



Площадь трапеции и произвольного многоугольника

Осваиваем формулы, чертежи и точные вычисления
в геометрии.

Зачем измерять площадь в геометрии

Площадь помогает решать практические задачи:
от планов участков до чертежей деталей. В девятом
классе особенно важно уметь находить её у фигур,
для которых не всегда есть одна готовая формула.



Трапеция как геометрическая фигура

Одна пара параллельных сторон

Трапеция — это четырёхугольник, у которого только одна пара противоположных сторон параллельна. Именно эти стороны задают форму фигуры и помогают отличить её от других четырёхугольников.

Основания и боковые стороны

Параллельные стороны называют основаниями трапеции. Две другие стороны — боковые; они могут быть разной длины и располагаться под разными углами, поэтому фигура выглядит по-разному.

Высота трапеции

Высота обозначается h и показывает расстояние между основаниями. Она всегда проводится перпендикулярно к ним, поэтому именно высота нужна для вычисления площади по формуле.



Формула площади трапеции

Основная запись

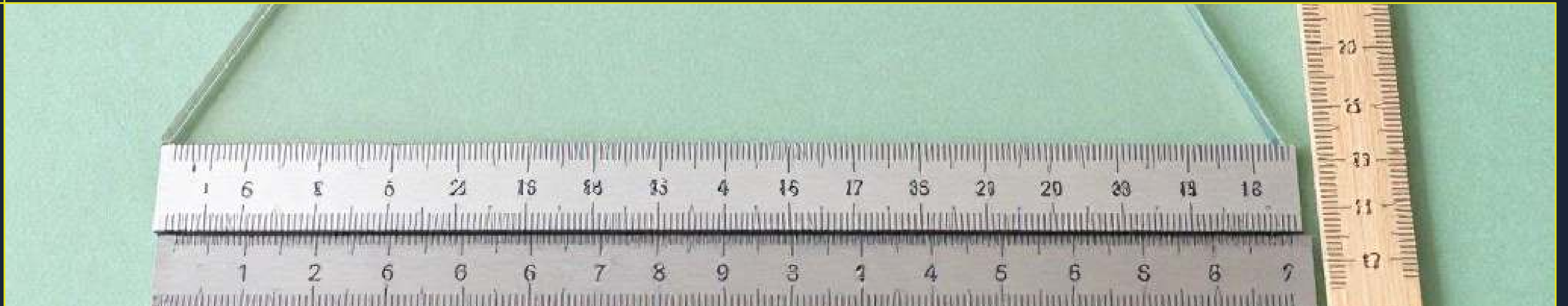
Площадь трапеции находят по формуле $S = (a + b) / 2 \cdot h$, где a и b — основания, а h — высота. Формула опирается на два измерения: длину оснований и расстояние между ними.

Смысл половины суммы

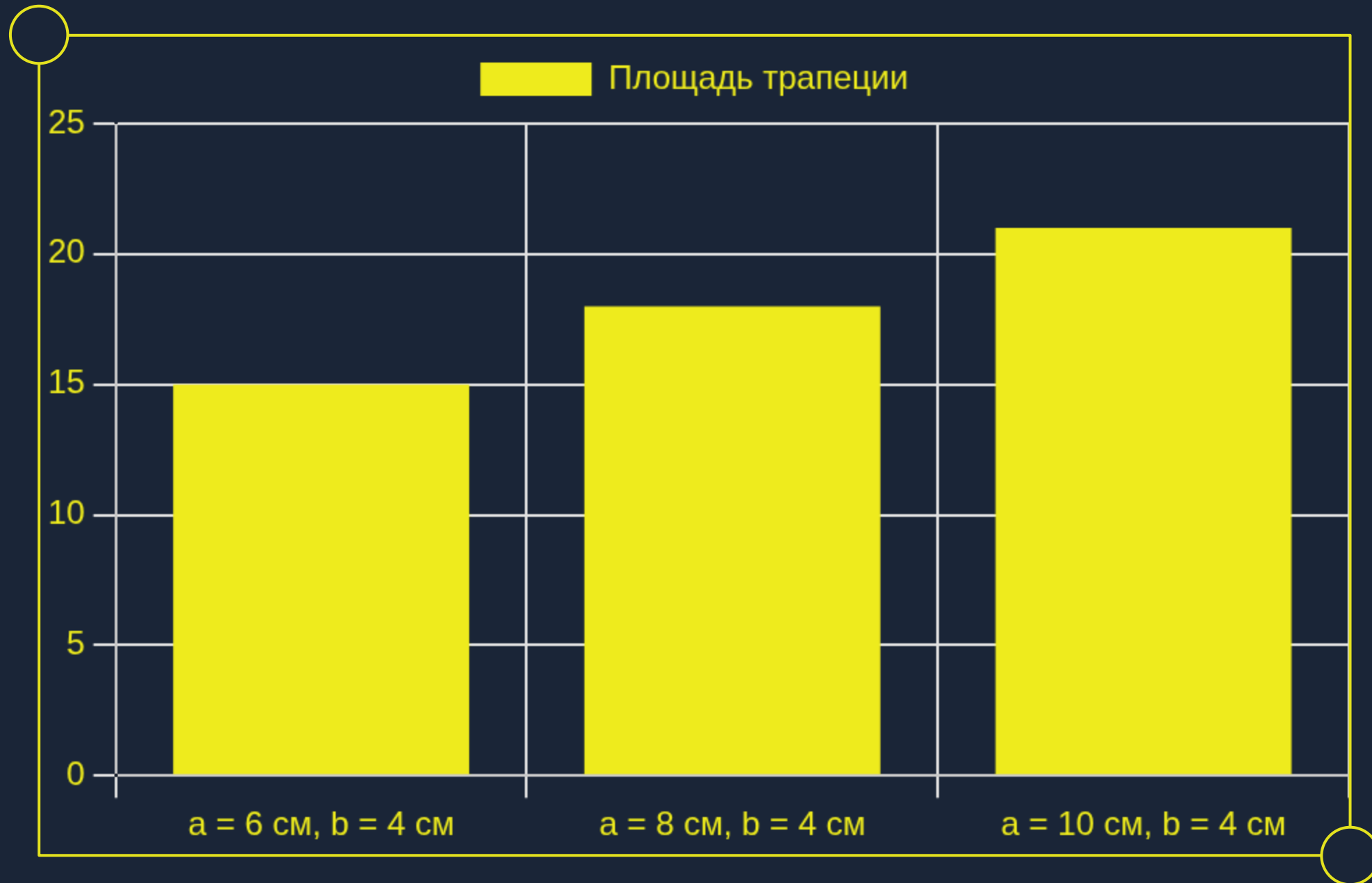
Сначала складывают основания, затем делят сумму на 2. Так получают среднее значение оснований, которое умножают на высоту. Это делает вычисление понятным и удобным.

Что отмечают на рисунке

На чертеже обычно подписывают оба основания и проводят перпендикулярную высоту. Такой рисунок сразу показывает, какие элементы фигуры нужно использовать, чтобы не перепутать их с боковыми сторонами.



Как меняется площадь трапеции при разных основаниях



Во всех трёх случаях высота одинакова, поэтому сравнение показывает влияние только оснований.

Чем больше сумма оснований при той же высоте, тем больше площадь трапеции.

Школьный пример по геометрии, 9 класс.

Пример вычисления площади трапеции

1. Дано

Пусть основания трапеции равны 8 см и 14 см, а высота — 5 см. Эти значения нужны, чтобы подставить их в формулу и получить численный ответ.

2. Складываем основания

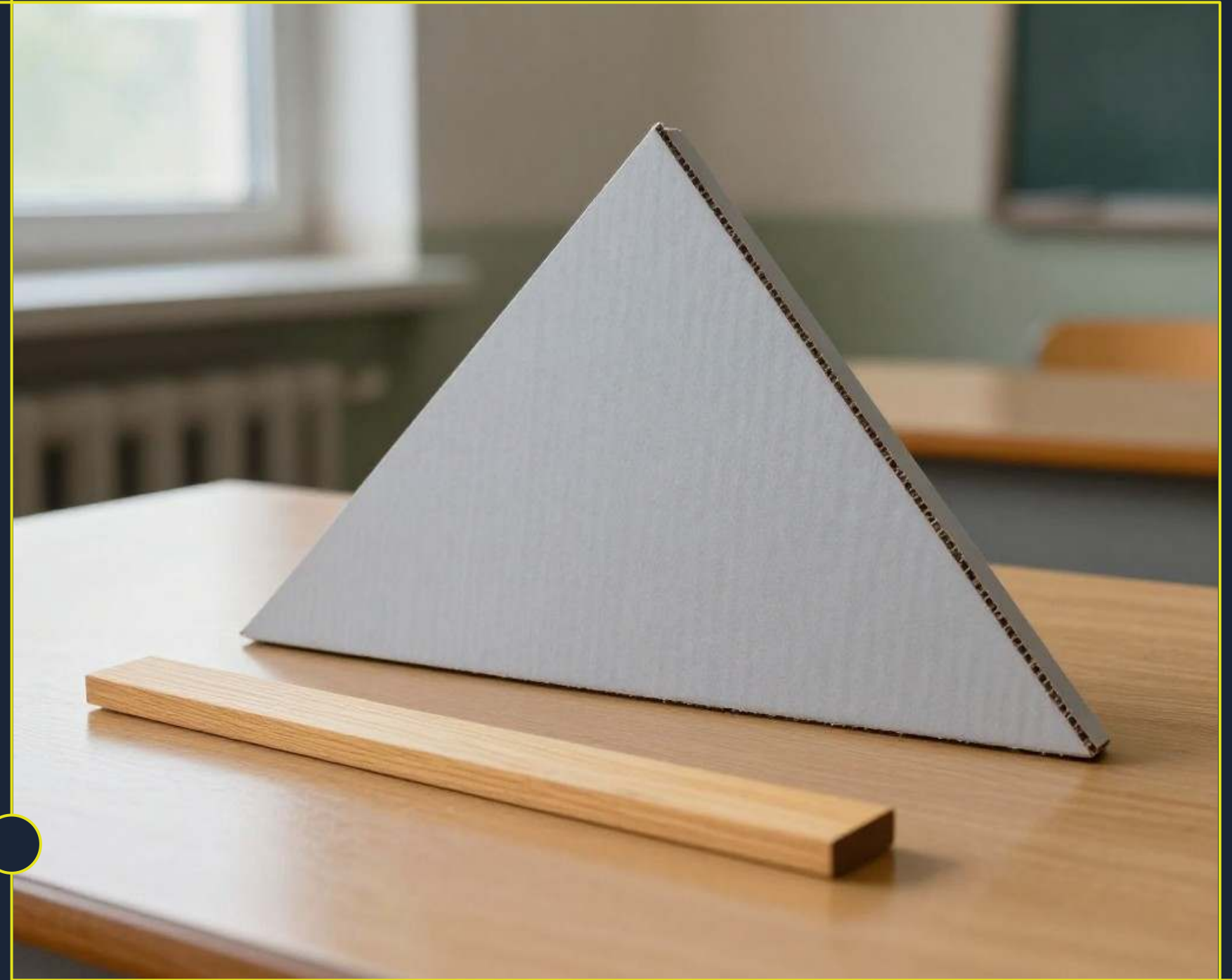
Сначала находим сумму оснований: $8 + 14 = 22$. Этот шаг важен, потому что в формуле используется именно сумма двух оснований, а не одно из них.

3. Делим и умножаем

Теперь делим 22 на 2 и получаем 11, после чего умножаем на высоту: $11 \cdot 5 = 55$. Так находится площадь трапеции.

4. Записываем ответ

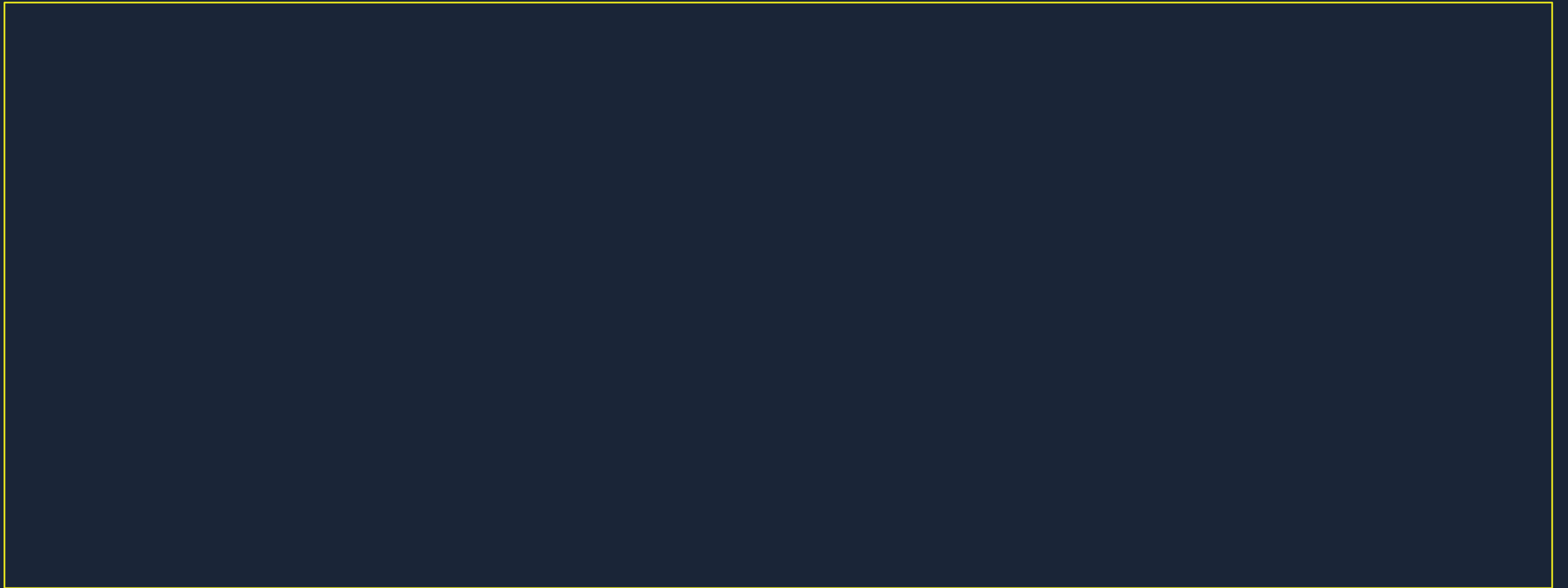
Итог: $S = 55 \text{ см}^2$. В ответе обязательно указывают квадратные единицы, потому что площадь показывает размер поверхности, а не длину стороны.





Алгоритм нахождения площади трапеции

Последовательность действий при решении задачи по чертежу



Типичные ошибки при решении задач с трапецией

Путают высоту и боковую сторону

Высота всегда перпендикулярна основаниям, а боковая сторона может идти наклонно. Если взять не тот отрезок, площадь получится неверной, даже когда формула записана правильно.

Забывают деление на 2

В формуле используется половина суммы оснований, поэтому нельзя сразу умножать их сумму на высоту. Этот шаг часто пропускают, если решают задачу слишком быстро.

Неверные единицы ответа

Площадь нельзя записывать в сантиметрах или метрах без квадрата. После вычислений нужно проверить, что ответ указан в квадратных единицах: см^2 , дм^2 или м^2 .



Трапеция в окружающих предметах

Крыша и фасад дома

На многих крышах и архитектурных элементах можно увидеть трапециевидные очертания. Если на рисунке выделить основания и провести высоту, становится понятно, как геометрическая форма помогает оценивать размеры и планировать конструкцию.



Мебель, клумбы и знаки

Трапеция встречается в деталях мебели, формах клумб и некоторых дорожных элементах. Такие объекты удобно рассматривать на картинке: сразу видно, где находятся параллельные стороны и как измерить расстояние между ними.



Произвольный многоугольник и его свойства

1

Замкнутая фигура

Произвольный многоугольник состоит из отрезков, соединённых в замкнутый контур. У него может быть пять, шесть и больше сторон, поэтому такие фигуры выглядят гораздо разнообразнее, чем привычные четырёхугольники.

2

Выпуклость и невыпуклость

Многоугольник может быть выпуклым или невыпуклым. У выпуклой фигуры все вершины направлены наружу, а у невыпуклой есть «впадина», из-за которой расчёты становятся немного сложнее.

3

Разбиение на части

Чтобы найти площадь сложной фигуры, её делят на треугольники, прямоугольники и трапеции. Тогда каждую часть можно посчитать по известной формуле, а затем сложить результаты.

4

Удобный способ решения

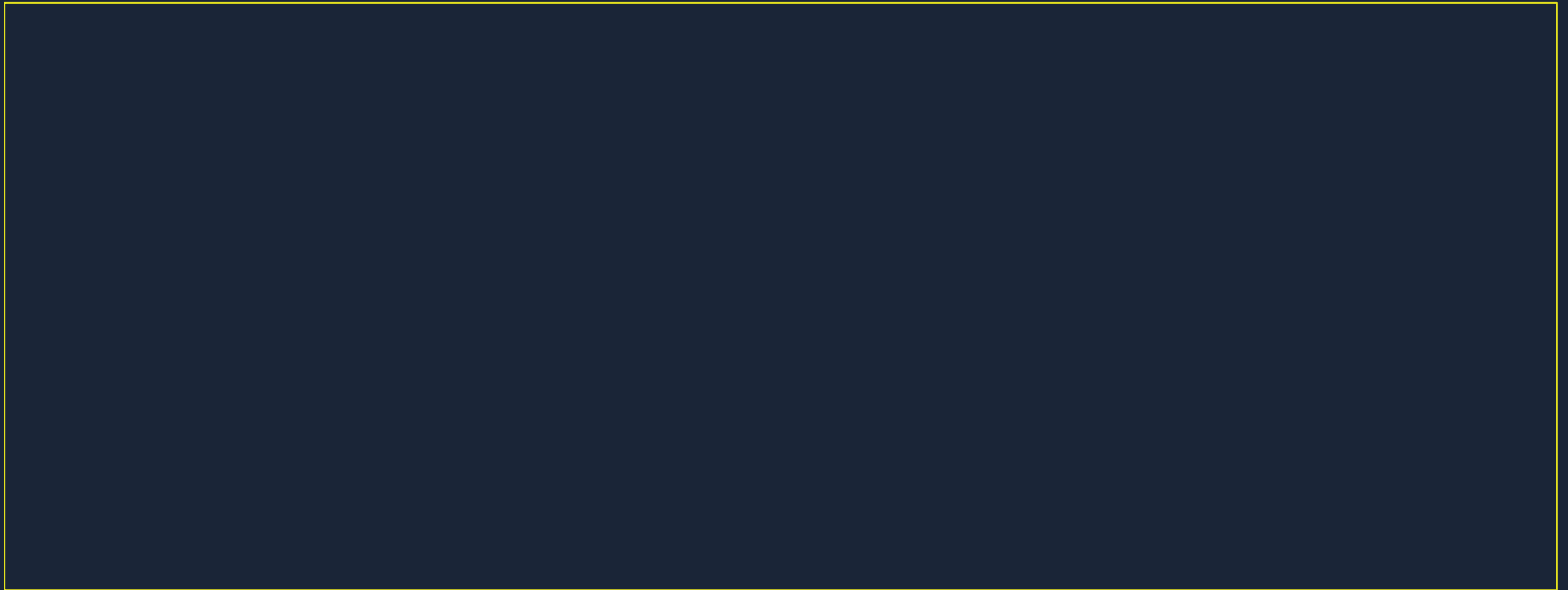
Если фигура нарисована на клетках, площадь можно проверить подсчётом полных и неполных клеток. Это помогает убедиться, что разбиение выполнено верно и ничего не пропущено.





Площадь произвольного многоугольника: от контура к ответу

Школьный алгоритм: выделение простых фигур, вычисление их площадей и проверка результата



Основные способы нахождения площади многоугольника

Сравнение трёх школьных способов показывает, когда каждый из них удобнее и какой результат даёт на практике.

Если фигура знакомая, выгоднее формула; если контур сложный, удобнее разбиение; для проверки особенно полезны клетки.

Способ	Когда удобен	Особенность	Точность
Разбиение	Сложный чертёж	Сумма частей	Высокая
Формулы	Известные фигуры	Быстрый счёт	Точная
Клетки	Клетчатая бумага	Оценка по сетке	Приближённая

Разбиение фигуры на простые части

① Выбирают опорную вершину

Обычно проводят линии из одной вершины к другим точкам контура, чтобы получить несколько треугольников. Такой приём помогает упорядочить сложную фигуру и не потерять её элементы при вычислении.

② Добавляют знакомые фигуры

Если в многоугольнике есть параллельные стороны или прямые углы, разбиение часто включает трапеции и прямоугольники. Их площади легко считать по известным формулам, не усложняя решение.

③ Складывают без перекрытий

Общая площадь равна сумме площадей частей только тогда, когда они не перекрываются и весь контур учтён полностью. Перед ответом полезно ещё раз проверить, не пропущен ли маленький участок.

Составление площади из частей фигуры



Диаграмма показывает вклад каждой части в общий результат. Такой приём особенно удобен, когда фигуру уже удалось разбить на простые элементы.

Сумма трёх площадей даёт 40 см^2 , а наибольший вклад вносит прямоугольник.

Учебный пример по геометрии: треугольник 12 см^2 , прямоугольник 18 см^2 , трапеция 10 см^2

Пример нахождения площади произвольного многоугольника

①

Разделить фигуру

Шестиугольник удобно разбить на два треугольника и одну трапецию. Такое разбиение помогает заменить сложный контур тремя знакомыми фигурами с готовыми способами нахождения площади.

②

Вычислить части

Если площади частей равны 8 см^2 , 6 см^2 и 15 см^2 , то каждую из них можно записать отдельно. Это уменьшает риск ошибки и делает решение более понятным.

③

Получить ответ

Складываем значения: $8 + 6 + 15 = 29 \text{ см}^2$. Важно убедиться, что в разбиение вошла вся фигура и не добавлен лишний участок за её пределами.

Клетчатая бумага как способ проверки площади

Полные клетки

Сначала считают клетки, которые фигура закрывает полностью. Этот шаг даёт основу для оценки и позволяет быстро понять, насколько велик объект на чертеже.

Неполные клетки

Половинки и другие неполные клетки объединяют или приближают до целых. Такой способ особенно полезен, когда стороны наклонные и границы проходят по диагонали.

Сверка с решением

Если результат разбиения сильно отличается от оценки по клеткам, стоит перепроверить вычисления. Клетчатая бумага помогает заметить пропущенную часть или неверно выбранную высоту.

Сравнение: трапеция и произвольный многоугольник

Школьный курс геометрии, 9 класс

Признак	Трапеция	Произвольный многоугольник
Стороны	4	5 и более
Способ	Формула	Разбиение
Опорные элементы	Основания, высота	Простые фигуры
Результат	Один ответ	Сумма частей

Сравнение показывает, что у трапеции есть готовая формула, а для сложного многоугольника чаще нужен более гибкий способ.

Трапеция решается напрямую, а произвольный многоугольник обычно требует поэтапного построения и сложения площадей.

Единицы площади и проверка ответа

1 Квадратные единицы

Площадь всегда записывают в квадратных единицах: мм^2 , см^2 , дм^2 или м^2 . Если длины измерены в сантиметрах, ответ тоже должен быть в см^2 .

2 Согласовать масштаб

Нельзя смешивать линейные и квадратные единицы. Если в записи появился только сантиметр без квадрата, это означает, что ответ оформлен неверно.

3 Сравнить части

Полная фигура не может иметь меньшую площадь, чем её часть. Такая проверка помогает быстро заметить очевидную ошибку в вычислениях или в разбиении.

4 Перепроверить чертёж

Полезно ещё раз посмотреть, правильно ли отмечены основания, высота и границы фигуры. Аккуратный рисунок снижает риск путаницы и делает ответ надёжнее.

Задания для закрепления темы

1

Трапеция по формуле

Решайте задачи, где даны оба основания и высота трапеции. Такие упражнения помогают закрепить порядок действий и научиться сразу подставлять числа в формулу.

2

Высота по чертежу

Полезны задания, в которых высоту нужно увидеть на рисунке или построить самостоятельно. Это тренирует внимание к прямому углу и расположению параллельных сторон.

3

Разбиение многоугольника

Берите фигуры с неровным контуром и делите их на треугольники, прямоугольники и трапеции. Такой формат учит видеть простые части внутри сложной формы.

4

Практические контуры

Хорошо подходят схемы участка, комнаты, клумбы или детали изделия. В них видно, как геометрические вычисления помогают работать с реальными формами вокруг нас.

Площадь без ошибок: что важно запомнить

Сегодня мы увидели, что трапеция решается по формуле, а произвольный многоугольник — через разбиение на простые фигуры или подсчёт по клеткам. Аккуратный чертёж и правильные единицы всегда помогают получить надёжный ответ.