

Призма: основные понятия, свойства и формулы

Разберём призму: от её элементов до формул площади и объёма.

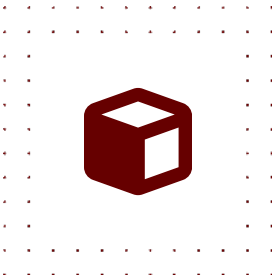


Что нужно знать перед изучением призмы

Призма объединяет свойства плоских фигур и объёмных тел. Чтобы уверенно решать задачи, важно помнить признаки многоугольника, параллельности, перпендикулярности и уметь работать с площадями и объёмами.

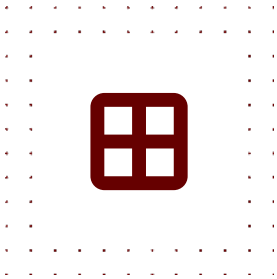


Главные элементы призмы



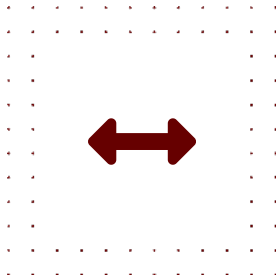
Основания

У призмы всегда два основания, лежащие в параллельных плоскостях. Они равны по форме и площади, поэтому одна и та же фигура повторяется сверху и снизу.



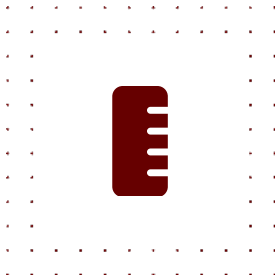
Боковые грани

Боковые грани соединяют соответствующие стороны оснований и образуют боковую поверхность. Их количество всегда совпадает с числом сторон основания, поэтому форма призмы зависит именно от него.



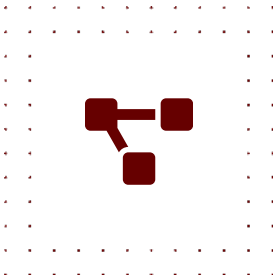
Боковые рёбра

Боковые рёбра соединяют соответствующие вершины двух оснований. Они показывают, как расположены основания относительно друг друга, и помогают отличать прямую призму от наклонной.



Высота

Высота призмы — это перпендикулярное расстояние между плоскостями оснований. В задачах её особенно важно не путать с длиной бокового ребра, если призма наклонная.



Связь элементов

Все элементы призмы связаны между собой: стороны основания определяют число граней, а вершины и рёбра помогают описать форму целиком. Это удобно при подсчёте всех частей фигуры.

Как выглядит призма на чертеже

Два основания

На чертеже обязательно показывают верхнее и нижнее основания. Они равны и параллельны, поэтому именно по ним легче всего распознать призму среди других многогранников.

Видимые и скрытые рёбра

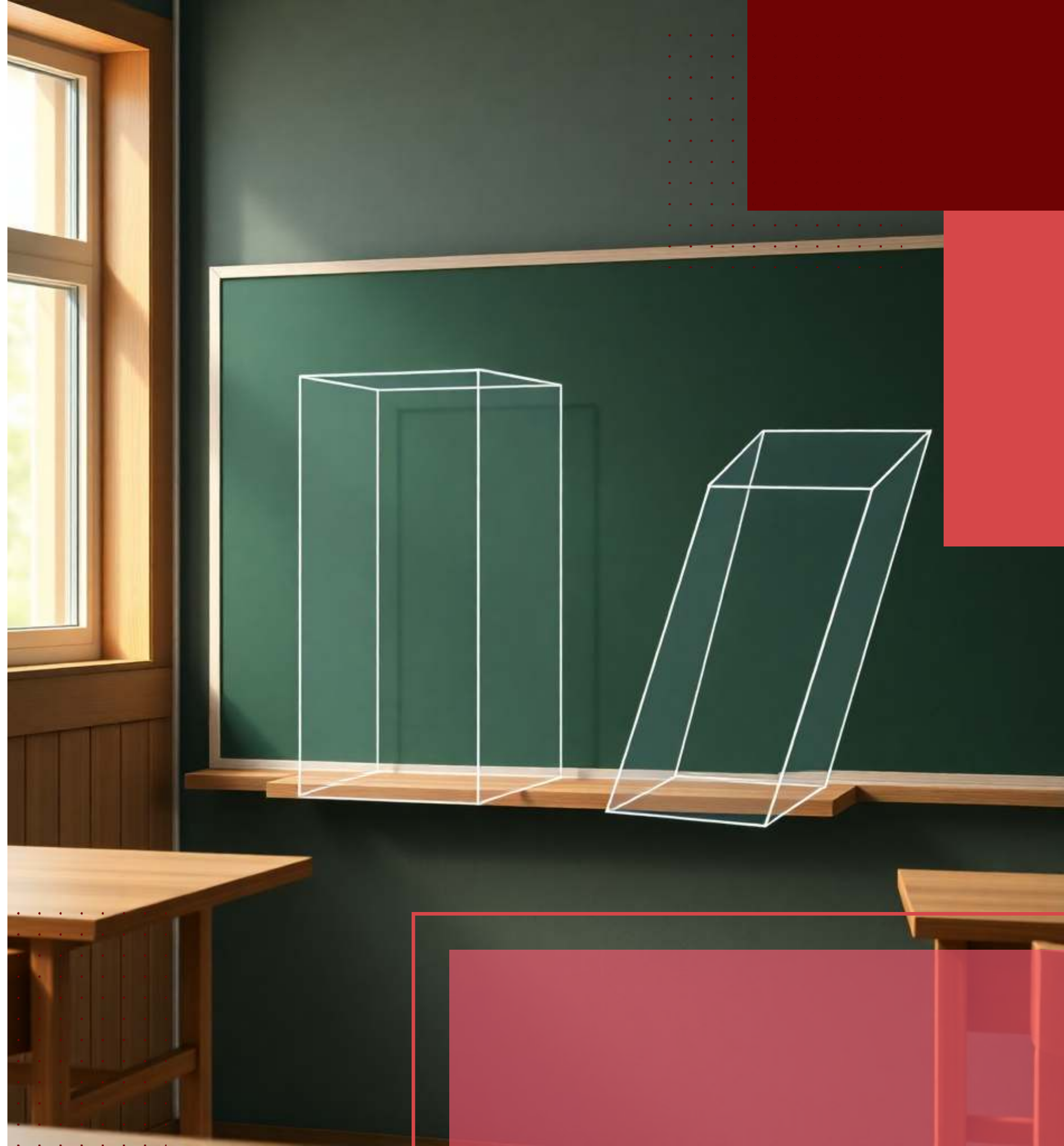
Видимые рёбра проводят сплошной линией, а невидимые — пунктиром. Такое изображение помогает понять объёмную форму фигуры и правильно прочесть её пространственное положение.

Прямая призма

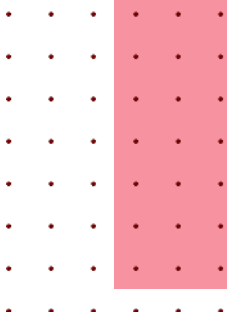
У прямой призмы боковые рёбра перпендикулярны основаниям. На чертеже это видно по ровным вертикальным отрезкам, а боковые грани выглядят как прямоугольники.

Наклонная призма

У наклонной призмы боковые рёбра идут под углом, но основания остаются равными и параллельными. Именно поэтому фигура всё равно относится к призмам.



Виды призм по форме основания

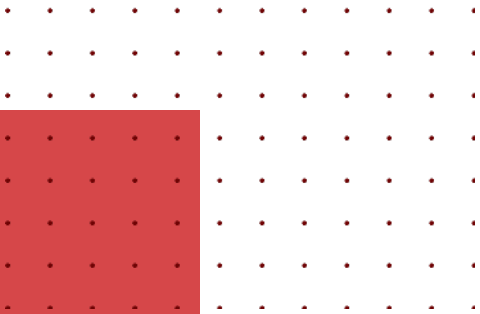


Чем больше сторон у основания, тем больше боковых граней и тем сложнее строение призмы.

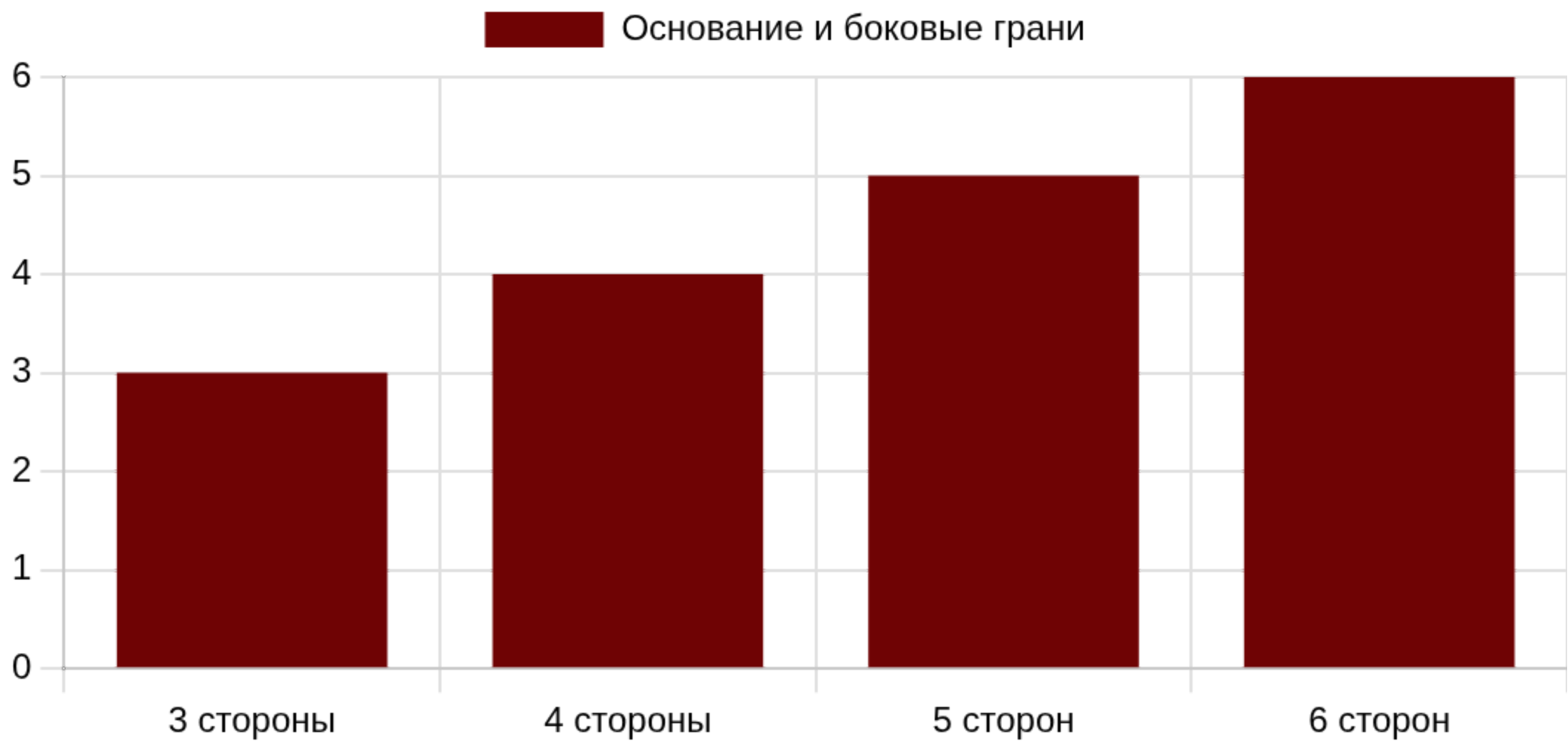
Число боковых граней повторяет число сторон основания. При увеличении числа сторон растёт количество элементов, которые нужно учитывать при черчении и решении задач.

Основание	Боковые грани	Вердикт
Треугольное	3	Призма
Четырёхугольное	4	Призма
Общее правило	= сторонам	Зависит от основания

Геометрические определения призмы и подсчёт элементов по числу сторон основания.



Связь между числом сторон основания и количеством боковых граней



Школьное правило для призм с основаниями из 3, 4, 5 и 6 сторон.

Диаграмма удобна для запоминания правила: один новый боковой элемент появляется вместе с каждой новой стороной основания.

Зависимость линейная и очень простая: число боковых граней совпадает с числом сторон основания.

Прямая и наклонная призма

Прямая призма

У прямой призмы боковые рёбра перпендикулярны основаниям. Поэтому боковые грани имеют форму прямоугольников, а длина бокового ребра совпадает с высотой фигуры.

Наклонная призма

У наклонной призмы боковые рёбра не образуют прямой угол с основаниями. Боковые грани при этом становятся параллелограммами, хотя основания по-прежнему равны и параллельны.

Что такое высота

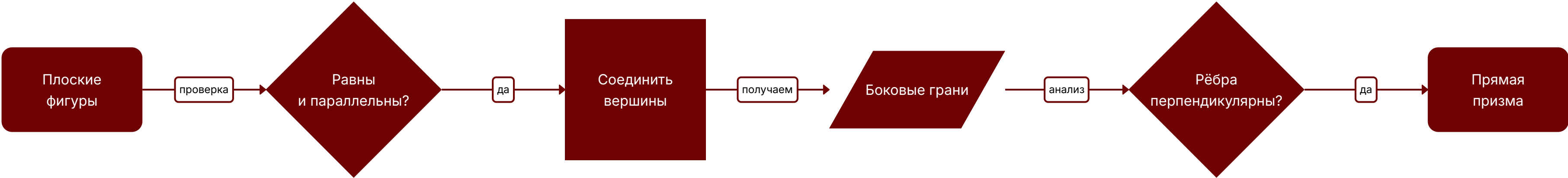
Высота призмы всегда измеряется как кратчайшее расстояние между её основаниями. Это правило действует для всех призм и помогает не ошибиться при вычислении объёма.

Главное различие

Если фигура наклонена, длина бокового ребра уже не равна высоте. Поэтому в задачах нужно внимательно читать условие и использовать именно перпендикулярное расстояние между основаниями.

Как распознать призму по её признакам

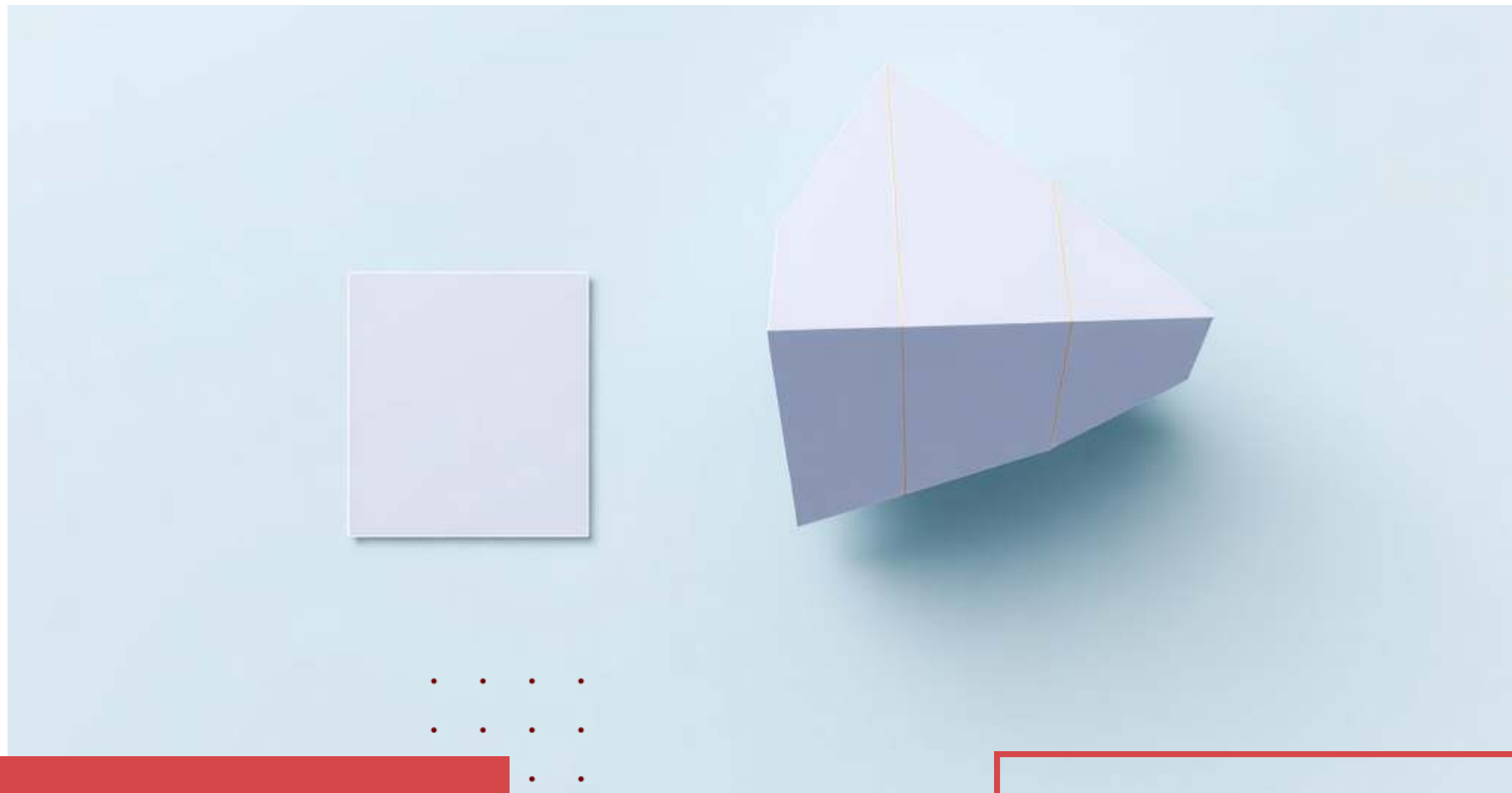
Схема показывает главные условия, по которым фигуру можно отнести к призме и определить её вид.



Развёртка призмы и её состав

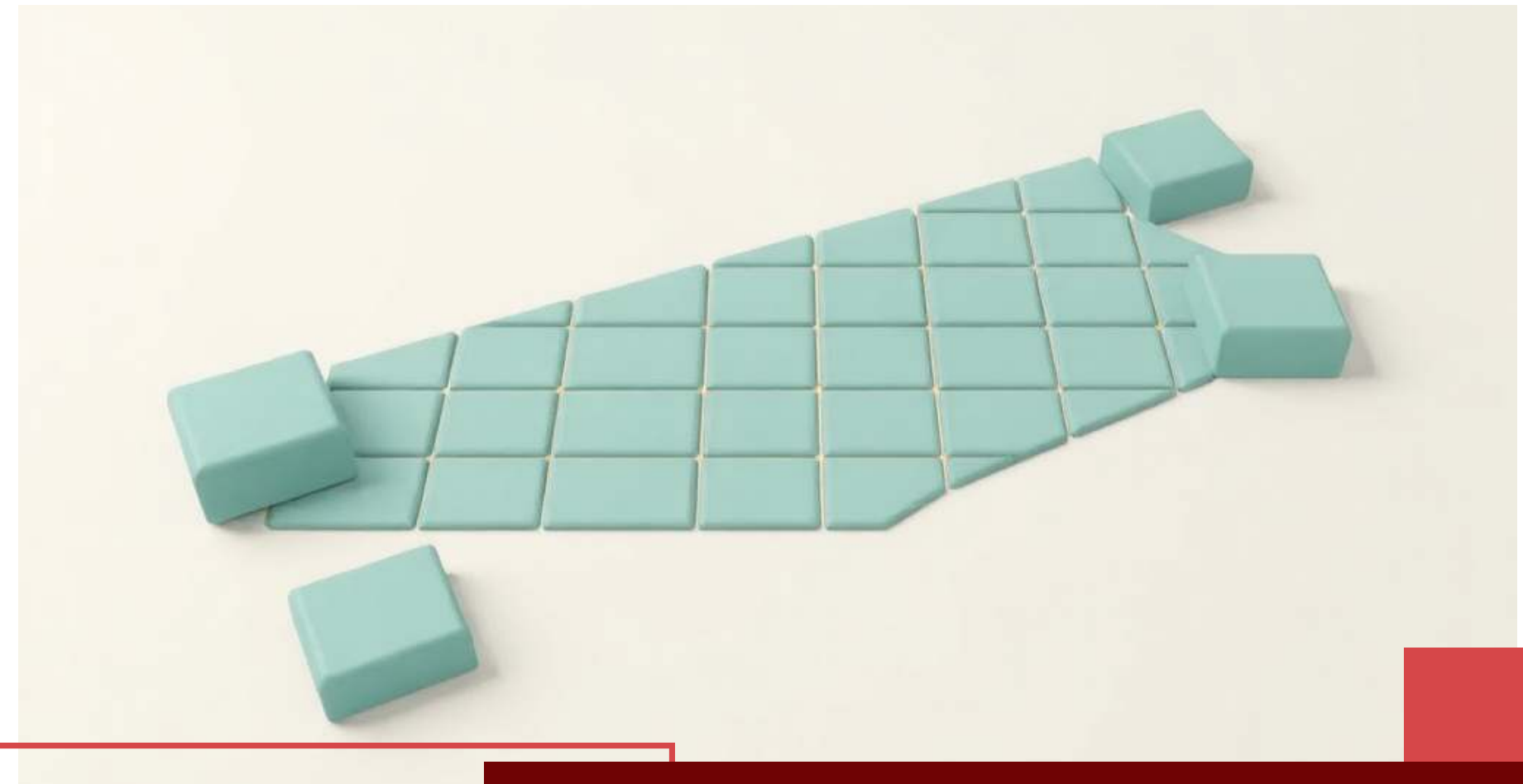
Фигура, которую можно «развернуть»

Развёртка показывает призму как набор плоских фигур, собранных в одну полосу. У неё есть два одинаковых основания и ряд боковых граней, расположенных подряд. По такому рисунку легко представить, как поверхность складывается в объёмное тело.



Почему развёртка полезна

На развёртке сразу видно, сколько сторон имеет основание и сколько боковых частей нужно соединить. Это особенно удобно при решении задач на площадь поверхности, потому что каждая грань становится отдельной плоской фигурой, которую можно измерить и сложить.



Площадь поверхности призмы

1. Сложи все части

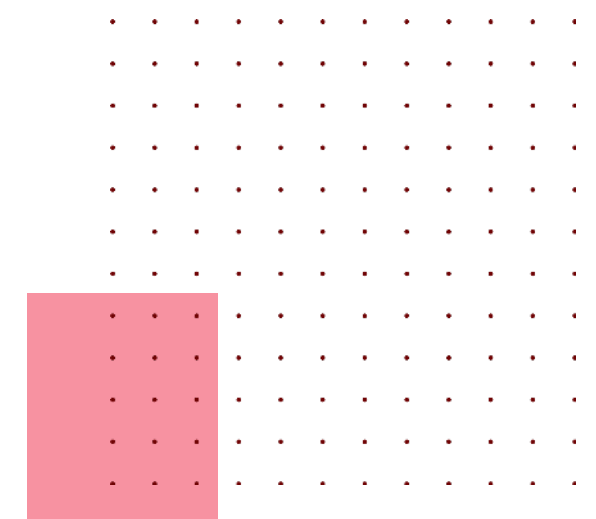
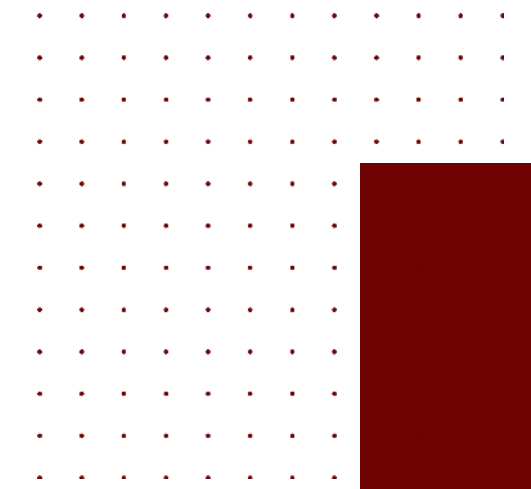
Полная площадь поверхности состоит из площадей двух оснований и боковой поверхности. Поэтому сначала находят площадь основания, а затем прибавляют соответствующую боковую часть.

2. Используй формулы

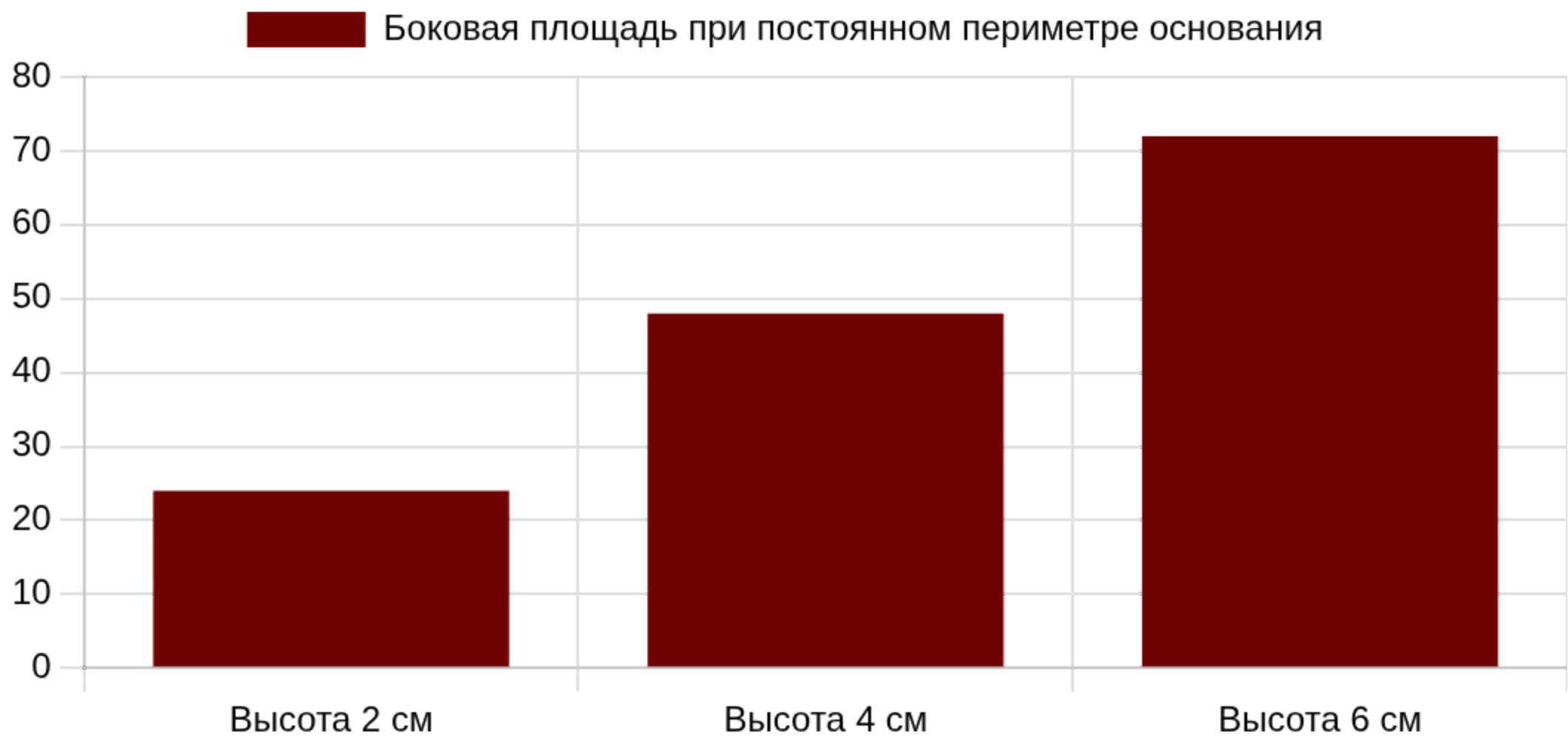
Для полной площади применяют запись $S_{\text{полн}} = 2S_{\text{осн}} + S_{\text{бок}}$. Если призма прямая, боковую площадь удобно считать по формуле $S_{\text{бок}} = P_{\text{осн}} \times h$, где $P_{\text{осн}}$ — периметр основания.

3. Проверь смысл ответа

Эти формулы помогают считать материал для упаковки, покрытия и моделей. После вычислений важно проверить единицы измерения: площадь записывают в квадратных единицах, а не в кубических.



Как меняется боковая площадь при изменении высоты



При неизменном периметре основания боковая площадь зависит только от высоты и растёт без скачков.

Зависимость прямая: чем выше призма, тем больше боковая поверхность; при удвоении высоты площадь тоже удваивается.

Учебный пример по формуле $S_{бок} = P_{осн} \times h$; данные для иллюстрации зависимости

60 см³

**получается при площади
основания 12 см² и высоте
5 см.**

Расчёт по формуле $V = S_{\text{осн}} \times h$ на основе учебного примера

Этот результат показывает, сколько пространства занимает призма и почему важно правильно подставлять площадь основания и высоту.

Основные формулы по теме призма

Величина	Формула	Смысл
Боковая площадь	$S_{бок} = P_{осн} \times h$	Для прямой призмы
Полная площадь	$S_{полн} = 2S_{осн} + S_{бок}$	Два основания
Объём	$V = S_{осн} \times h$	Основание $\times$ высота

Школьные формулы по теме «Призма»



Краткая памятка: сначала находят площадь основания, затем применяют формулу площади или объёма.

Все основные вычисления опираются на площадь основания и высоту; для прямой призмы высота равна боковому ребру.



Типичные ошибки при решении задач на призму



1.

Путают высоту

В наклонной призме высота — это перпендикулярное расстояние между основаниями, а не длина бокового ребра. Если перепутать эти величины, результат сразу станет неверным.

2.

Забывают два основания

При нахождении полной площади нужно учесть оба основания. Если прибавить только одно, площадь поверхности получится меньше настоящей, и ответ не совпадёт с условием.

3.

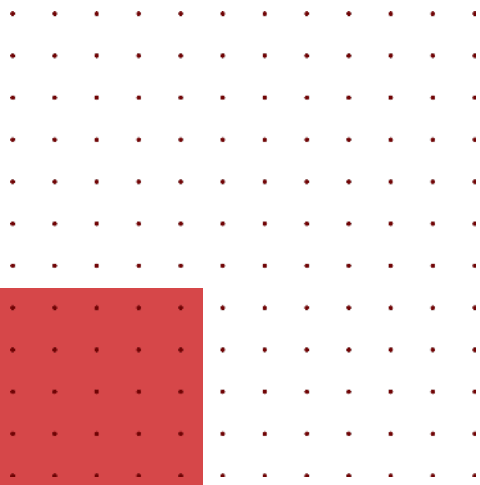
Берут не ту площадь

Для объёма используют площадь основания, а не боковой поверхности. Эта ошибка особенно заметна в задачах, где боковые грани кажутся более «главными» на чертеже.

4.

Сбиваются в счёте

Количество граней, рёбер и вершин зависит от числа сторон основания. Если выбрать основание неправильно, все дальнейшие подсчёты будут ошибочными.



Призма в окружающем мире

Коробка, которую удобно складывать

Упаковочные коробки часто делают в форме прямоугольной призмы. Такая форма помогает экономить место на складе и упрощает изготовление. Картонные грани легко соединять, а устойчивые прямые рёбра делают коробку практичной для хранения и перевозки.



Призматические линии в предметах и зданиях

Форма призмы встречается не только в упаковке, но и в окружающих предметах. Гранёные карандаши, детали интерьера и части зданий нередко напоминают призматические тела. Благодаря этому их удобно держать, устанавливать и соединять с другими элементами.



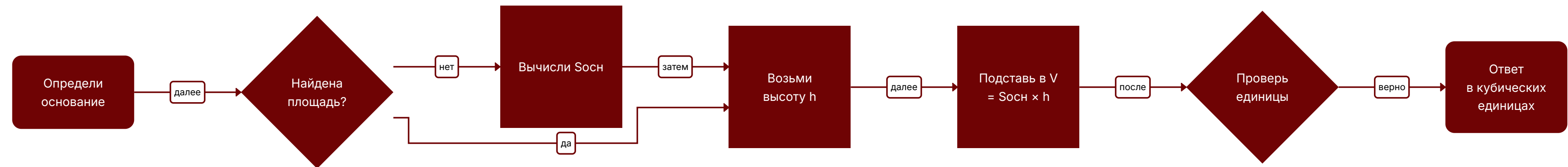
Призма в оптике

Стеклянная призма известна своим свойством разлагать белый свет на цвета спектра. Это происходит из-за преломления света в прозрачной среде. Такой пример показывает, что призма важна не только в геометрии, но и в физике.

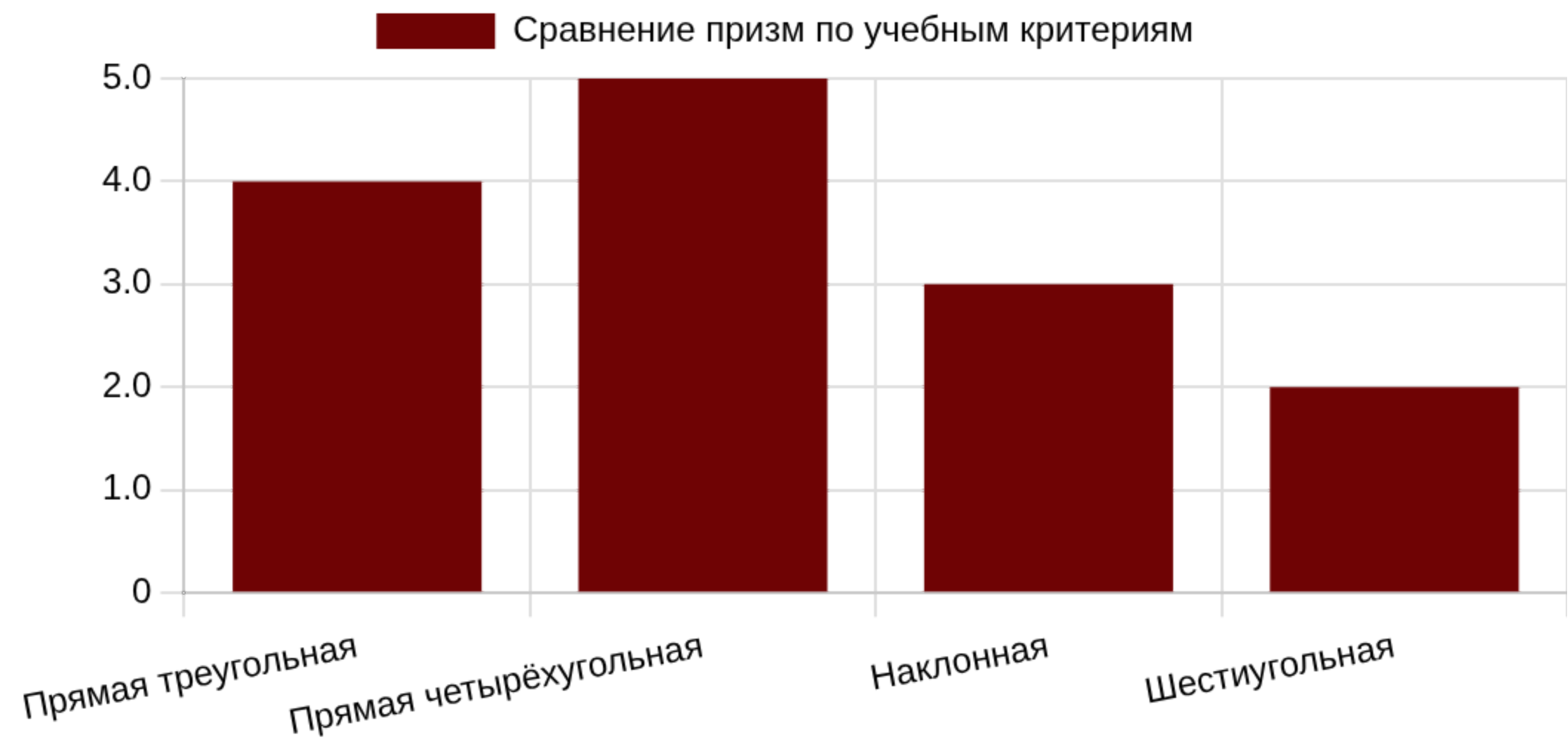


Как решать задачу на объём призмы

Последовательность шагов для вычисления объёма по формуле $V = S_{осн} \times h$



Сравнение свойств разных призм



Сравнительная учебная шкала для визуализации свойств призм

Сравнение удобно использовать на первых этапах изучения, когда важно видеть, как форма основания влияет на сложность фигуры.

Прямые призмы обычно проще для построений и вычислений, а призмы с большим числом сторон требуют более внимательного подсчёта элементов.

Короткие факты о призме



Многогранник

Призма относится к многогранникам, потому что её поверхность состоит из плоских многоугольников, а не из кривых поверхностей.



Параллельные основания

Два основания всегда лежат в параллельных плоскостях и совпадают по форме и площади, поэтому фигура сохраняет одинаковые сечения.



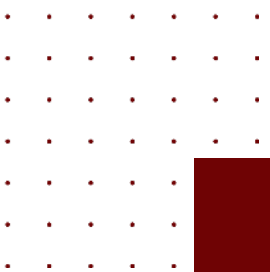
Связь со стороной основания

Число вершин у призмы вдвое больше числа сторон основания: каждая вершина нижнего основания имеет соответствующую вершину сверху.

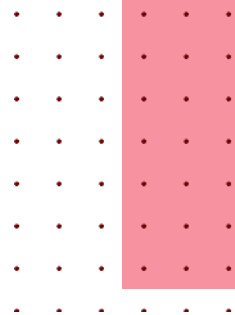


Прямая призма

В прямой призме боковые грани являются прямоугольниками, поэтому площади и объём обычно находить проще, чем в наклонной.



Сколько элементов имеет призма

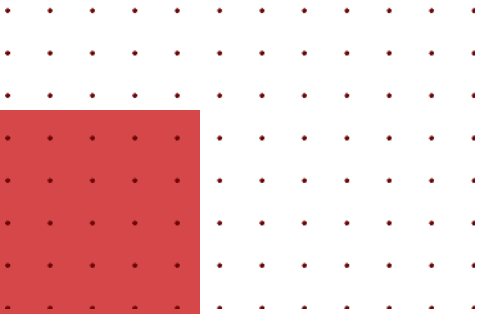


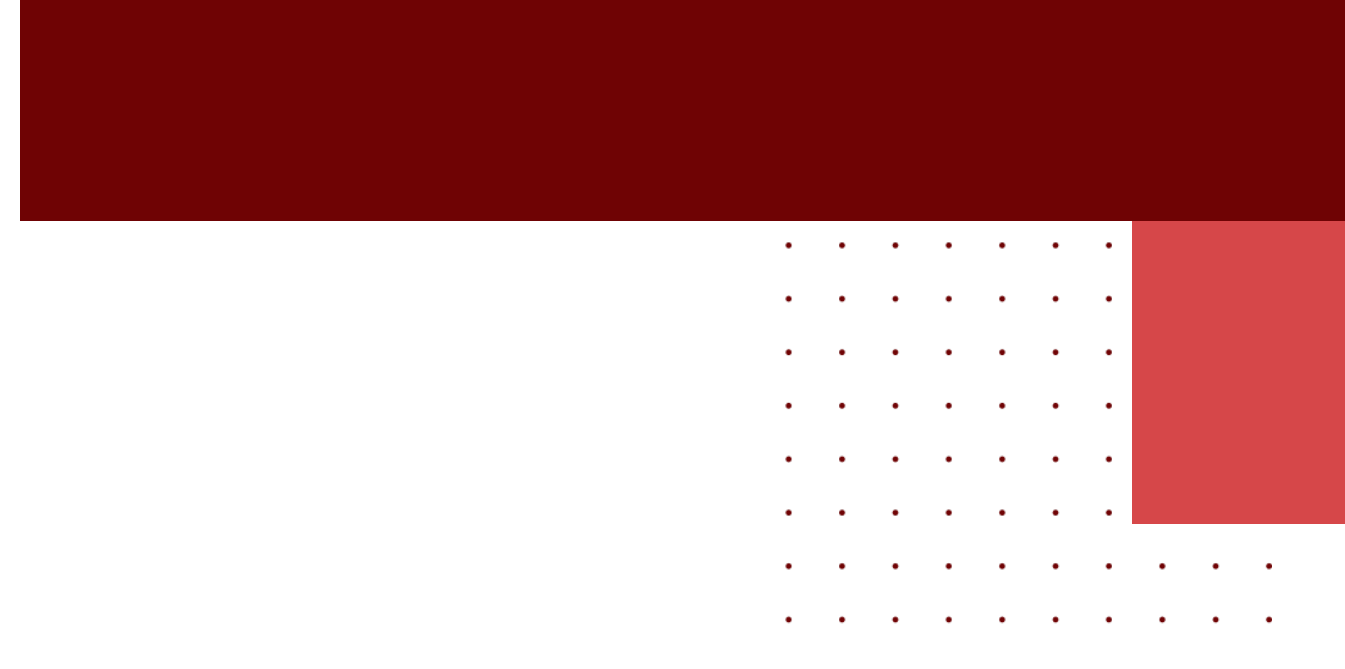
Примеры помогают увидеть общий закон: все элементы призмы зависят от числа сторон основания.

Если основание имеет n сторон, то у призмы $2n$ вершин, $3n$ рёбер и $n + 2$ граней.

Призма	Элементы	Значения
Треугольная	Грани, рёбра, вершины	5; 9; 6
Четырёхугольная	Грани, рёбра, вершины	6; 12; 8
Шестиугольная	Грани, рёбра, вершины	8; 18; 12

Школьные примеры по теме «Призма»





Призма: главное, что нужно запомнить

Призма связывает плоские фигуры и объёмные тела: у неё есть основания, боковые грани, высота и формулы площади поверхности и объёма, которые помогают решать практические задачи.

