

Графы: язык связей и маршрутов

Объекты, связи и маршруты — всё в одной модели.



Графы вокруг нас

Теория графов помогает увидеть не сами объекты, а связи между ними. Она описывает метро, дороги, дружбу в классе, интернет и даже папки на компьютере.



// Основные элементы графа

Вершины и рёбра

Граф строится из вершин и рёбер. Вершины показывают объекты — например, города, людей или компьютеры, а рёбра обозначают связь, переход, сообщение или дорогу между ними.

Смежные вершины

Если между двумя вершинами есть ребро, они называются смежными. Это простое понятие помогает быстро понять, какие объекты соединены напрямую, без промежуточных шагов.

Путь в графе

Путь — это последовательность рёбер, по которой можно переходить от одной вершины к другой. Он может быть коротким или длинным, в зависимости от числа шагов.

Цикл

Цикл — это путь, который возвращается в ту же вершину, с которой начался. Такие замкнутые маршруты встречаются в схемах дорог, сетях и задачах на обход.

// Граф на примере школьного класса



Ученики как вершины

В школьном классе вершинами удобно считать учеников. Тогда граф показывает не просто список людей, а то, кто с кем взаимодействует, работает вместе или общается чаще.

01

Связи разного типа

Рёбра могут означать дружбу, совместный проект или обмен сообщениями. Один и тот же класс можно описать несколькими графами, если нужно сравнить разные виды отношений.

02

Как читать схему

Круги обозначают учеников, а линии между ними — связи. По такой схеме легко заметить, у кого много контактов, а у кого связи встречаются реже.

03

Что можно узнать

Граф помогает увидеть неформальные группы, активных участников и тех, кто почти не включён в общие дела. Это делает схему класса понятнее и нагляднее.

04

// Виды графов и их признаки

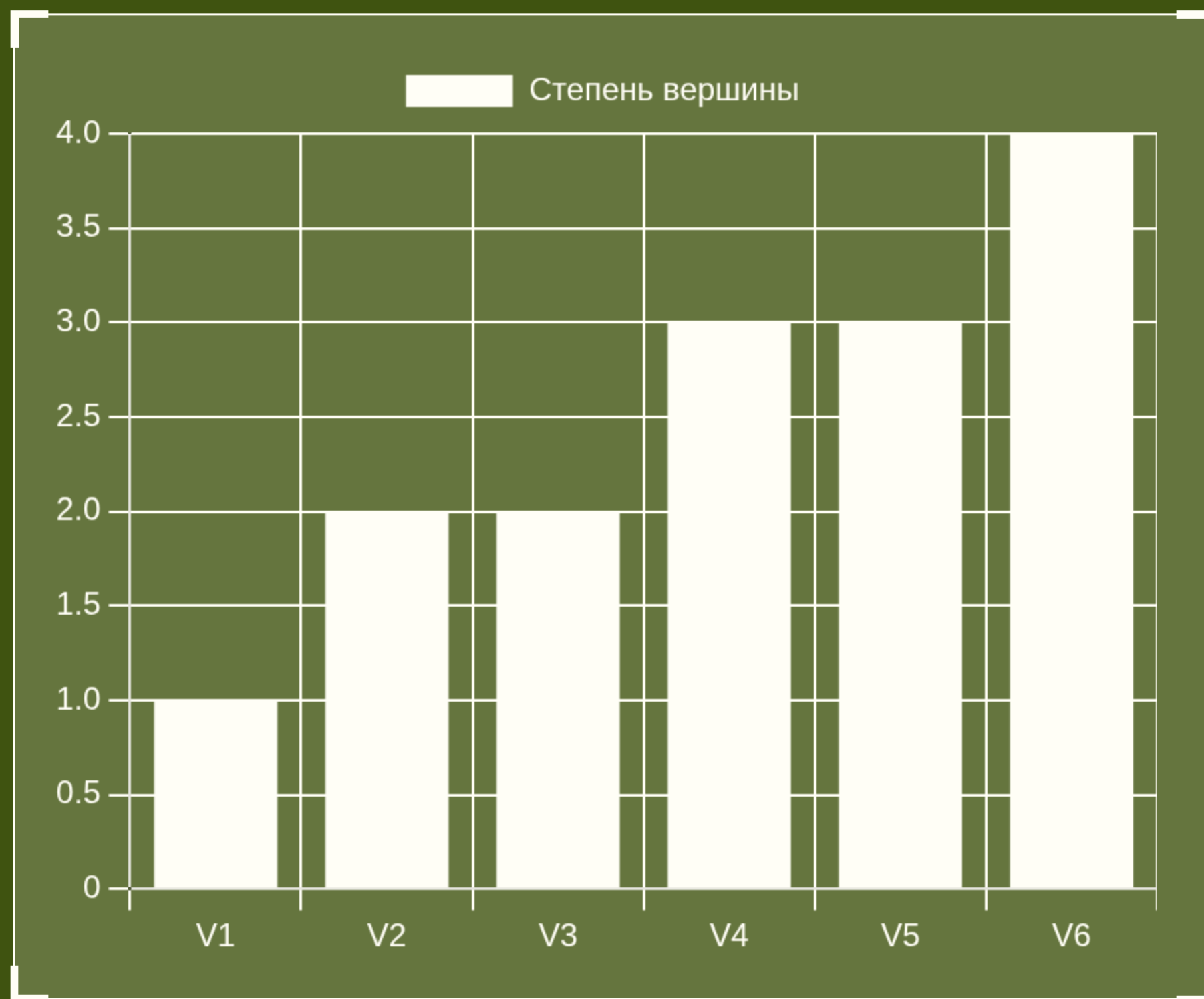
Разные задачи требуют разных способов изображения связей. Таблица показывает, чем отличаются основные виды графов.

Форма рёбер показывает смысл связи: направление, величину или её отсутствие. Вид графа выбирают по задаче, которую нужно описать.

Вид	Признак	Пример
Неориентированный	Без стрелок	Дорога
Ориентированный	Со стрелками	Ссылка на сайте
Взвешенный	Есть числа	Расстояние

Обобщение основных определений теории графов

// Степени вершин в небольшом графе



Чем выше степень вершины, тем больше у неё прямых связей с другими вершинами. Это часто делает такую вершину особенно заметной в сети.

Сумма степеней в неориентированном графе чётная. Вершина с наибольшей степенью обычно играет важную роль в связности графа.

Схема из 6 вершин, значения степеней: 1, 2, 2, 3, 3, 4

// Маршруты, пути и расстояния в графе

01

Как устроен путь

Путь состоит из последовательности рёбер, которые соединяют вершины одну за другой. Он показывает, как можно перейти от начала к цели без лишних остановок.

02

Что такое кратчайший путь

Кратчайший путь — это маршрут с наименьшим числом рёбер или с наименьшей суммой весов. Его ищут, когда важно сэкономить время, расстояние или стоимость.

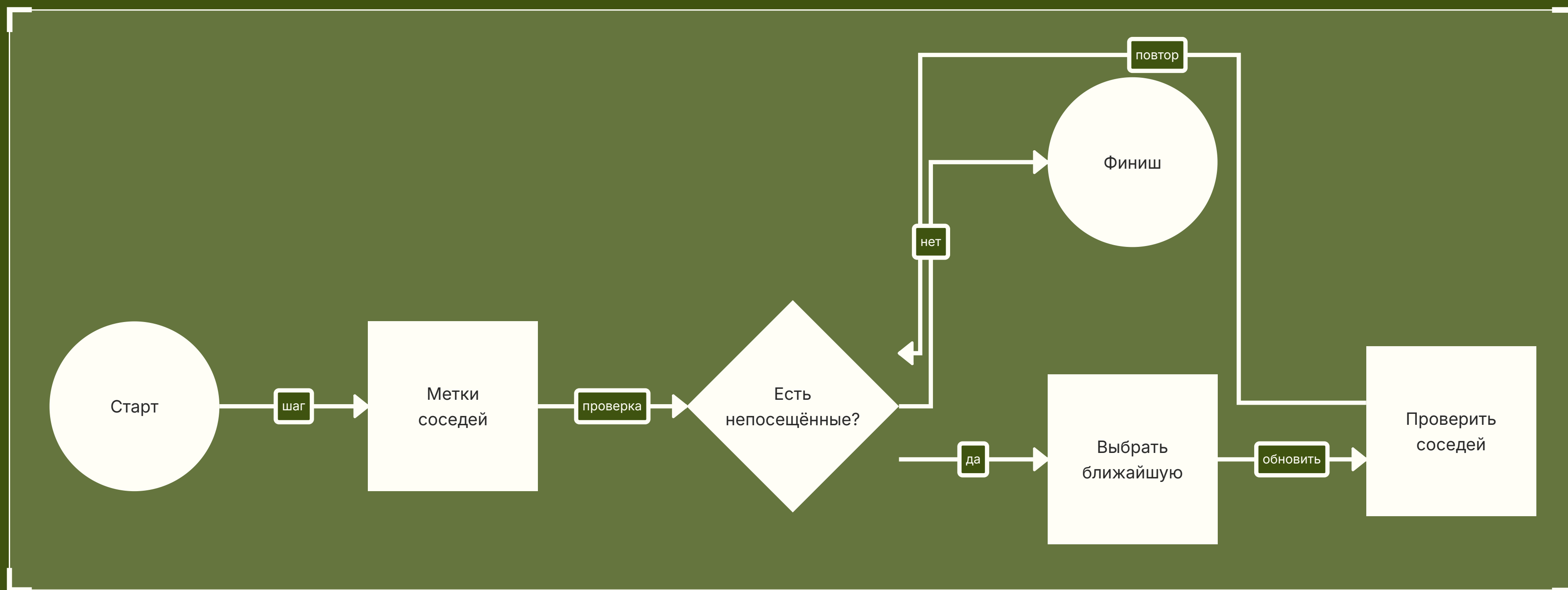
03

Зачем нужно расстояние

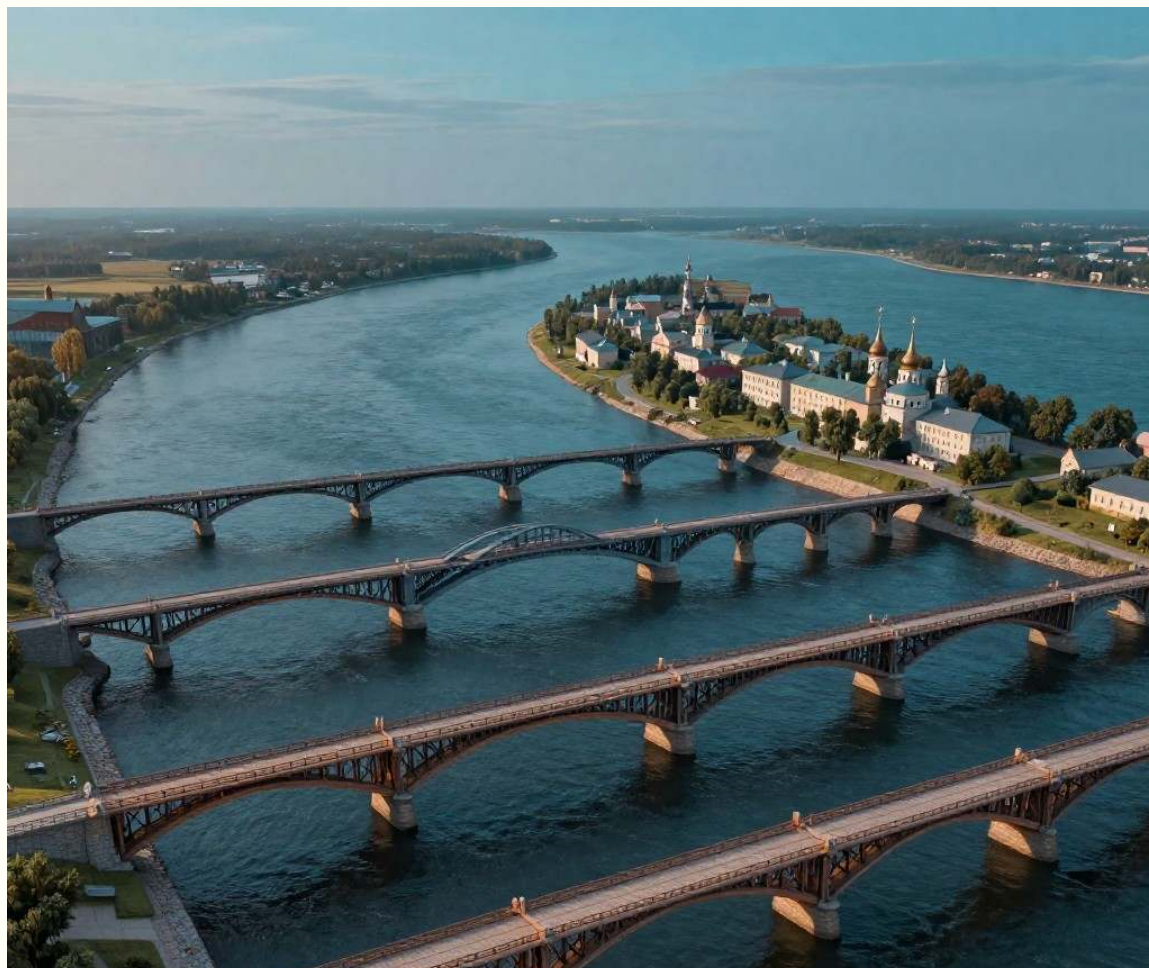
Расстояние между вершинами равно длине кратчайшего пути. Это понятие используют в навигации, при выборе маршрута автобуса и при поиске самых быстрых переходов в сети.

// Алгоритм поиска кратчайшего пути

Схема показывает последовательность действий при постепенном уточнении расстояний от стартовой вершины.

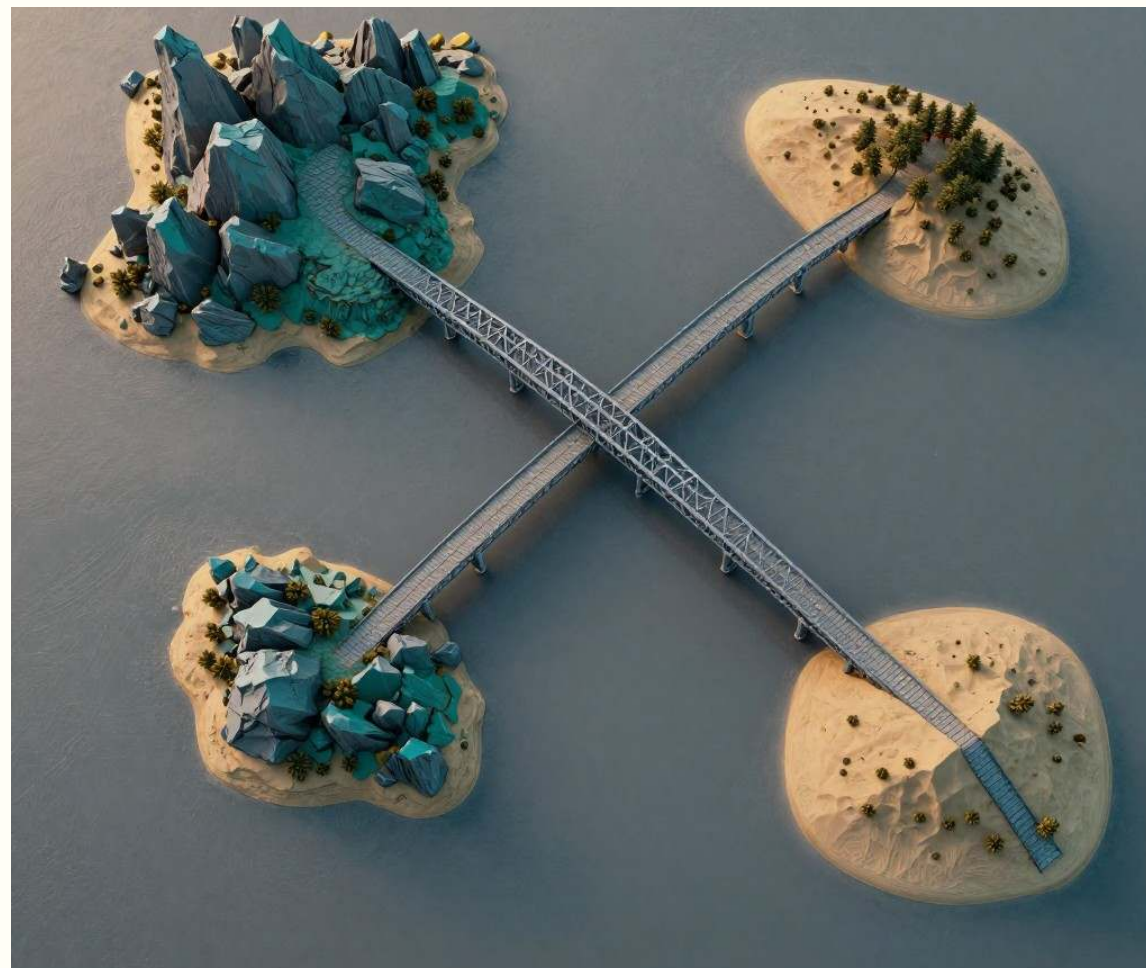


// История, с которой началась теория графов



Семь мостов Кёнигсберга

Жители города долго пытались найти маршрут, который проходил бы по каждому из семи мостов ровно один раз. Задача казалась похожей на прогулку, но на деле требовала строгого анализа связей. Именно она привела к важному выводу о структуре графа.



Решение Эйлера

Леонард Эйлер рассмотрел не карту города, а схему соединений между частями суши. Он показал, что такой маршрут невозможен, если вершин нечётной степени больше двух. Это стало одним из первых серьёзных результатов теории графов.



Новая идея в математике

История мостов показала, что иногда важнее не расстояния и не внешний вид схемы, а то, как именно соединены объекты. Такой взгляд позже стал полезен для транспортных карт, сетей связи и многих других моделей.

// Эйлера и Гамильтона путь

01.

Эйлера путь

Эйлера путь проходит по каждому ребру ровно один раз. Он подходит для задач, где важно обойти все связи, например дороги, мосты или линии сети, не повторяя один и тот же участок.

02.

Эйлера цикл

Эйлера цикл — это такой же обход рёбер, но с возвращением в начальную вершину. Замкнутый маршрут удобен, когда нужно начать и закончить в одной точке.

03.

Гамильтона путь

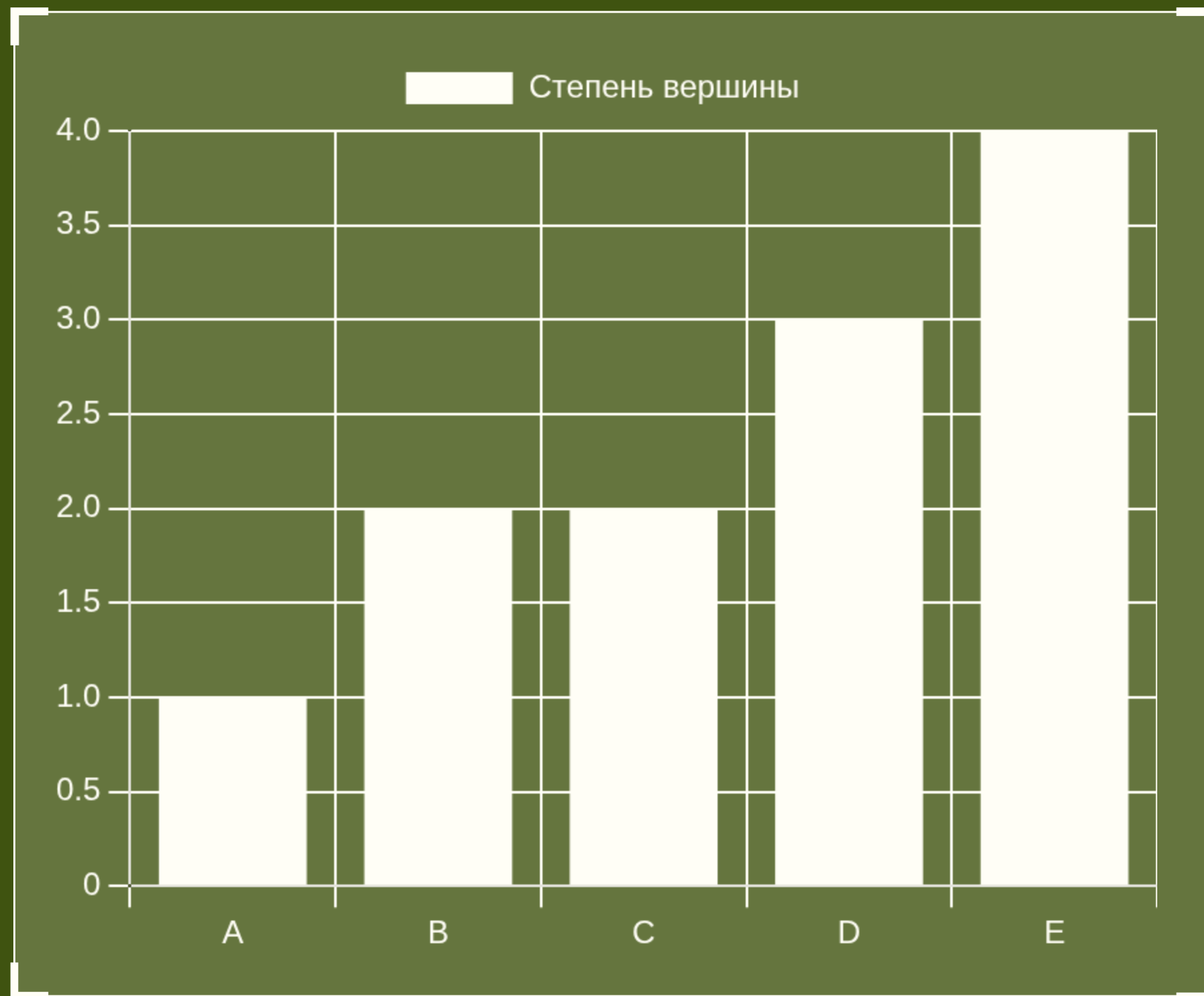
Гамильтона путь проходит через каждую вершину ровно один раз. Здесь важны не связи сами по себе, а посещение всех точек графа без повторов.

04.

Гамильтона цикл

Гамильтона цикл тоже посещает все вершины, но завершает путь там, где начался. Такие задачи часто сравнивают, чтобы не путать обход рёбер с обходом вершин.

// Сравнение степеней вершин



Чем выше столбец, тем больше связей имеет вершина в графе.

Вершина E наиболее связана, а сумма степеней помогает быстро проверить корректность неориентированного графа.

Учебный пример по теме «Графы».

// Почему графы бывают плотными и редкими



Плотная сеть

В плотном графе большинство вершин соединены между собой, поэтому вариантов маршрутов больше. Но из-за множества рёбер схема становится сложнее для чтения и поиска закономерностей.



Редкая схема

В редком графе связей немного, и отдельные цепочки просматриваются легче. Однако некоторые вершины могут почти не иметь соседей, из-за чего сеть выглядит разреженной.



Как выбрать модель

Степень плотности зависит от задачи: для анализа большого числа связей нужен один тип графа, а для простого показа основных переходов — другой.

// Графы в реальной жизни

Один и тот же способ записи подходит для очень разных систем, если в них важны связи между объектами.

Графовая модель показывает общий принцип: разные системы можно описывать одинаково, если сравнивать именно связи между объектами.

Область	Вершины	Рёбра
Транспорт	станции	маршруты
Интернет	сайты	ссылки
Соцсети	пользователи	связи
Биология	виды	взаимосвязи

Учебные примеры применения графов.

// Как читать ориентированный граф на дороге



01

Стрелки задают движение

Направление на ребре показывает, куда можно пройти или проехать. Это особенно важно там, где обратный путь недоступен или запрещён правилами движения.

02

Вершины — это точки схемы

Перекрёстки, остановки или повороты удобно обозначать вершинами. Так схема становится компактной и позволяет быстро увидеть, какие точки соединены между собой.

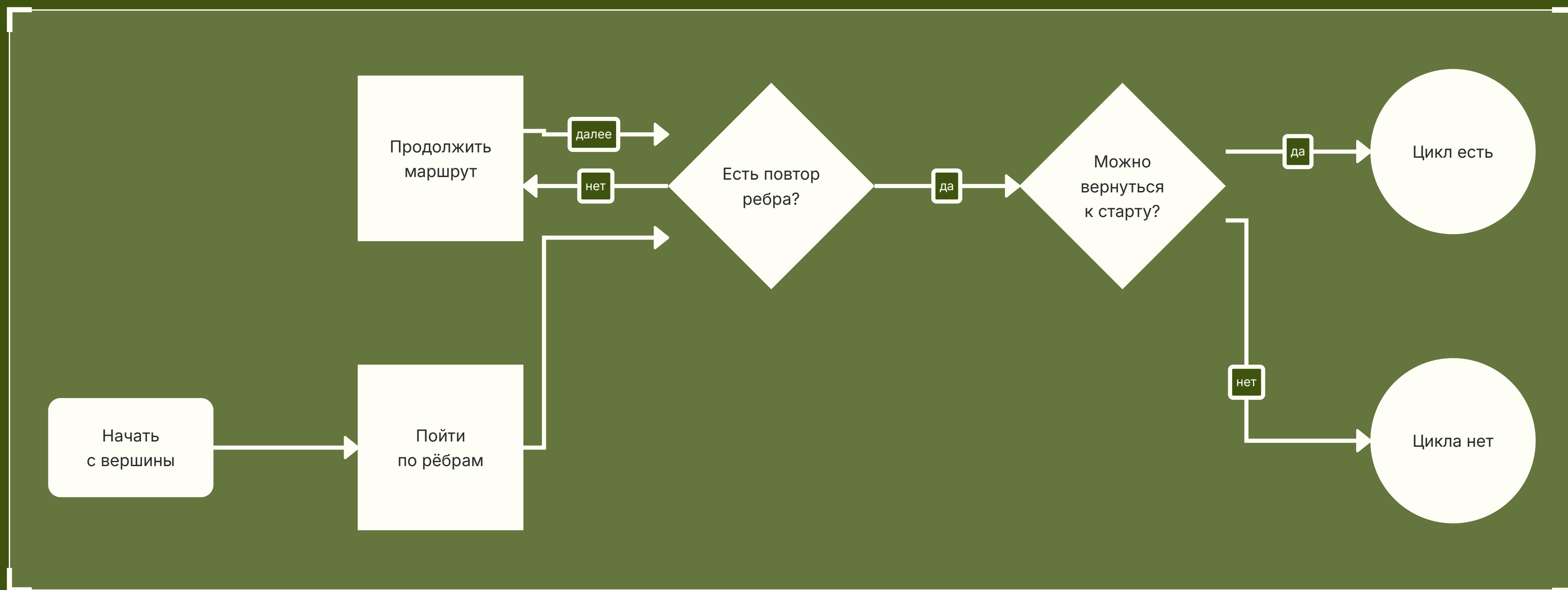
03

Точность зависит от направления

Ориентированный граф лучше передаёт реальные ограничения, чем обычная схема без стрелок. Он помогает строить маршруты автобусов, переходы по сайту и навигацию по карте.

// Проверка: есть ли в графе цикл?

Последовательность действий при поиске замкнутого маршрута в графе.



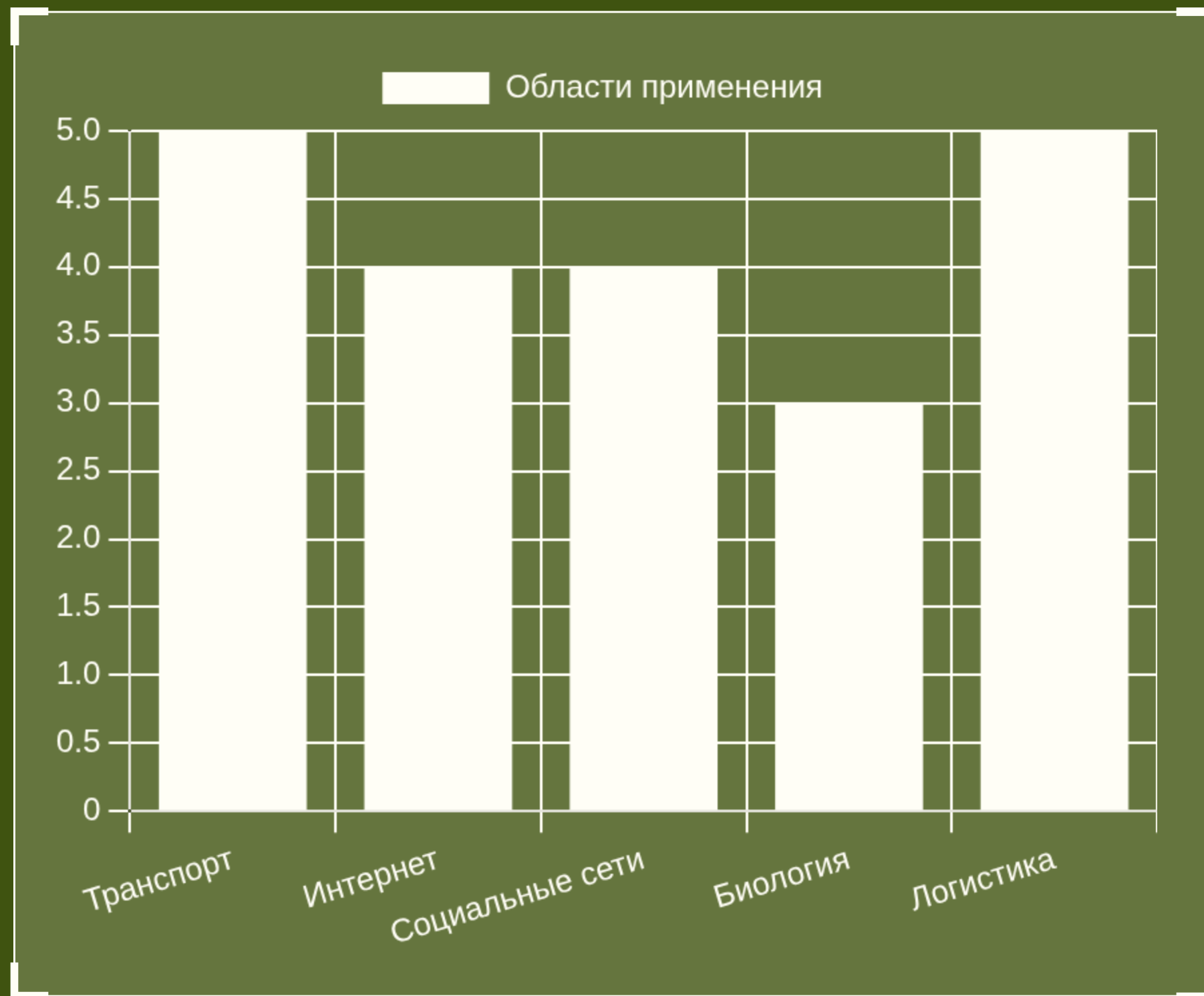
$n-1$

ребро приходится на дерево с n вершинами

Это свойство помогает быстро отличать дерево от графа с циклами и проверять, не пропущена ли лишняя связь.

Свойство деревьев в теории графов.

// Где графы встречаются чаще всего



Графы особенно полезны там, где нужно сравнивать множество связей и выбирать лучший маршрут.

Транспорт и логистика сильнее всего завязаны на маршруты, а интернет и социальные сети — на анализ связей между объектами.

Учебная схема применения графов.

// Какие задачи встречаются в школе



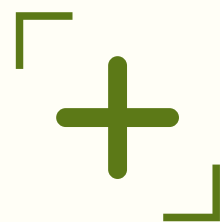
Поиск пути

Нужно найти маршрут между двумя точками и проверить, можно ли добраться без лишних повторов. Такие задания учат внимательно следить за последовательностью связей.



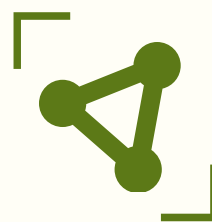
Проверка вида графа

Важно отличать ориентированный граф от неориентированного и замечать циклы. Эти действия развивают аккуратность, наблюдательность и умение читать условные обозначения.



Счёт элементов

Сначала определяют, сколько вершин и рёбер показано на схеме. Это основа для всех следующих шагов и помогает не перепутать отдельные части графа.



Степени вершин

Ученики считают, сколько рёбер подходит к каждой вершине. По этому признаку можно сравнивать узлы и замечать, какие из них играют более заметную роль.

// Ключевые понятия темы

Эти термины нужны, чтобы читать схемы, сравнивать графы и решать задачи на маршруты и связи.

Все понятия связаны между собой и образуют основу для чтения графов, поиска маршрутов и анализа структуры сети.

Понятие	Кратко
Вершина	объект
Ребро	связь
Путь	цепочка рёбер
Цикл	возврат
Степень	число связей
Дерево	без циклов

Основные определения теории графов.

Графы помогают видеть связи

Графы превращают сложные системы в понятные схемы. С их помощью удобно искать маршруты, сравнивать сети и понимать, как связаны объекты в математике, информатике и повседневной жизни.

