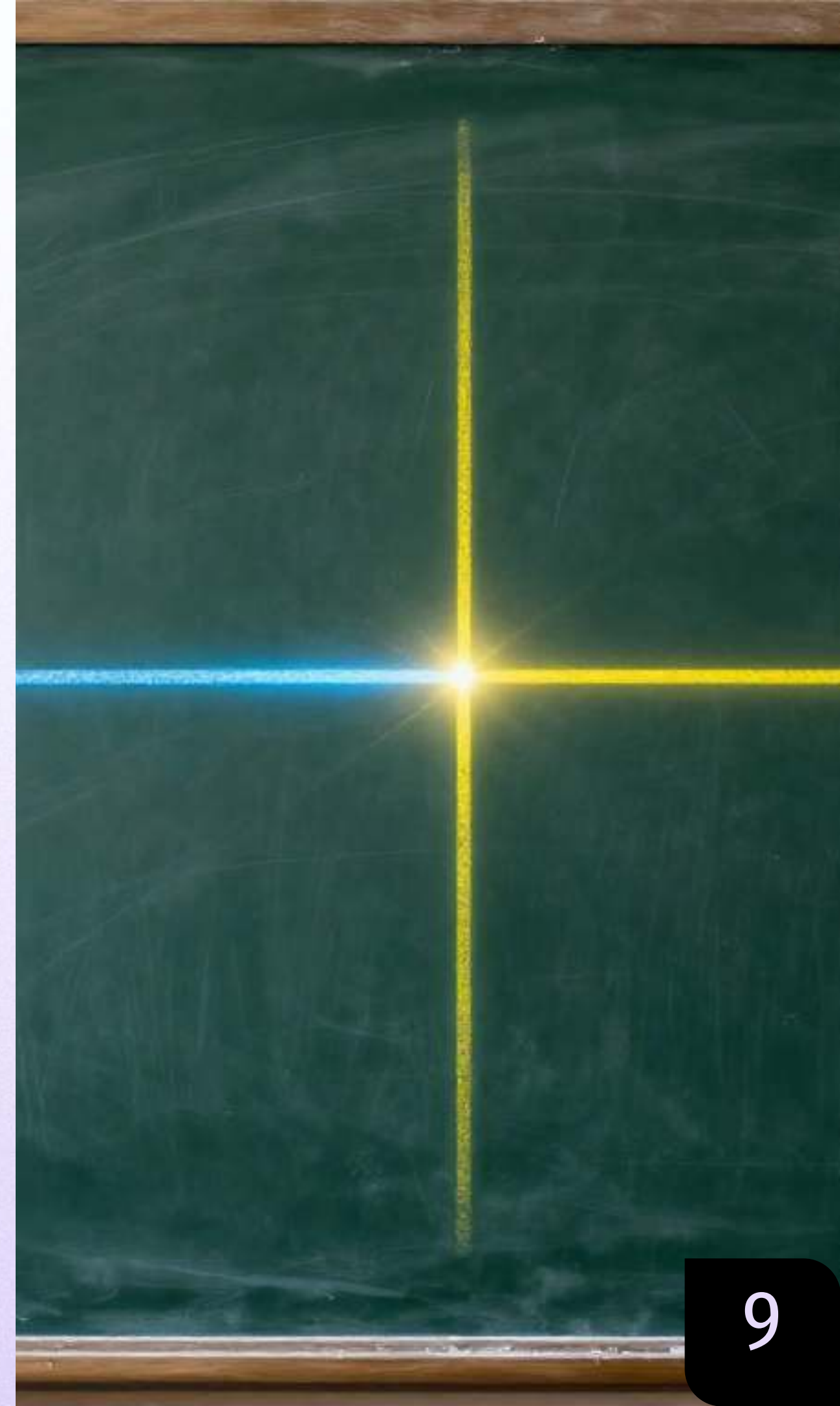
Точка пересечения лежит сразу на двух прямых. Значит, её координаты одновременно удовлетворяют обоим уравнениям и подходят системе целиком.

- **Одно решение**

Если на графике есть ровно одна общая точка, система имеет единственное решение. Именно поэтому график позволяет сразу увидеть ответ.

- **Нет общих точек**

Когда прямые не пересекаются, общих точек у них нет. Тогда не существует пары чисел, которая подошла бы обоим уравнениям сразу.



Три случая для двух прямых

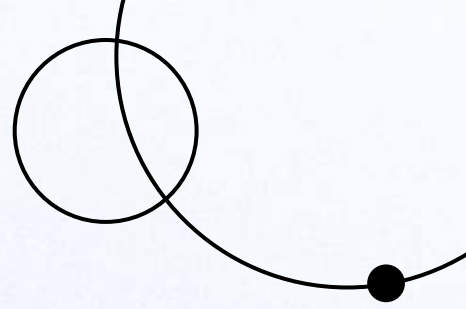


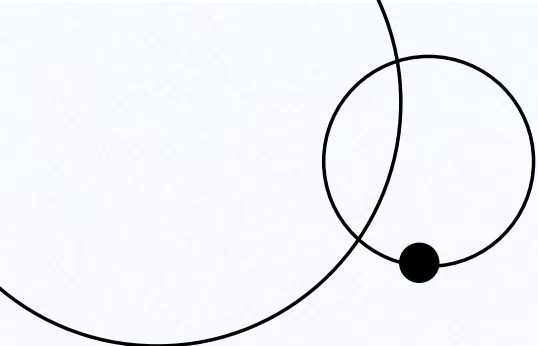
Таблица показывает, как по графику быстро определить число решений системы и сделать вывод без лишних вычислений.

График	Решение	Вывод
Пересекаются	Одно	Одна общая точка
Параллельны	Нет	Общих точек нет
Совпадают	Много	Бесконечно много

Взаимное расположение прямых сразу сообщает, сколько решений имеет система: одно, ни одного или бесконечно много.



Свойства линейных уравнений с двумя переменными; школьный курс алгебры, 7 класс.



1

точка пересечения
даёт единственное
решение системы

Для системы $y = x + 1$ и $y = -x + 5$ график сразу
показывает ответ
без сложных вычислений.

✦ Пример по уравнениям из условия

Проверка найденной точки

1

Подставьте координаты

Возьмите координаты точки пересечения и подставьте их в первое уравнение. Если равенство выполняется, первая часть проверки пройдена без ошибок.

2

Проверьте второе уравнение

Затем те же координаты подставьте во второе уравнение системы. Оба равенства должны быть верны одновременно, иначе точка не подходит.

3

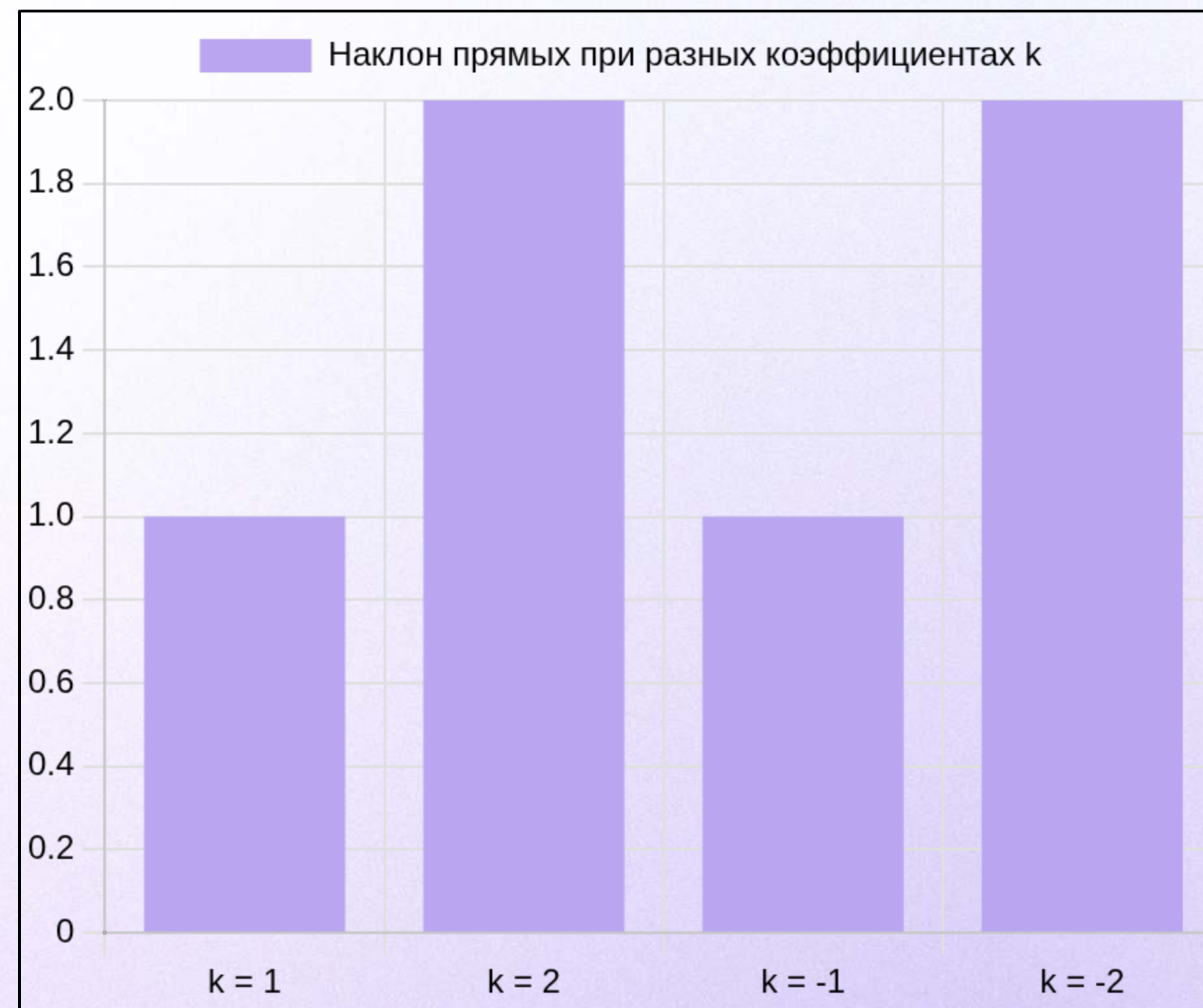
Сделайте вывод

Если оба уравнения выполняются, найденная точка действительно является решением системы. Такая проверка особенно полезна, когда координаты получаются дробными или не лежат на клетках.

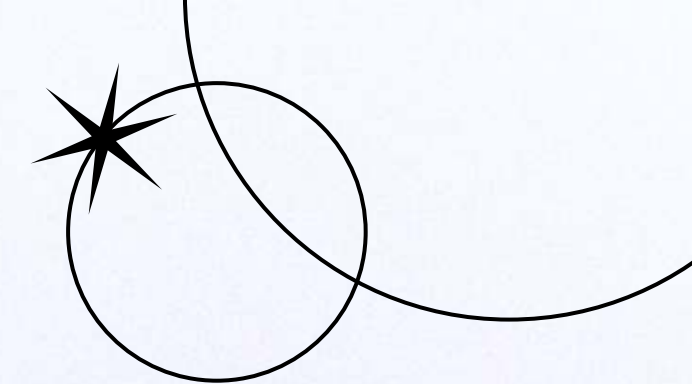
Как наклон прямых связан с коэффициентом k

На рисунке сравниваются прямые с разными значениями k . Знак коэффициента показывает направление, а модуль — насколько резко поднимается или опускается прямая.

Чем больше $|k|$, тем круче наклон; положительный k даёт подъём, отрицательный — спуск. Одинаковый k означает одинаковый наклон прямых.

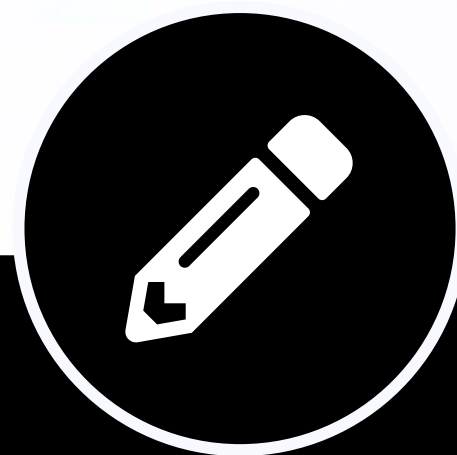


Почему графический метод не всегда точен



Зависит от масштаба

Если клетки на координатной плоскости слишком крупные, точку пересечения трудно определить точно. Тогда ответ может быть лишь приблизительным, особенно при близких значениях координат.



Требует аккуратности

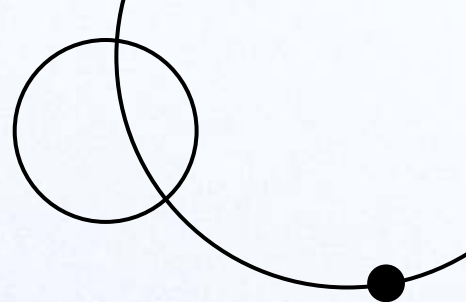
Небольшая ошибка при построении прямой сразу влияет на результат. Поэтому важно точно отмечать точки, проводить линии по линейке и не пропускать деления на осях.



Неудобен для сложных чисел

При дробных координатах или больших значениях график читать сложнее. В таких случаях метод помогает понять идею, но для точного ответа часто нужна дополнительная проверка.

Преимущества и ограничения графического способа



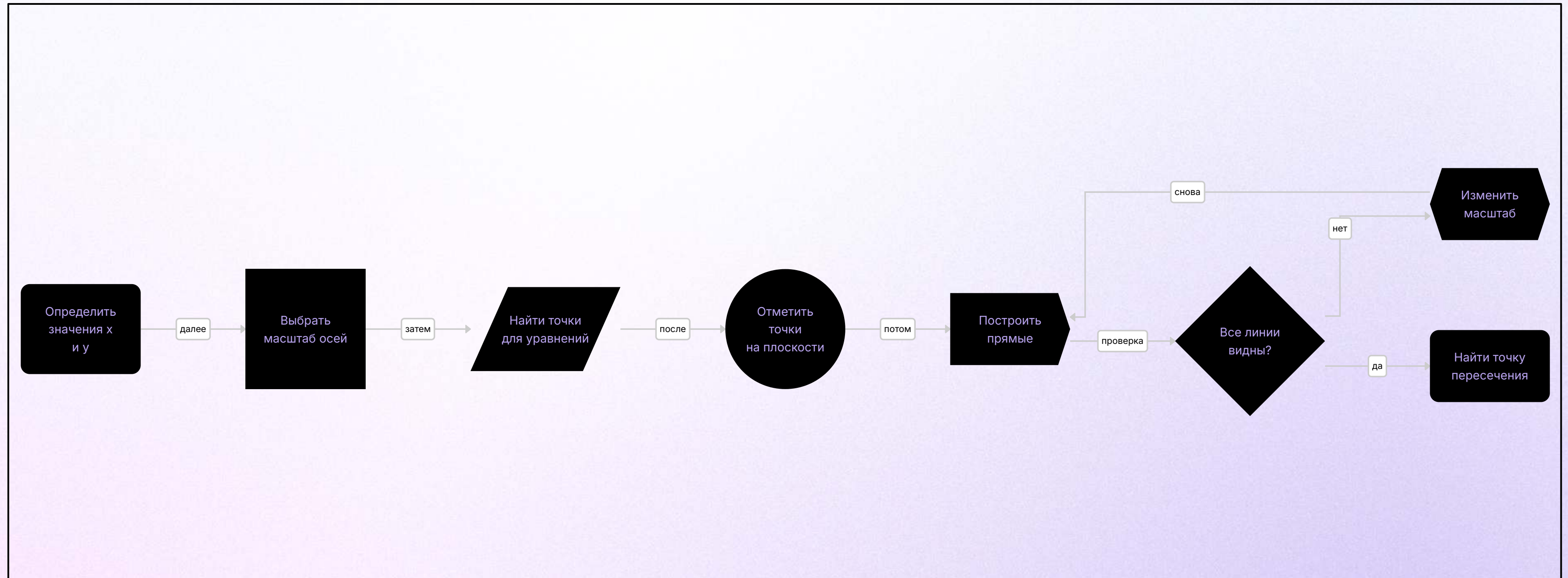
Сторона	Плюс/минус	Краткий вывод
Преимущество	Наглядность	Видно число решений
Преимущество	Быстрая проверка	Легко заметить пересечение
Ограничение	Погрешность	Ответ может быть неточным

Сравнение показывает, когда графический метод особенно полезен, а когда его точности может не хватить.

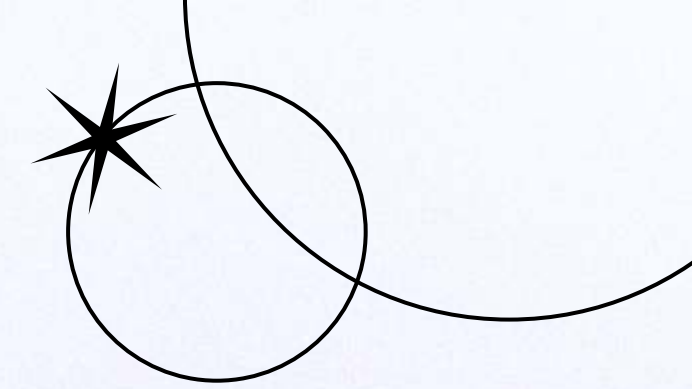
Метод хорошо подходит для понимания смысла системы и первых задач. Но при сложных координатах его нужно дополнять проверкой или другим способом решения.

Как выбрать масштаб и построить график

Последовательность построения графика по школьному алгоритму



Реальная задача из школьной жизни



Тетради и ручки

На столе два вида школьных принадлежностей, а цены неизвестны. Из двух покупок можно составить систему уравнений и выяснить стоимость каждой вещи отдельно. Такой сюжет легко представить и удобно изобразить на графике.



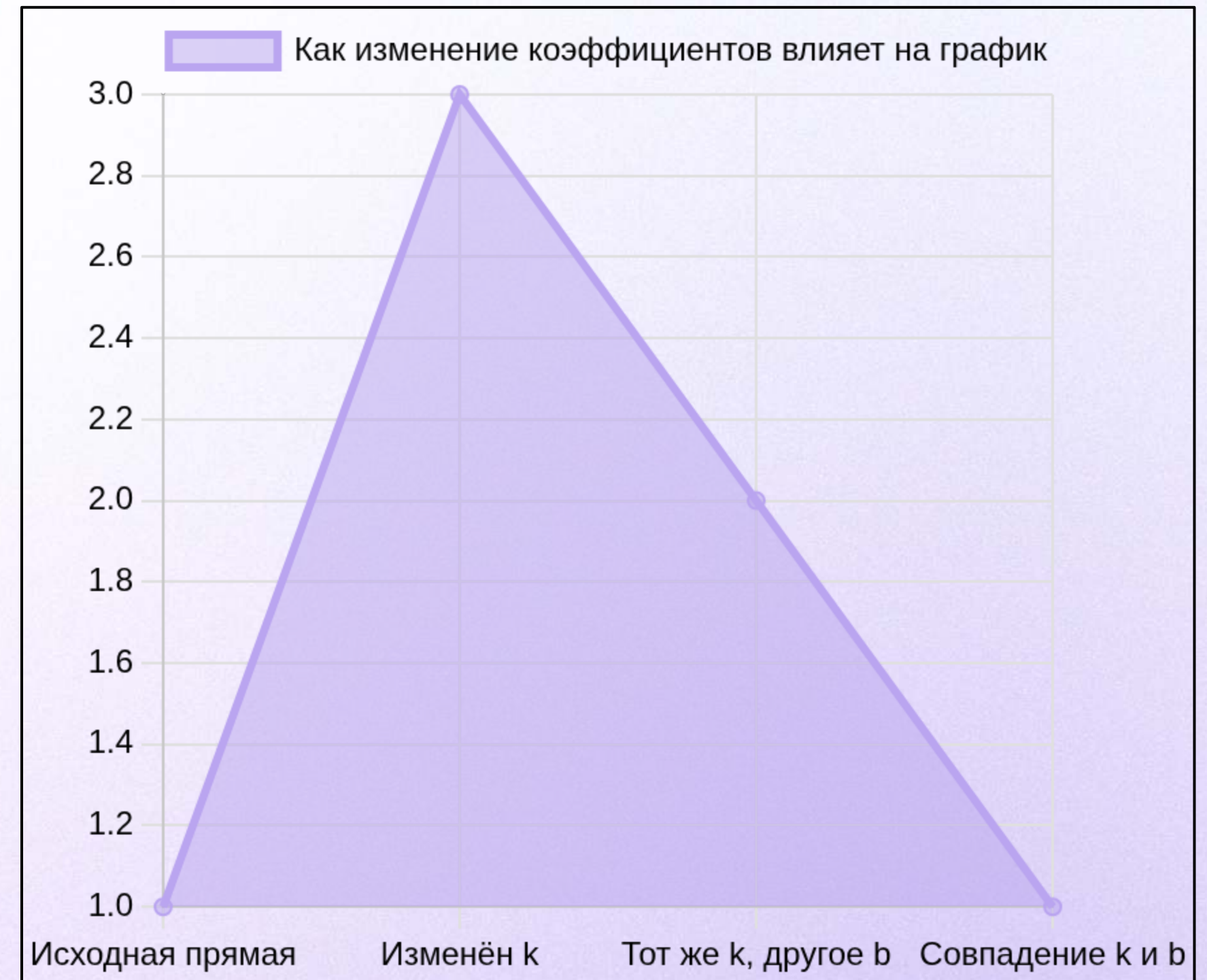
Покупка в магазине

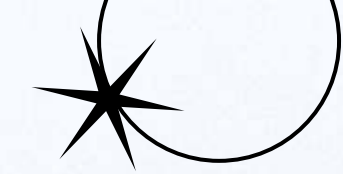
Если одна покупка включает 2 тетради и 3 ручки, а другая — 1 тетрадь и 5 ручек, то обе записи описывают одни и те же цены. Пересечение прямых покажет, сколько стоит каждый предмет.

Как меняется решение при изменении коэффициентов

Даже небольшое изменение коэффициента может заметно изменить рисунок. Поэтому при сравнении систем важно смотреть не только на уравнение, но и на расположение прямых.

Изменение k меняет наклон, изменение b сдвигает прямую, а одинаковые коэффициенты могут дать параллельность или полное совпадение линий.





Главные признаки ответа системы

Одна общая точка

Если прямые пересекаются ровно в одной точке, система имеет единственное решение. Координаты этой точки одновременно подходят обоим уравнениям и являются ответом.

Параллельные прямые

Когда прямые не пересекаются, общих точек у них нет. Это значит, что система не имеет решений, потому что ни одна пара координат не удовлетворяет обоим уравнениям.

Совпадающие прямые

Если обе линии полностью совпадают, каждая их точка является общей. В этом случае система имеет бесконечно много решений, и на рисунке видна одна и та же прямая.

Графический метод соединяет формулы и рисунок

Он помогает увидеть, как уравнения превращаются в прямые, а решение системы — в их общую точку. Этот способ развивает внимание к графикам и понимание коэффициентов.