

Задачи на построение: как находить решение

Циркуль и линейка помогают
строить фигуры точно по условию.



Почему это важно

Такие задачи учат не угадывать, а действовать строго по правилам. Важно не только построить рисунок, но и доказать, что он подходит к условию.



Что значит «построить»

Нужные свойства

- 1 Построить — значит получить фигуру, у которой заранее заданы нужные свойства: равенство, перпендикулярность, заданные расстояния или углы. Сам рисунок ещё не доказывает правильность решения.

Роль чертежа

- 2 Чертёж помогает увидеть идею и выбрать ход решения, но может быть неточным. Настоящее построение должно работать независимо от аккуратности рисунка и случайных совпадений.

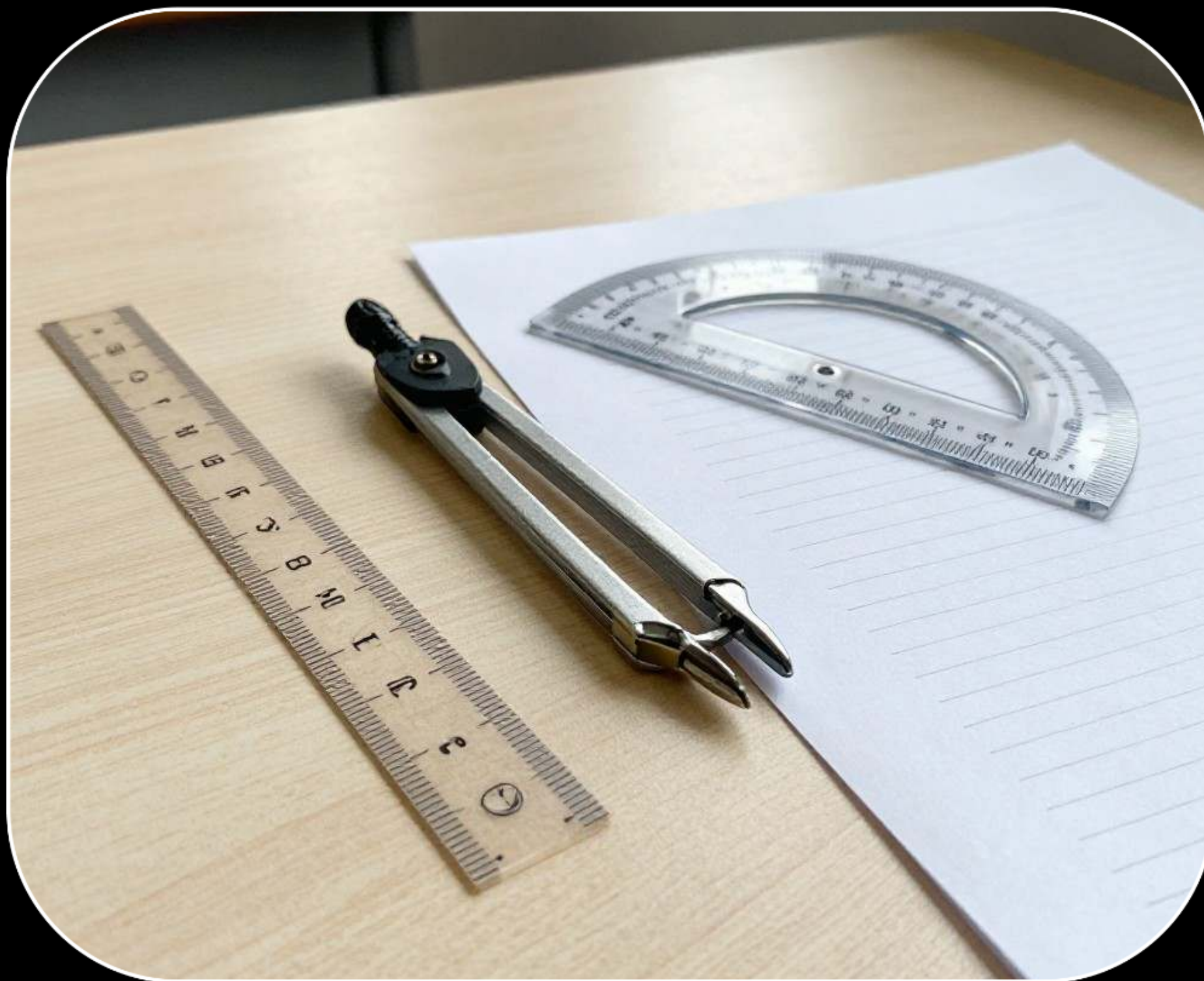
Нужна проверка

- 3 Доказательство показывает, почему выбранные действия действительно приводят к ответу. Без него нельзя считать решение завершённым, даже если фигура выглядит верной на глаз.

Итог решения

- 4 Если результат удовлетворяет условию и это можно обосновать, задача решена. Поэтому в геометрии важно не только строить, но и объяснять каждый шаг.

Инструменты и обозначения



Линейка

Линейка без делений нужна, чтобы проводить прямые и соединять точки. Она не используется для измерения длины, поэтому все размеры задаются только самим построением.

Циркуль

Циркуль позволяет откладывать равные расстояния и строить окружности. Именно он помогает находить точки, одинаково удалённые от заданных объектов.

Транспортир

Транспортир в классических задачах обычно не участвует в построении и может служить лишь для проверки. Это сохраняет строгость решения и учит обходиться базовыми инструментами.

Запись на чертеже

Обозначения делают запись понятной: равные отрезки помечают одинаковыми штрихами, ключевые точки подписывают буквами, а дополнительные линии стараются не перегружать чертёж.

Базовые построения, которые нужны чаще всего

Построение	Что даёт	Где помогает
Перпендикуляр	Прямой угол	Высоты, касательные
Биссектриса	Равные углы	Углы, симметрия
Середина	Равные части	Отрезки, оси

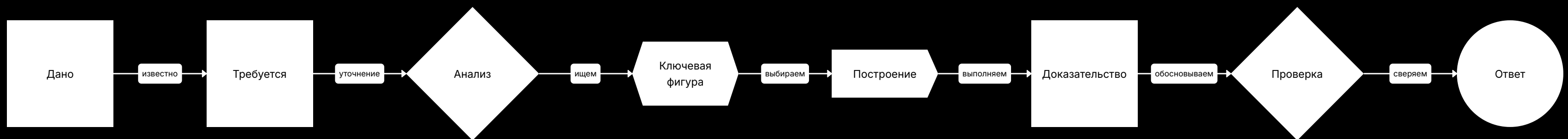
Эти построения встречаются чаще всего и помогают решать более сложные задачи.

Все три построения связаны с симметрией и равенством расстояний.

Классические построения циркулем и линейкой

Алгоритм решения

Последовательность решения от условия к проверке результата



Перпендикуляр к прямой

1 Через точку на прямой

Если точка лежит на прямой, сначала строят окружность с центром в этой точке. Её пересечения с прямой дают две точки, одинаково удалённые от центра и удобные для дальнейшего шага.

2 Равные дуги

Из двух отмеченных точек проводят равные дуги выше или ниже прямой. Их пересечение задаёт направление перпендикуляра, потому что получается равнобедренная конфигурация с осью симметрии.

3 Точка вне прямой

Если точка находится вне прямой, сначала выбирают на ней две точки на одинаковом расстоянии от данной. Затем строят дуги одинакового радиуса из этих точек.

4 Проверка построения

Пересечение дуг соединяют с исходной точкой. Полученная прямая проходит перпендикулярно к заданной, а правильность удобно проверять по равенству соответствующих расстояний.



Середина отрезка

Дуги из концов

1

Середина отрезка должна быть равноудалена от обоих концов. Поэтому из концов отрезка проводят окружности одинакового радиуса, большего половины отрезка, чтобы они пересеклись.

Серединный перпендикуляр

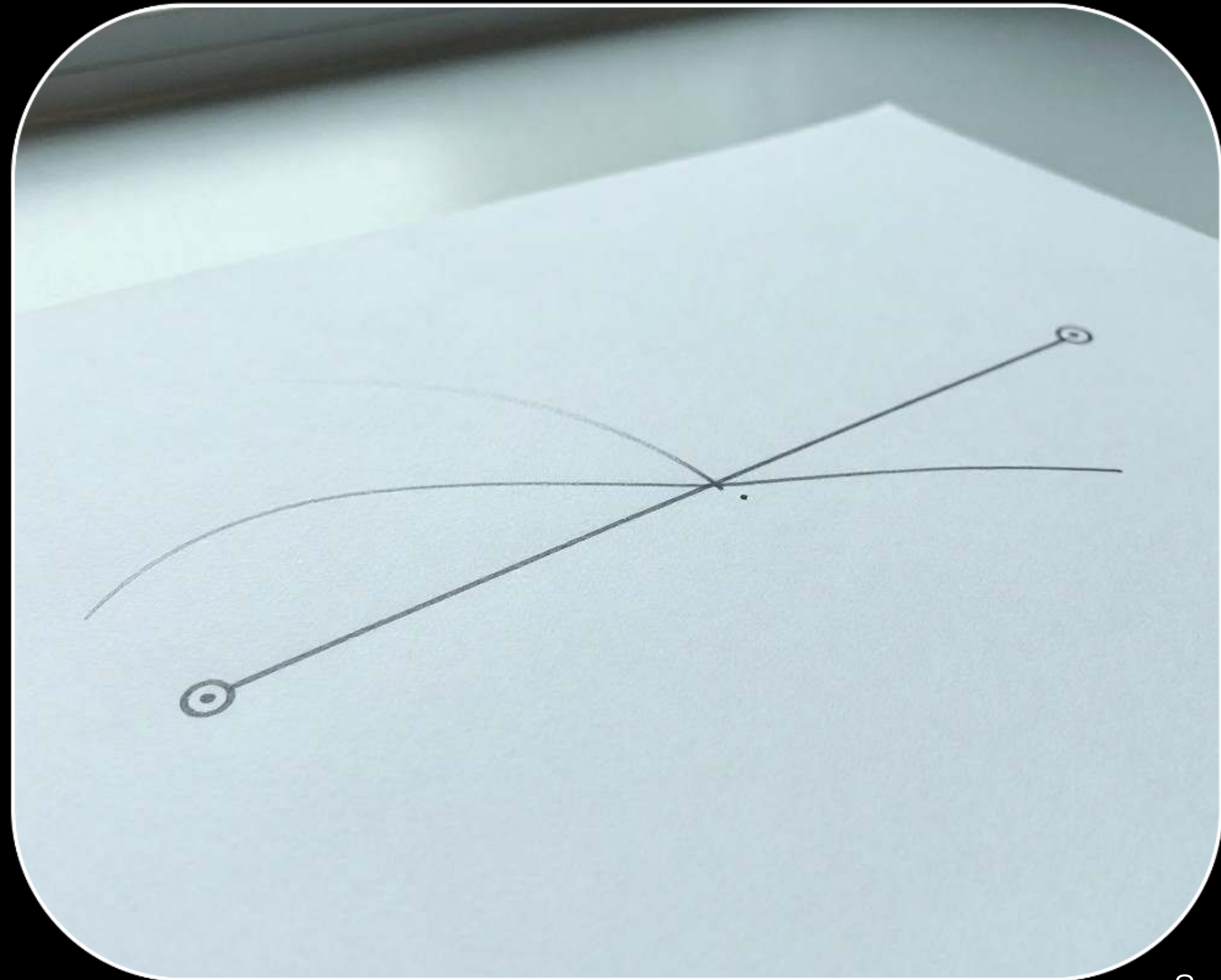
2

Точки пересечения окружностей соединяют прямой. Эта прямая является серединным перпендикуляром, а её пересечение с отрезком даёт его середину.

Проверка

3

Проверить результат просто: отрезки от найденной точки до обоих концов должны быть равны. Если это так, середина построена верно.



Биссектриса угла

1

Первая дуга

Сначала из вершины угла проводят дугу, которая пересекает обе его стороны. На сторонах отмечают две точки, от которых будет удобно откладывать равные расстояния.

2

Вторая дуга

Из этих двух точек строят дуги одинакового радиуса. Их пересечение внутри угла задаёт направление биссектрисы и показывает место будущей линии.

3

Проведение луча

Через вершину и точку пересечения дуг проводят луч. Он делит угол на две равные части и остаётся устойчивым при аккуратном построении.

4

Проверка

Любая точка на биссектрисе находится на одинаковом расстоянии от обеих сторон угла. Это удобный признак, который помогает быстро проверить ответ.

Равносторонний треугольник

Основание

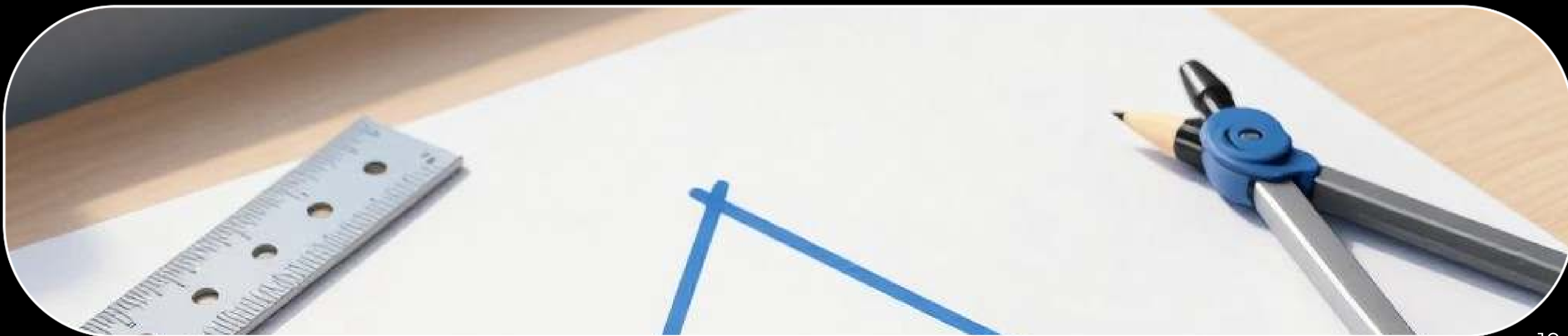
Берут отрезок, который станет стороной треугольника, и отмечают его концы как центры будущих окружностей. Это сразу задаёт две равные стороны и подсказывает место третьей вершины.

Третья вершина

Из обоих концов проводят окружности с одинаковым радиусом, равным длине стороны. Их пересечение даёт точку, равноудалённую от концов отрезка, а значит — нужную вершину.

Проверка

Полученная фигура действительно равносторонняя: все её стороны равны радиусу построенных окружностей. Внутренние углы при этом оказываются равными 60° , что удобно для проверки.



Равнобедренный треугольник

Основание и дуги

1

Начинают с отрезка, который будет основанием. Затем из его концов проводят дуги одинакового радиуса: их пересечение задаёт вершину, а значит, и нужный треугольник.

Поиск вершины

2

Если выбрать одинаковый радиус больше половины основания, дуги обязательно пересекутся. Эта точка автоматически равноудалена от концов основания, поэтому подходит для равных боковых сторон.

Проверка равенства

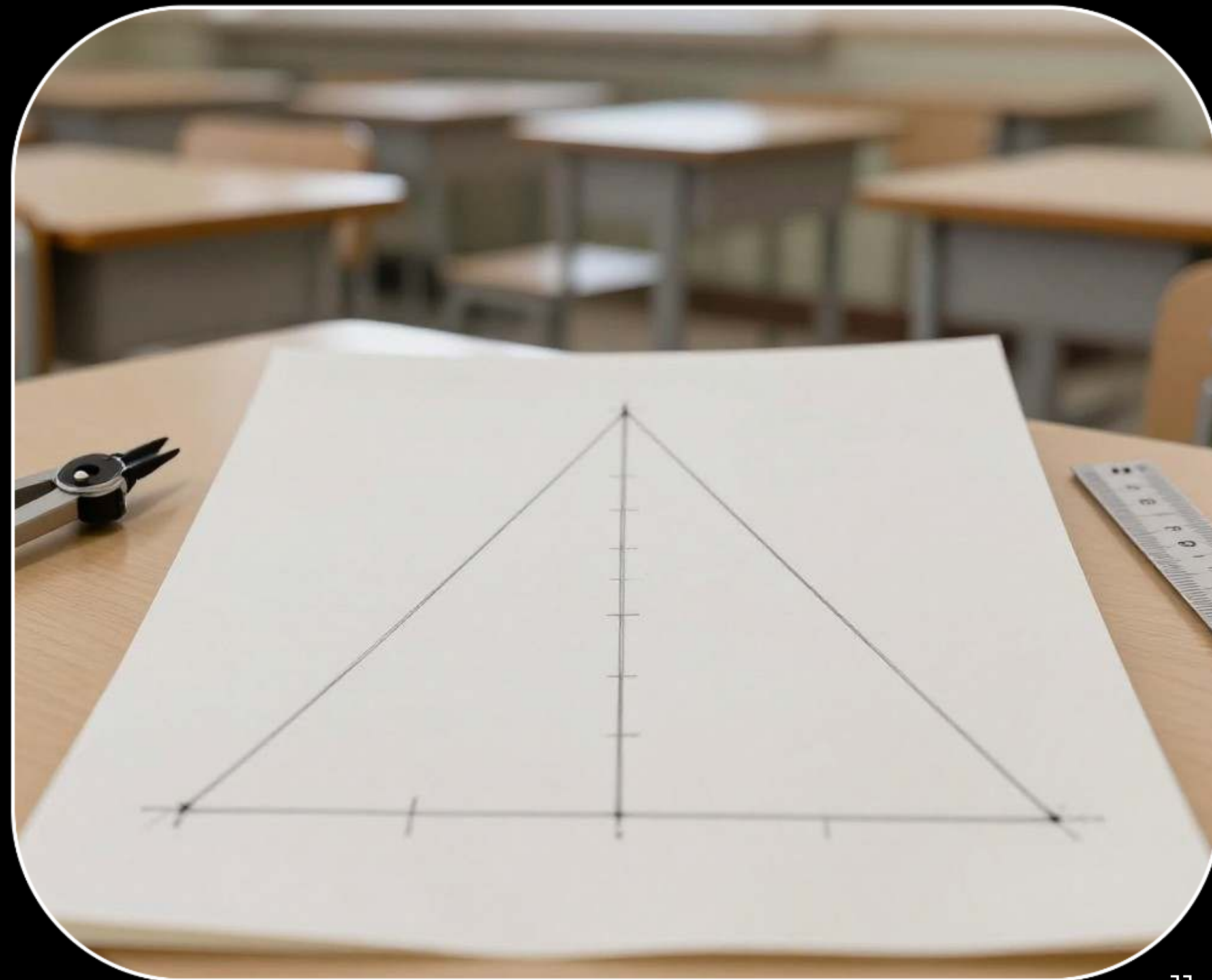
3

После соединения вершины с концами основания получают равнобедренный треугольник. Его боковые стороны равны по построению, а основание остаётся заданным отрезком.

Ось симметрии

4

Середина основания лежит на оси симметрии фигуры. По ней удобно проверять чертёж: вершина, середина основания и высота оказываются на одной прямой.



Построение по трём сторонам

1 Задайте основание

Сначала отложите один из заданных отрезков как основание. Его удобно обозначить буквами и сразу использовать как опору для двух будущих окружностей.

2 Постройте окружности

Затем из концов основания проведите две окружности радиусами, равными двум другим сторонам. Их пересечение показывает, где должна находиться третья вершина.

3 Получите вершину

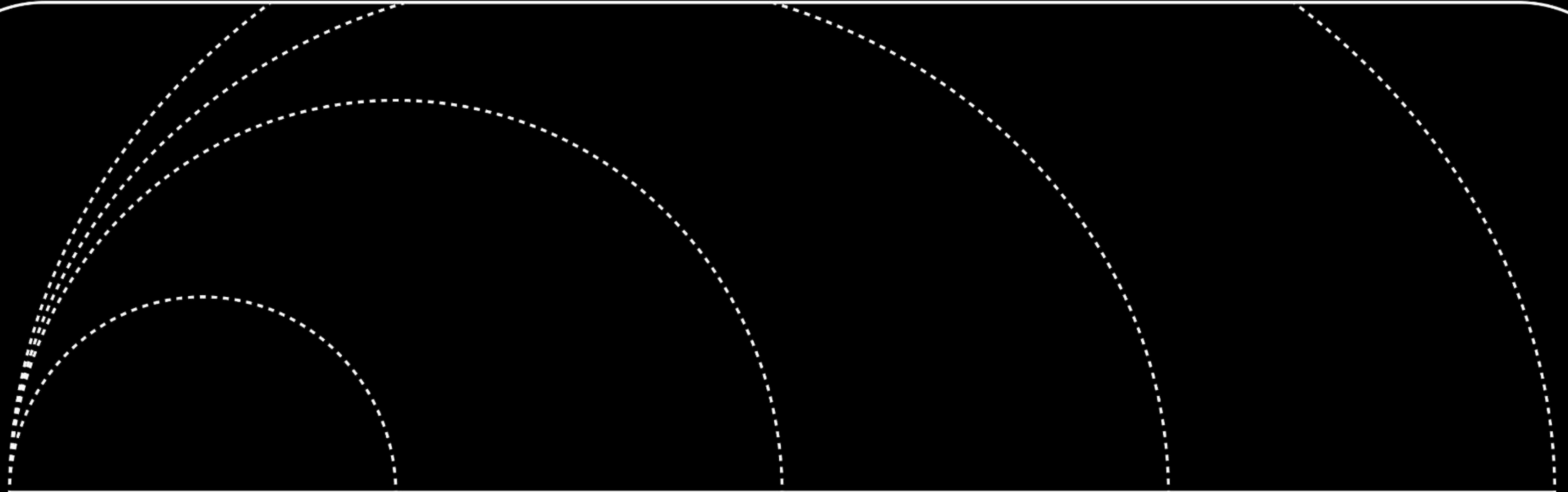
Если окружности пересеклись, выберите одну из точек пересечения и соедините её с концами основания. Получится треугольник с нужными длинами сторон.

4 Проверьте возможность

Перед завершением проверьте неравенство треугольника: сумма любых двух сторон должна быть больше третьей. Если это не так, построение невозможно.



Построение по двум углам и стороне



1. Данная сторона

Сначала строят отрезок, который дан в условии. Он становится общей стороной будущего треугольника и отправной точкой всего построения.

2. Два луча

Из концов этой стороны проводят два луча под нужными углами. На этом этапе важно не ошибиться с направлением и величиной углов.

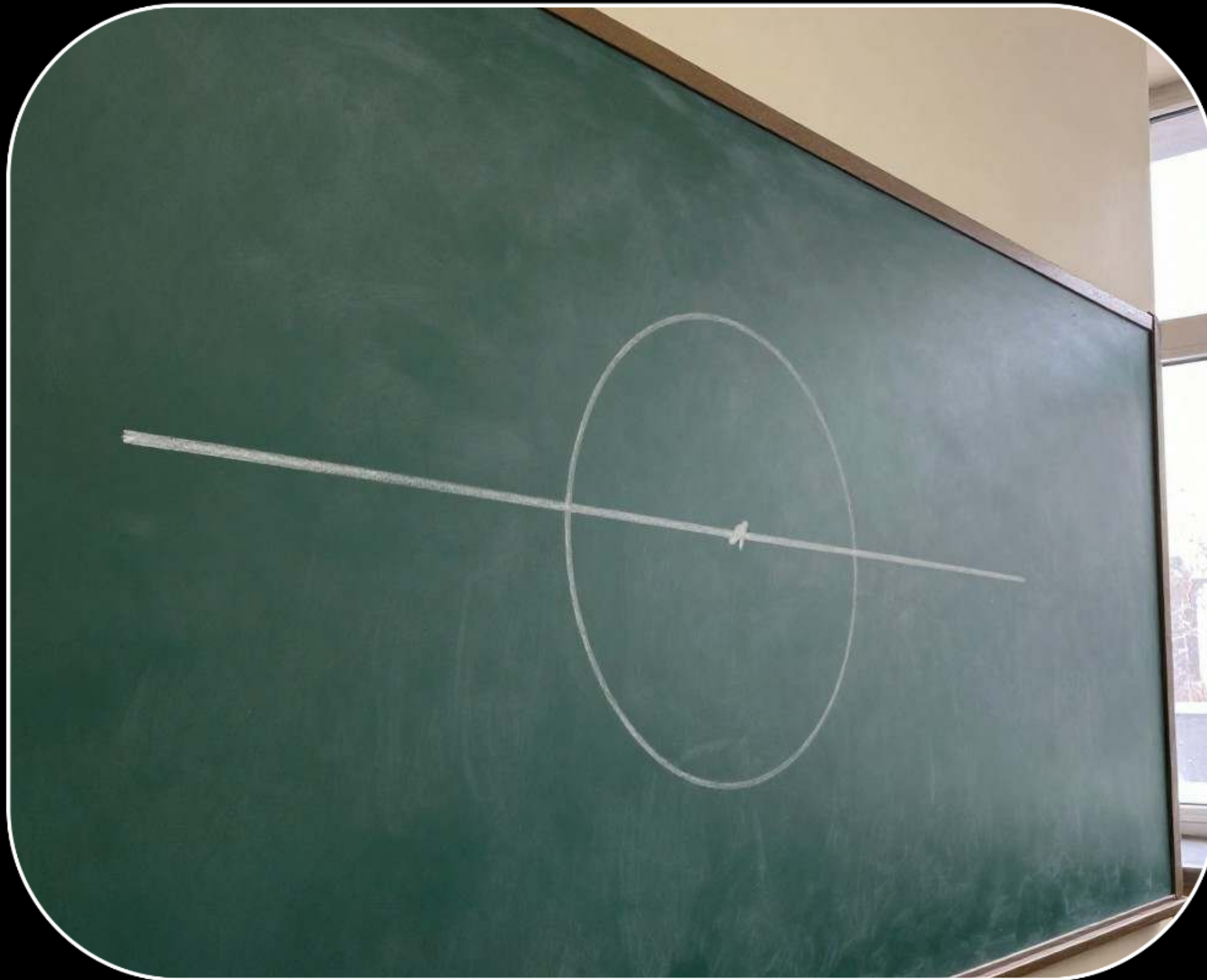
3. Третья вершина

Точка пересечения лучей становится третьей вершиной треугольника. Если лучи не пересекаются, нужно ещё раз проверить данные углы.

4. Проверка

Затем сравнивают полученный рисунок с условием: сумма внутренних углов должна быть равна 180° , а заданная сторона — совпадать с исходной.

Касательные и окружность



Главный признак

Касательная касается окружности только в одной точке и всегда перпендикулярна радиусу, проведённому в эту точку. Это главное свойство для проверки построения.

Касательные из точки

Чтобы провести касательные из внешней точки, используют вспомогательную окружность и середину отрезка до центра. Так находят нужные точки касания без измерений угомером.

Где это полезно

В задачах на расстояния касательная помогает увидеть кратчайший путь к окружности и связи между радиусом, хордой и внешней точкой. Это делает чертёж нагляднее.

Равноудалённые точки и прямые

Две точки

- 1 Если нужно найти точки, равноудалённые от двух заданных точек, первым шагом становится серединный перпендикуляр. На нём лежат все такие точки, и лишние варианты сразу отсеиваются.

Две прямые

- 2 Когда требуется равное расстояние до двух прямых, ищут биссектрису угла между ними. Любая её точка одинаково удалена от обеих сторон угла.

Скрытая идея

- 3 Эти свойства помогают переводить сложное условие в знакомую схему построения. Вместо перебора вариантов достаточно выделить, что именно должно быть равно.

Проверка ответа

- 4 После построения важно проверить не только положение точки, но и смысл решения. Иногда подходящих точек несколько, и это тоже нужно учитывать.

Типичные ошибки

Путаница в условии

Часто сначала начинают строить, а потом перечитывают условие. Из-за этого путают, что дано, а что требуется получить в конце.

Нет обозначений

Если не отметить равные отрезки, дуги и прямые, легко потерять логику построения. Аккуратные обозначения помогают видеть, почему фигура получилась именно такой.

Сбившийся размер

Неверно выбранный радиус или угол приводит к ошибке уже в начале. Лучше ещё раз сравнить инструмент построения с ключевым свойством фигуры.

Не все решения

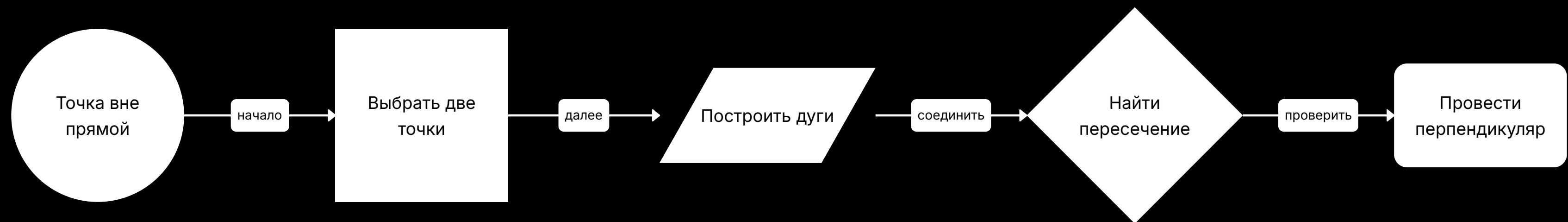
Некоторые задачи имеют два решения или больше. Если проверить только один вариант, можно случайно объявить ответ полным, хотя он неполный.

Исправление

Самая надёжная защита от ошибок — вернуться к ключевой фигуре и заново пройти цепочку: условие, построение, доказательство и проверка.

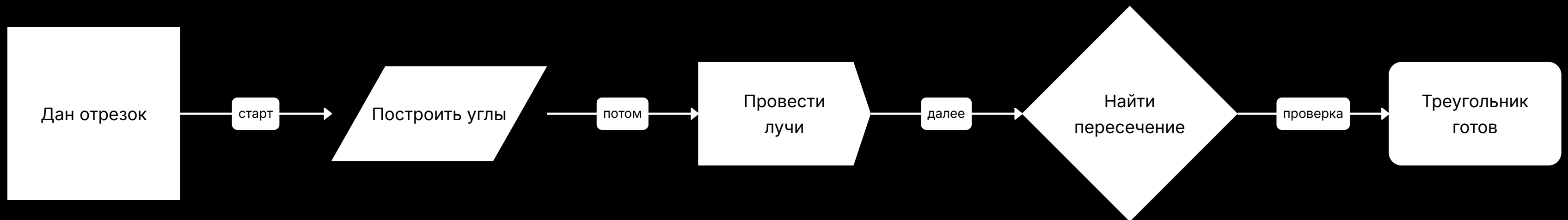
Как найти перпендикуляр через внешнюю точку

Построение перпендикуляра к прямой через внешнюю точку с помощью равных дуг и пересечения



Как построить треугольник по двум углам и стороне

Построение треугольника по заданной стороне и двум углам с проверкой пересечения лучей



Как выбирать построение

Таблица показывает, какое свойство искать в условии и какое базовое построение использовать дальше.

Сначала ищут ключевое свойство, затем выбирают знакомую фигуру; это ускоряет решение и уменьшает число ошибок.

Условие	Опора	Построение
Равные расстояния	перпендикуляр	серединный перпендикуляр
Равные углы	биссектриса	деление угла
Сторона и углы	лучи	пересечение лучей
Три стороны	окружности	две окружности

Обобщение типовых задач на построение

Построение без лишних ошибок

Задачи на построение учат не угадывать, а действовать по плану: увидеть ключевую фигуру, аккуратно построить её и обязательно доказать, что ответ подходит условию.