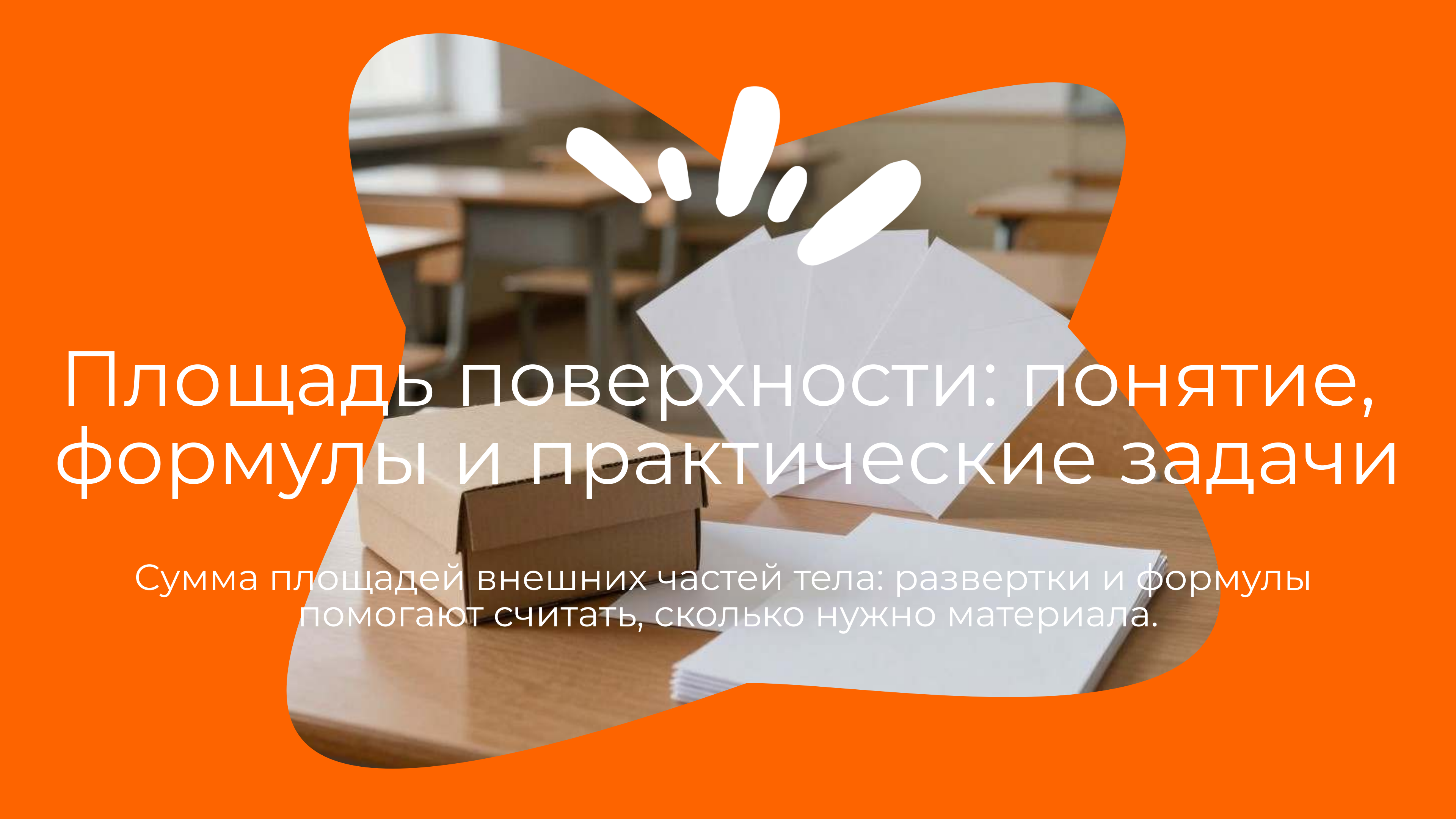


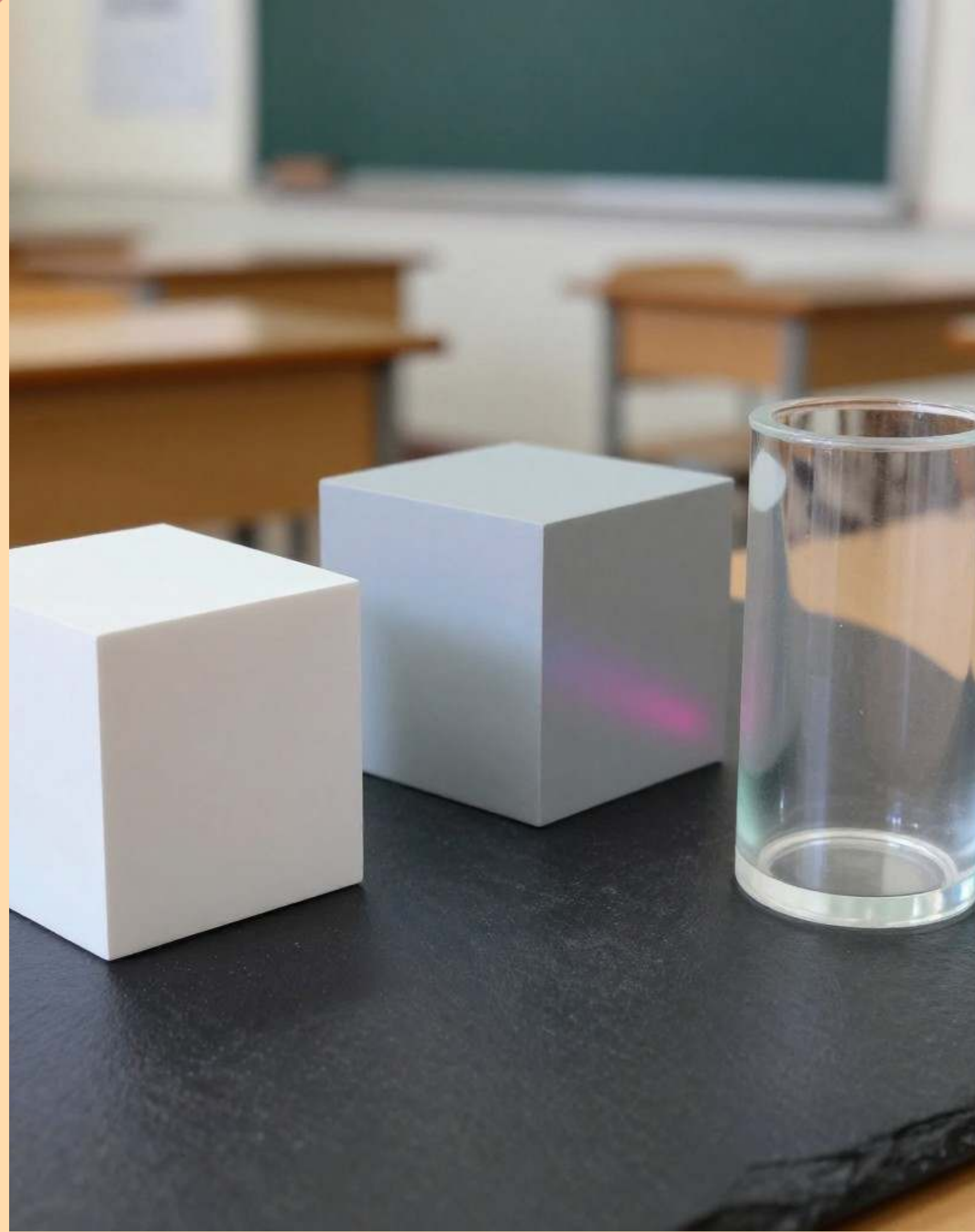


Площадь поверхности: понятие, формулы и практические задачи

Сумма площадей внешних частей тела: развертки и формулы помогают считать, сколько нужно материала.

Площадь поверхности в курсе геометрии 11 класса

В стереометрии это продолжение темы площадей плоских фигур: учимся связывать размеры пространственных тел с площадями их элементов. В задачах постоянно встречаются ребро, длина, ширина, высота, радиус, образующая и апофема.



Полная и боковая поверхность

01

Полная площадь поверхности включает все внешние части тела, включая основания. Это нужно, когда закрывают «со всех сторон» — например, при упаковке или обклейке.

02

Боковая площадь учитывает только боковые грани или боковую поверхность, без оснований. Такой вариант выбирают, когда «верха и низа» не требуется, как у коробки без крышки или стенки-секции.

03

Различие между полной и боковой площадью особенно заметно у многогранников и тел вращения: там основания могут быть кругами или многоугольниками и легко случайно добавить или забыть их.

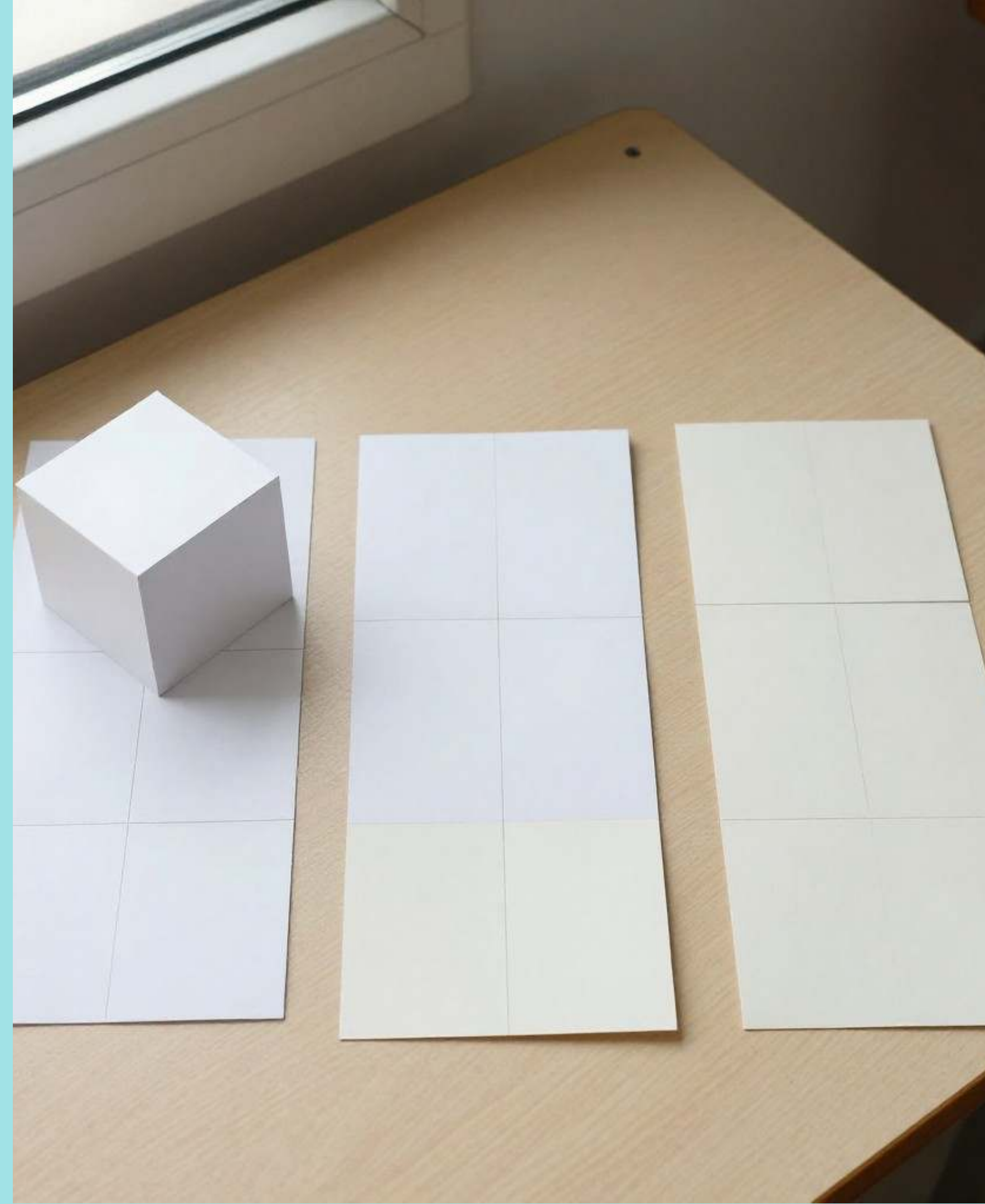
Развертка как способ увидеть поверхность тела

Что такое развертка

Развертка — это плоское изображение поверхности тела, где каждая грань или часть показана отдельно. У куба это шесть равных квадратов, у прямоугольного параллелепипеда — набор прямоугольников.

Как развертка помогает считать

Для призмы развертка строится из нескольких боковых прямоугольников и двух оснований. На ней обычно показывают линии сгиба и общие ребра, поэтому формула площади напрямую «считывается» с рисунка.



Тело	Формула S	Обозначения
Куб	$6a^2$	a — ребро
Прямоуг. параллелепипед	$2(ab+bc+ac)$	a,b,c — грани
Цилиндр	$2\pi r(r+h)$	r — радиус, h — высота
Конус	$\pi r(r+l)$	l — образующая
Сфера	$4\pi r^2$	r — радиус

Формулы площади поверхности основных тел

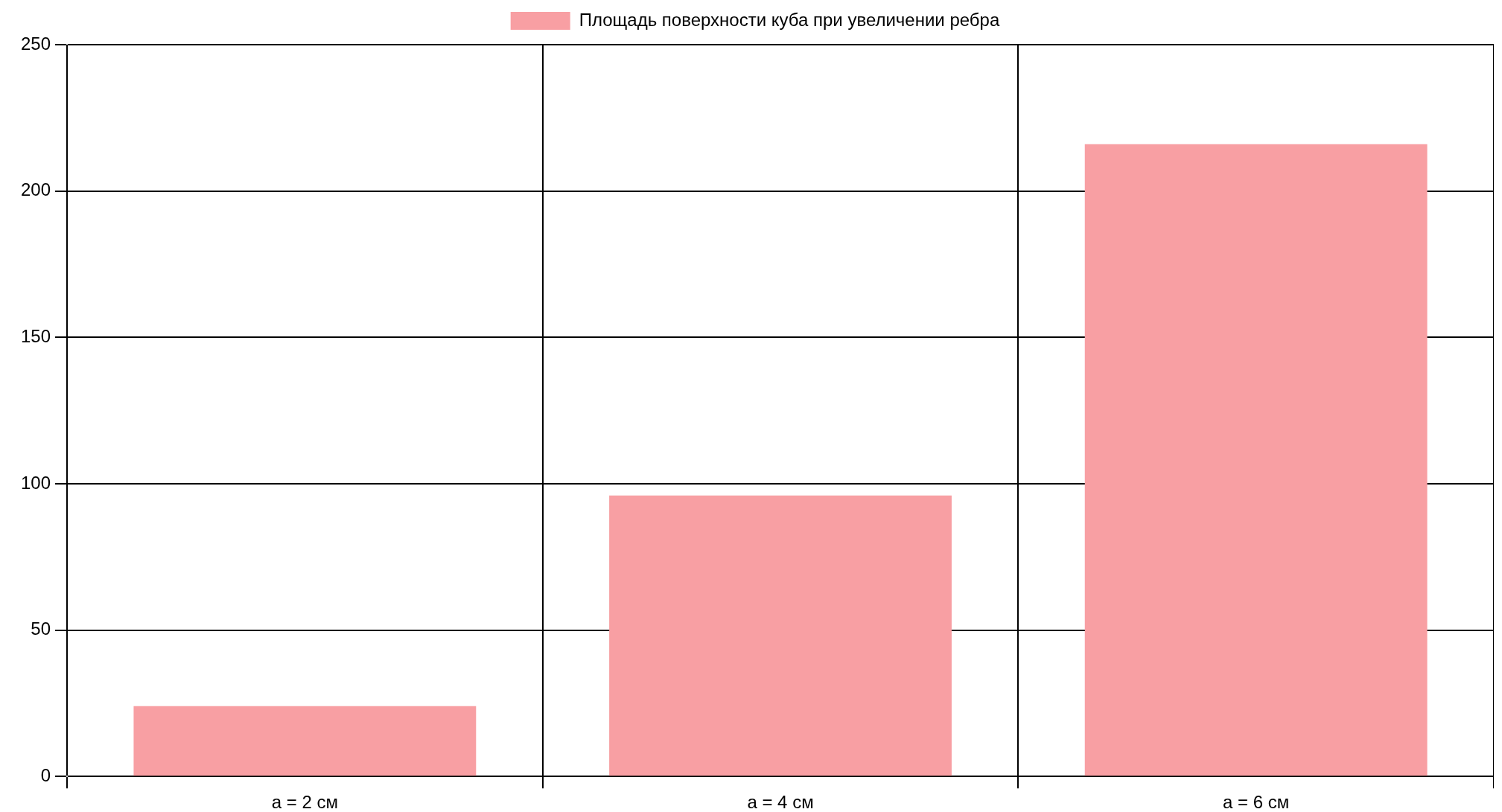
Ниже — ключевые тела, их площади и обозначения величин. Формулы удобны тем, что опираются на повторяющиеся одинаковые части.

По структуре формул видно: площадь складывается из оснований и боковой поверхности или из площадей одинаковых граней; важно правильно выбрать набор частей.

Как меняется площадь поверхности при увеличении ребра куба

Квадратичность видно уже из примеров: при переходе от 2 см к 4 см площадь умножается на 4, так как квадраты размеров растут быстрее линейных.

Двукратное увеличение ребра даёт четырёхкратный рост площади, а трёхкратное — девятикратный: значит, $S \propto a^2$.



Расчёт по формуле куба $S = 6a^2$ для $a = 2, 4, 6 \text{ см}$.

Алгоритм вычисления площади поверхности в задаче

Логика решения: определить тип тела, выбрать нужную поверхность и только затем применять формулу/развертку.

Площадь поверхности многогранников

1

У многогранника площадь поверхности равна сумме площадей всех его граней. При решении обычно либо считают каждую грань, либо используют равенство граней в симметричных телах.

2

Для призмы поверхность включает два равных основания и боковые грани. В школьных задачах боковые грани часто оказываются прямоугольниками, поэтому их площади удобно находить через произведения сторон.

3

У пирамиды поверхность состоит из основания и треугольных боковых граней; количество последних совпадает с числом сторон основания. В правильных многогранниках равные грани можно считать один раз и умножать.

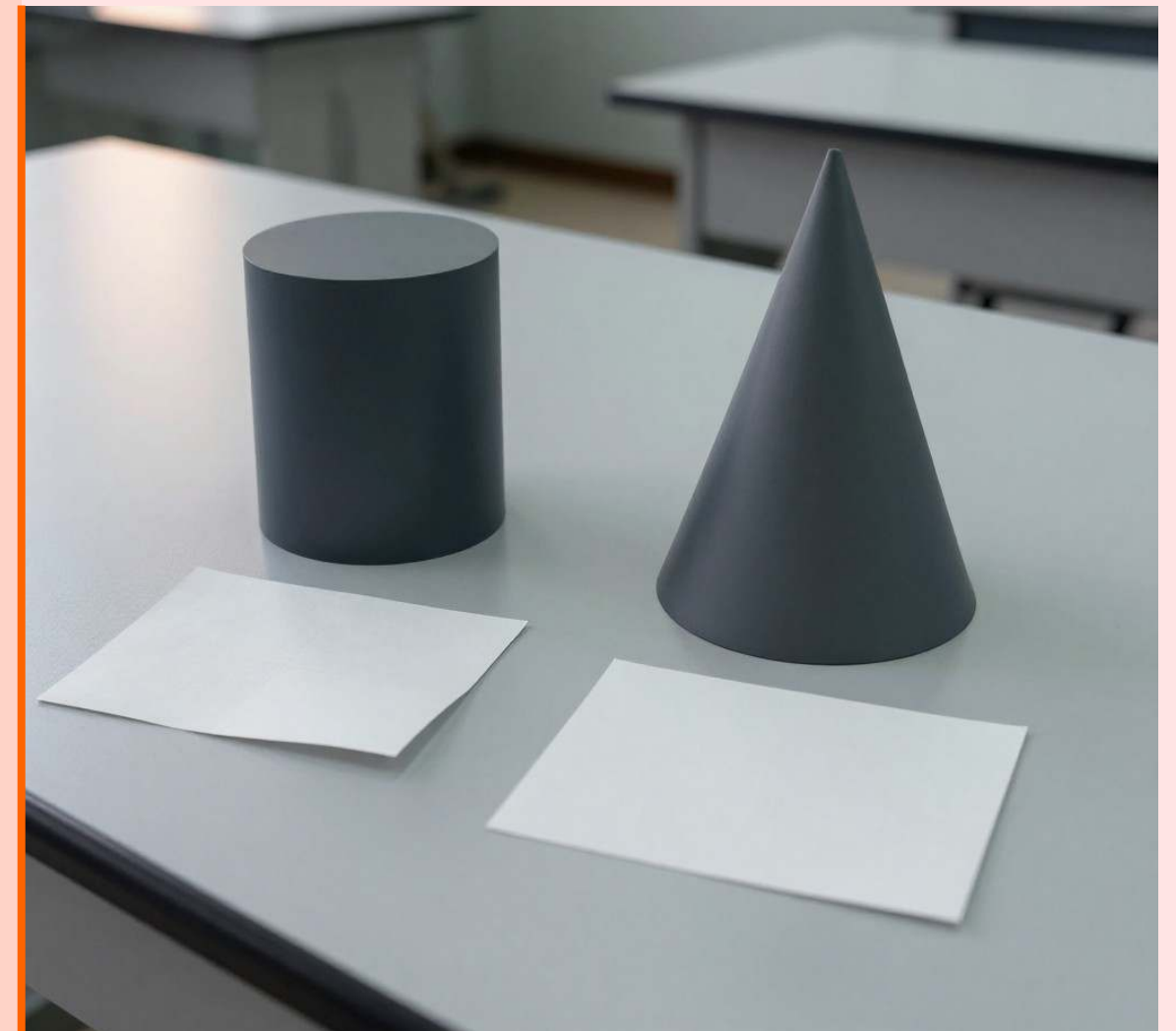
Цилиндр и конус: круговые основания и боковая поверхность

Цилиндр

У цилиндра поверхность складывается из двух равных круговых оснований и боковой поверхности. В развертке боковая поверхность превращается в прямоугольник, а основания остаются кругами.

Конус

У конуса одно основание и боковая поверхность, которая в развертке соответствует сектору круга. Поэтому ключевые величины — радиус r , высота h и образующая l — напрямую входят в формулы площади.



4

При этом коэффициент в формуле подчёркивает, что площадь растёт быстрее линейных размеров радиуса.

Площадь поверхности сферы вычисляется по формуле $S = 4\pi r^2$. Число π связано с окружностью и кругом, а формула зависит только от радиуса.

Школьный курс геометрии: общепринятая формула площади сферы.

Единицы измерения площади поверхности

В таблице приведены основные единицы: мм² — для мелких деталей, см² — для школьных задач, м² — для комнат, фасадов и крупных объектов. Отдельно указаны соотношения: 1 см² = 100 мм², 1 м² = 10 000 см², 1 дм² = 100 см². Итог любого вычисления площади поверхности должен быть записан только в квадратных единицах.

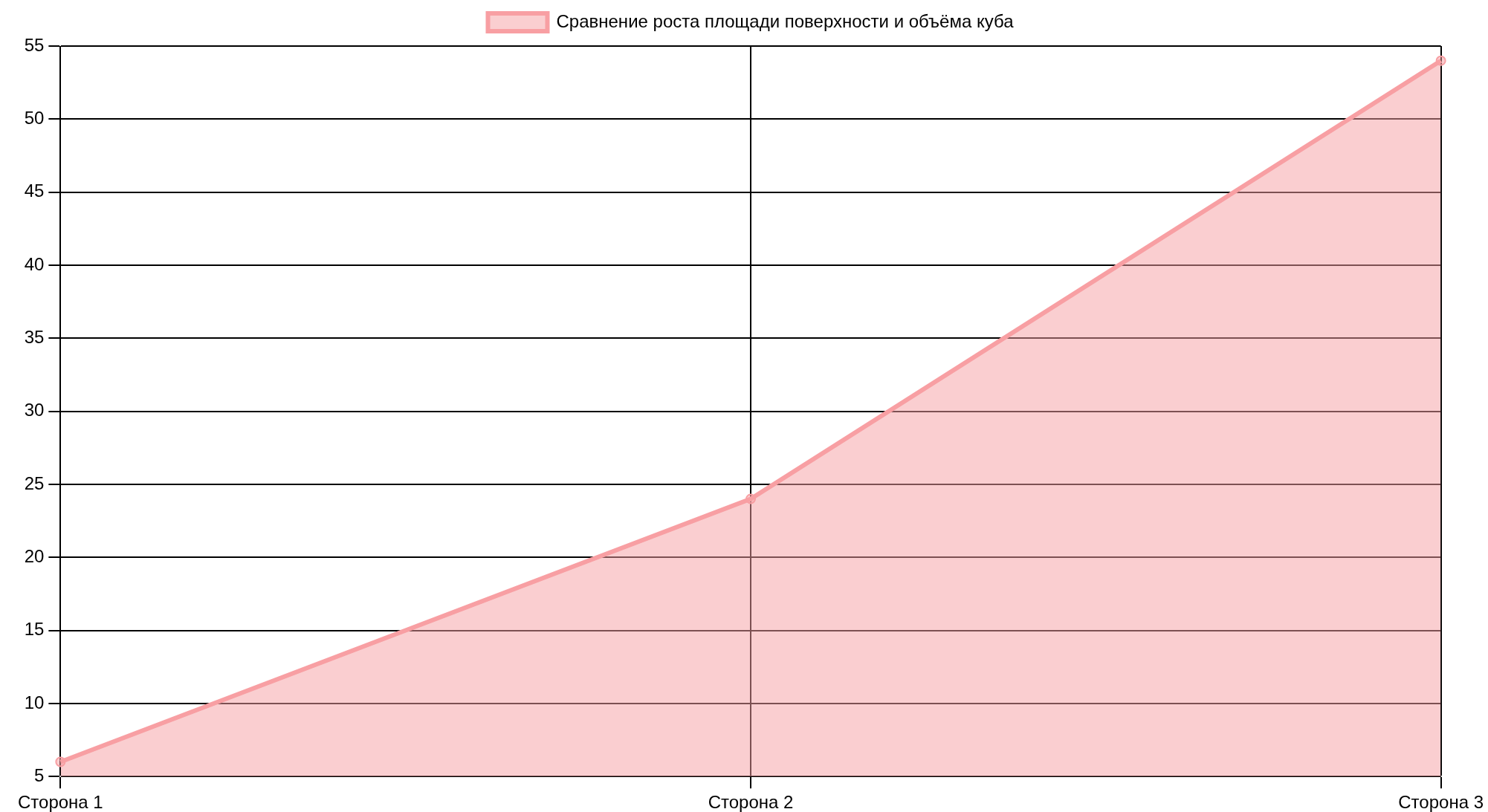
Единицы выбирают по масштабу объекта: важно не смешивать линейные меры с квадратными и всегда проверять размерность результата.

Единица	Когда применяют	Кратное соотношение
мм ²	Мелкие детали	1 см ² = 100 мм ²
см ²	Школьные задачи	1 м ² = 10 000 см ²
м ²	Комнаты, фасады	—
дм ²	Переходы между единицами	1 дм ² = 100 см ²

Площадь и объем изменяются по-разному

При удвоении стороны куба площадь поверхности растёт в 4 раза: $6 \rightarrow 24 \rightarrow 54$. Объём, в отличие от площади, увеличивается ещё быстрее, так как зависит от третьей степени.

Сравнение по значениям помогает контролировать ответ: если в задаче спрашивают поверхность, темп роста должен соответствовать квадратичной зависимости.



Собственные расчёты по формулам куба ($S = 6a^2$, $V = a^3$), построение по точкам 1, 2, 3.

Где применяется площадь поверхности



Покраска и покрытия

Для расчёта количества краски или антисептика обычно нужно знать площадь окрашиваемых участков. Чем больше поверхность, тем выше расход материала и тем точнее планирование работ.



Упаковка и расход ткани

Площадь поверхности помогает оценить, сколько плёнки, ткани, картона или упаковочного материала потребуется для обклейки. Это снижает риск недостачи и упрощает раскрой.



Строительство и облицовка

При проектировании фасадов, крыш и облицовки рассчитывают именно площадь наружных покрытий. Так определяют объём работ, стоимость материалов и объём отходов при монтаже.



Теплообмен и физические процессы

В физике большая площадь поверхности ускоряет теплообмен и испарение, влияет на скорость нагревания. Поэтому параметры поверхности учитывают при теплоизоляции и в технологиях обработки.

Пример школьной задачи: коробка без крышки

В коробке без крышки считаются только внешние поверхности: дно и четыре боковые стенки. Верхнее основание не входит, потому что коробка открыта.

01

Такой сюжет часто встречается в задачах про упаковку и защитные чехлы: материал нужен ровно на те части, которые закрываются. Это дисциплинирует при выборе элементов для суммы.

03

02

Если известны длина, ширина и высота, площадь находят как сумму площадей пяти прямоугольников: 1 дно и 4 стенки, каждая со своей парой сторон.

04

Самая распространённая ошибка — добавить «лишний» верх: случайно включить площадь крышки. Всегда перепроверяйте условие «без крышки» перед записью окончательного ответа.

Как выбрать формулу по виду тела

Шаги выбора зависят от типа поверхности и набора исходных параметров.

Типичные ошибки при вычислении площади поверхности

1

Частая ошибка — подмена площади объёмом: можно перепутать, что именно требуется в задаче. Тогда меняется характер формулы и итоговое значение выглядит неправдоподобно по размерности.

2

Не менее важно не использовать линейные единицы вместо квадратных: результат должен быть в мм^2 , см^2 или м^2 . Пропуск этого правила делает ответ формально неверным даже при правильных вычислениях.

3

Для многогранников иногда забывают основания или, наоборот, включают «лишнюю» часть. Для круговых тел путают радиус с диаметром, из-за чего площадь растёт сильнее, чем должна.

4

Если применяется развертка, один и тот же элемент могут учесть дважды или не учесть вовсе. В составных моделях особенно важно отделять внешние поверхности от внутренних соприкасающихся участков.



Составные тела: разбиение на знакомые части

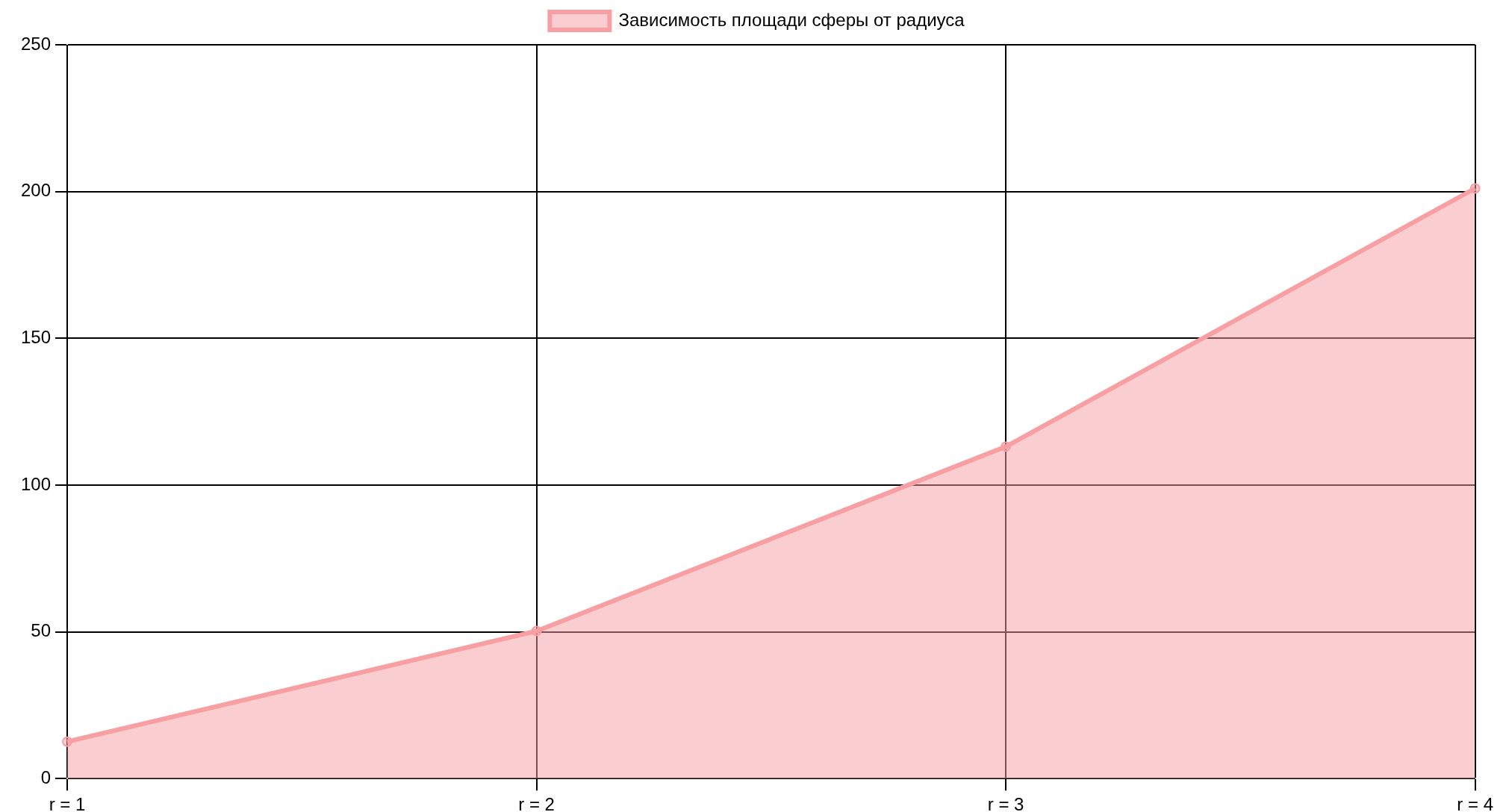
Составные фигуры удобнее решать, разбивая их на простые элементы: прямоугольные параллелепипеды, призмы, цилиндры и их части. Так легче увидеть, какие поверхности действительно добавляются в итоговую площадь.

На изображениях обычно выделяют отдельные блоки, проводят общие границы и отмечают скрытые зоны, которые соприкасаются внутри конструкции. Именно эти участки не входят в сумму внешних площадей.

Как зависит площадь поверхности сферы от радиуса

Новые значения удобно воспринимать через закономерность: $S = 4\pi r^2$. Поэтому вся кривая определяется одним масштабом — изменением r , а не другими параметрами.

При удвоении радиуса площадь увеличивается в 4 раза, при утроении — в 9. Это показывает, почему даже небольшая неточность r заметно влияет на результат.



Собственные вычисления по формуле $S = 4\pi r^2$ для $r = 1, 2, 3, 4$ (π принято равным 3,14159... по школьному округлению).

Основные формулы для запоминания

01

Куб: $S = 6a^2$. Все шесть граней равны, поэтому достаточно площади одной грани, умноженной на их число. Проверьте, что a — ребро, а не другая длина.

Прямоугольный параллелепипед: $S = 2(ab + bc + ac)$. Здесь суммируются попарные произведения размеров граней, после чего результат удваивается, учитывая пары противоположных стенок.

02

03

Цилиндр: $S = 2\pi r(r + h)$, конус: $S = \pi r(r + l)$, сфера: $S = 4\pi r^2$. Во всех случаях важно верно определить радиус r и выбрать нужную высоту или образующую l .

Площадь поверхности — универсальный инструмент

Площадь поверхности связывает геометрические фигуры с реальными измерениями и расчётами материалов, поэтому она ключевая в стереометрии 11 класса. Успех обеспечивают верная формула, различение полной и боковой площади, правильные единицы и работа с развертками.