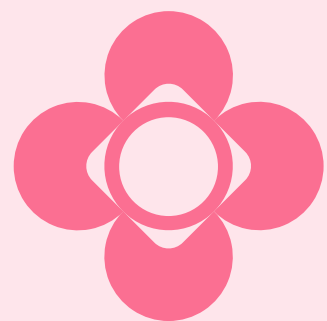
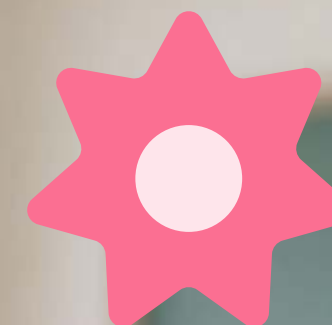




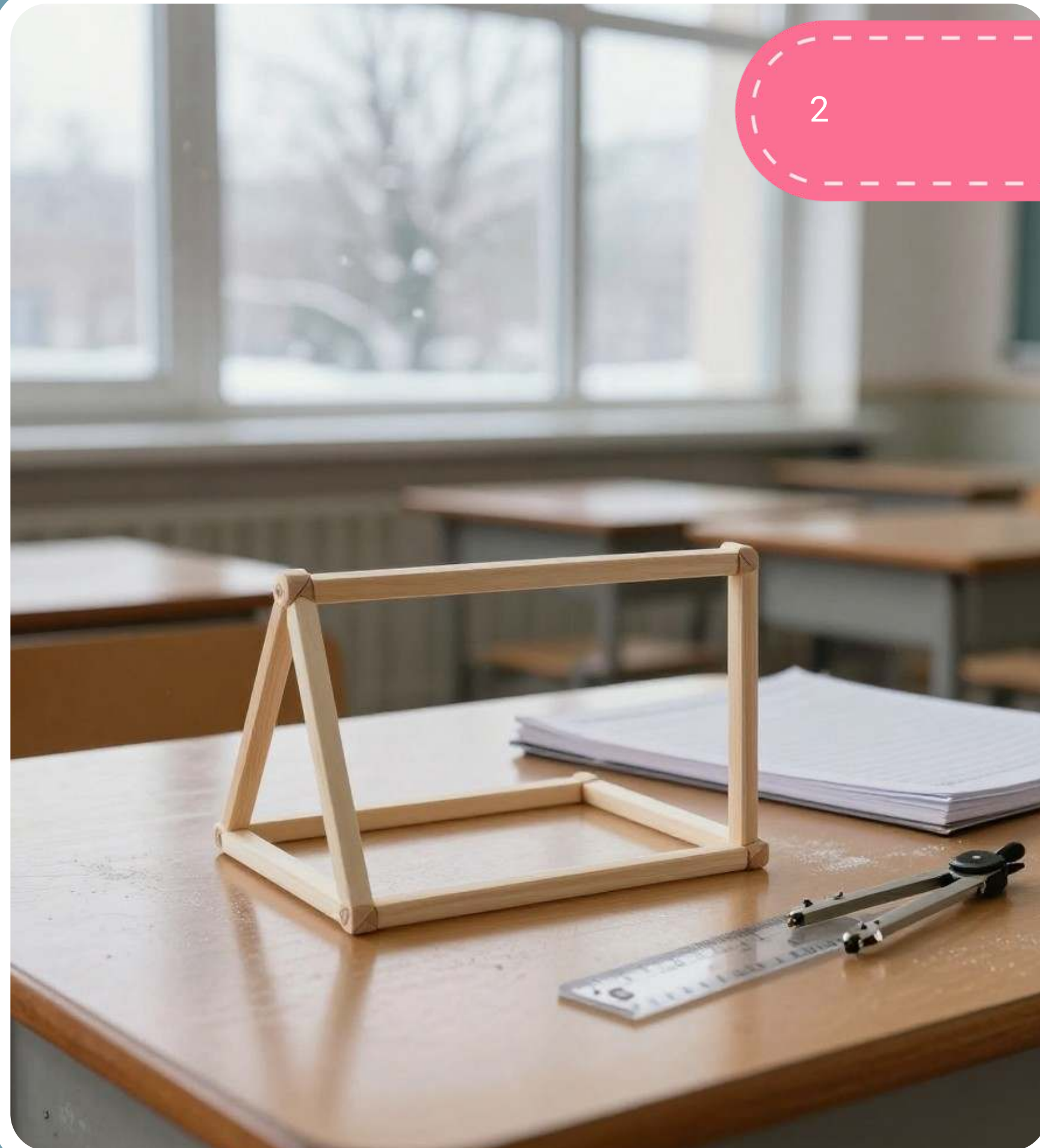
Параллелограмм и его свойства

Параллелограмм связывает параллельность, равенство сторон, углы и диагонали в одной понятной фигуре.



Почему параллелограмм важен в 8 классе

В теме геометрии 8 класса параллелограмм становится «моделью» четырёхугольников: через него удобно изучать параллельные прямые, углы и диагонали. Его свойства постоянно встречаются в задачах на доказательство, измерения и площадь.



Определение параллелограмма

3

01

Параллелограмм — это четырёхугольник, у которого противоположные стороны попарно параллельны. Для фигуры ABCD получаем $AB \parallel CD$ и $BC \parallel AD$ — это и есть главный признак.

02

В параллелограмме противоположные стороны равны: если AB и CD параллельны, то их длины одинаковы. То же справедливо для BC и AD, что помогает находить неизвестные значения.

03

Кроме равенства сторон, у параллелограмма равны противоположные углы. А сумма соседних углов всегда равна 180° , поэтому при знании одного угла легко вычисляется другой.

Как выглядит параллелограмм на рисунке

4

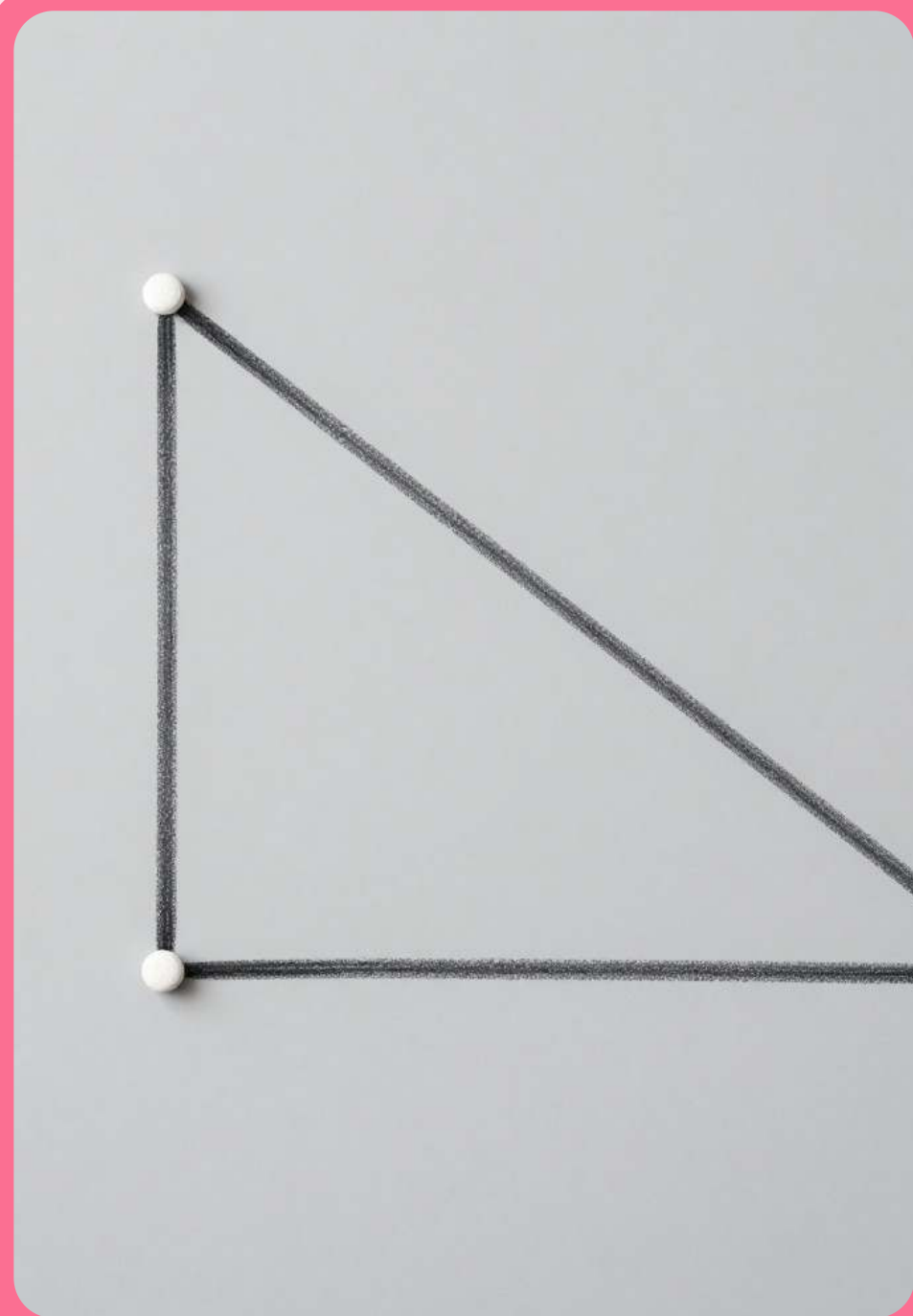


Чертёж и обозначения

На рисунке параллелограмм часто похож на «наклонённый прямоугольник». Обычно подписывают вершины А, В, С и D, а противоположные стороны отмечают одинаковыми стрелками, показывающими параллельность.

Наклон не меняет суть

Чтобы показать равные стороны, используют одинаковые штрихи. Наклон фигуры может менять внешний вид, но если противоположные стороны параллельны, признак параллелограмма сохраняется.

Основные свойства параллелограмма

Свойства связывают стороны, углы и диагонали — на них опираются при решении задач.

Категория	Что верно в параллелограмме	Как используют в задачах
Стороны	Противоположные стороны параллельны и равны	находят длины, проверяют условие
Углы	Противоположные углы равны; соседние дают 180°	вычисляют неизвестные углы
Диагонали	Пересекаются и делятся точкой пополам	находят середины, отрезки

Если в условии «узнаётся» одно свойство, остальные часто подтверждаются и позволяют быстро продвигаться к ответу.



180°

По этой сумме можно находить соседние углы, зная один из них.

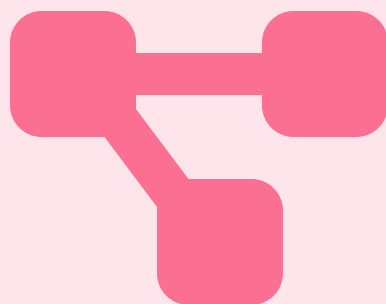
Свойство углов параллелограмма
(параллельные прямые)



У соседних углов параллелограмма всегда одна и та же сумма: 180° . Поэтому при заданном значении легко вычисляется второй угол, а противоположный окажется равным первому.

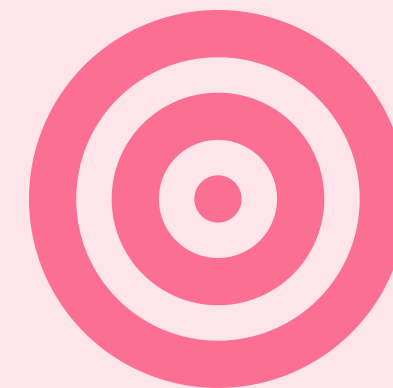
Диагонали параллелограмма — что важно помнить

7



Две половины

Диагонали пересекаются и точкой пересечения делятся пополам. Это значит: от центра до каждой вершины на одной диагонали получается одинаковый отрезок.



Середина отрезков

Из свойства деления диагоналей пополам следует, что их пересечение — середина каждой диагонали. Поэтому в задачах можно находить длины половин и целые отрезки.



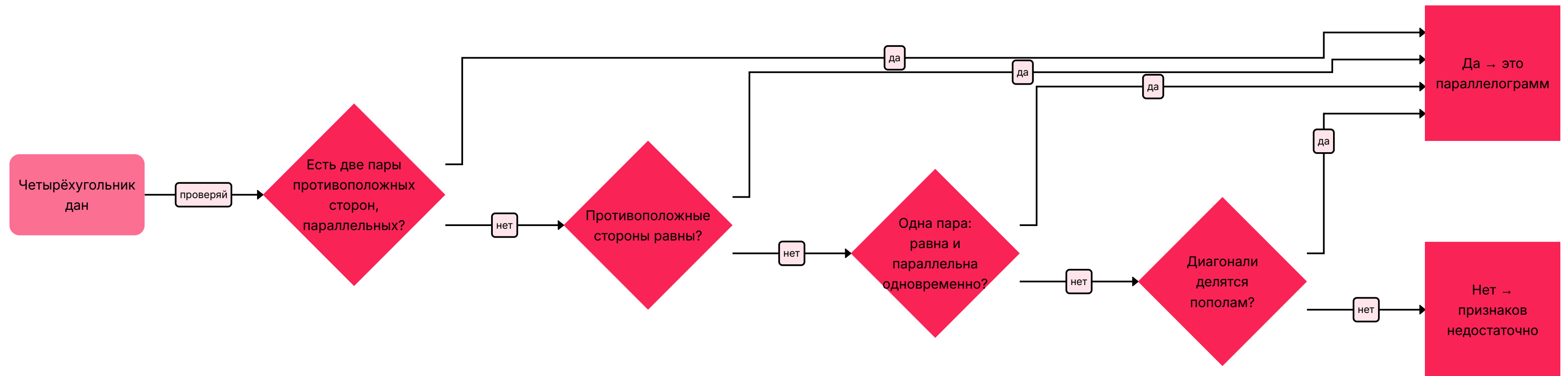
Проверка и доказательства

Равные половины по диагоналям помогают проверять, действительно ли фигура параллелограмм. Также свойство применяют при решении задач с координатами.

Как распознать параллелограмм

8

Алгоритм проверки по основным признакам.



Признаки параллелограмма

9



Если у четырёхугольника одна пара противоположных сторон одновременно равна и параллельна, то этот факт уже позволяет сделать вывод о параллелограмме.



Когда все противоположные стороны попарно равны, фигура также является параллелограммом. Этот признак полезен, если в условии сразу даны длины сторон.



Ещё один удобный признак: диагонали четырёхугольника делятся точкой пересечения пополам. В доказательствах он помогает быстро подтвердить нужную геометрию.

Прямоугольник, ромб и квадрат как частные случаи параллелограмма

10

У всех четырёхугольников этого «семейства» сохраняются базовые свойства параллелограмма, а дополнительные условия делают фигуры более конкретными.

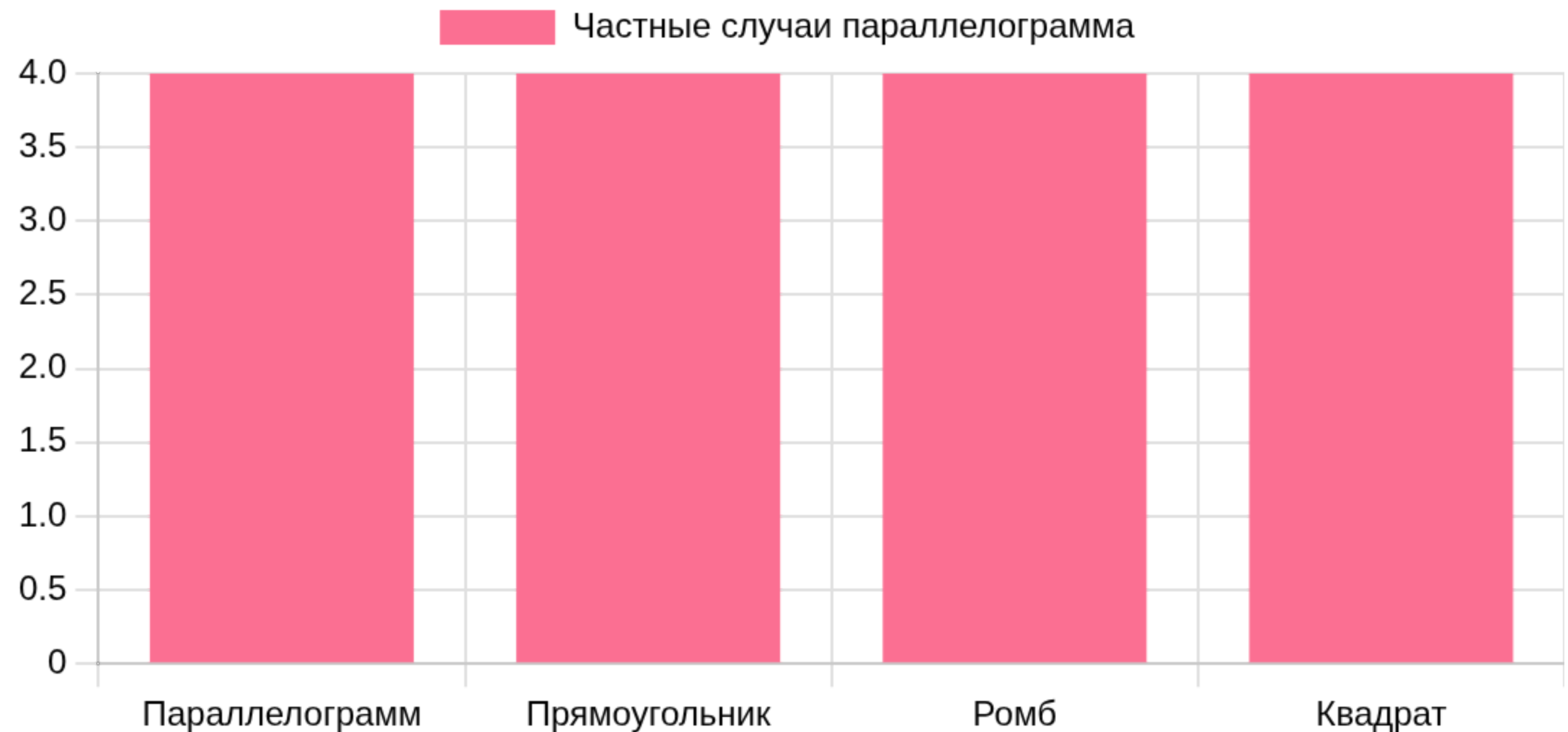
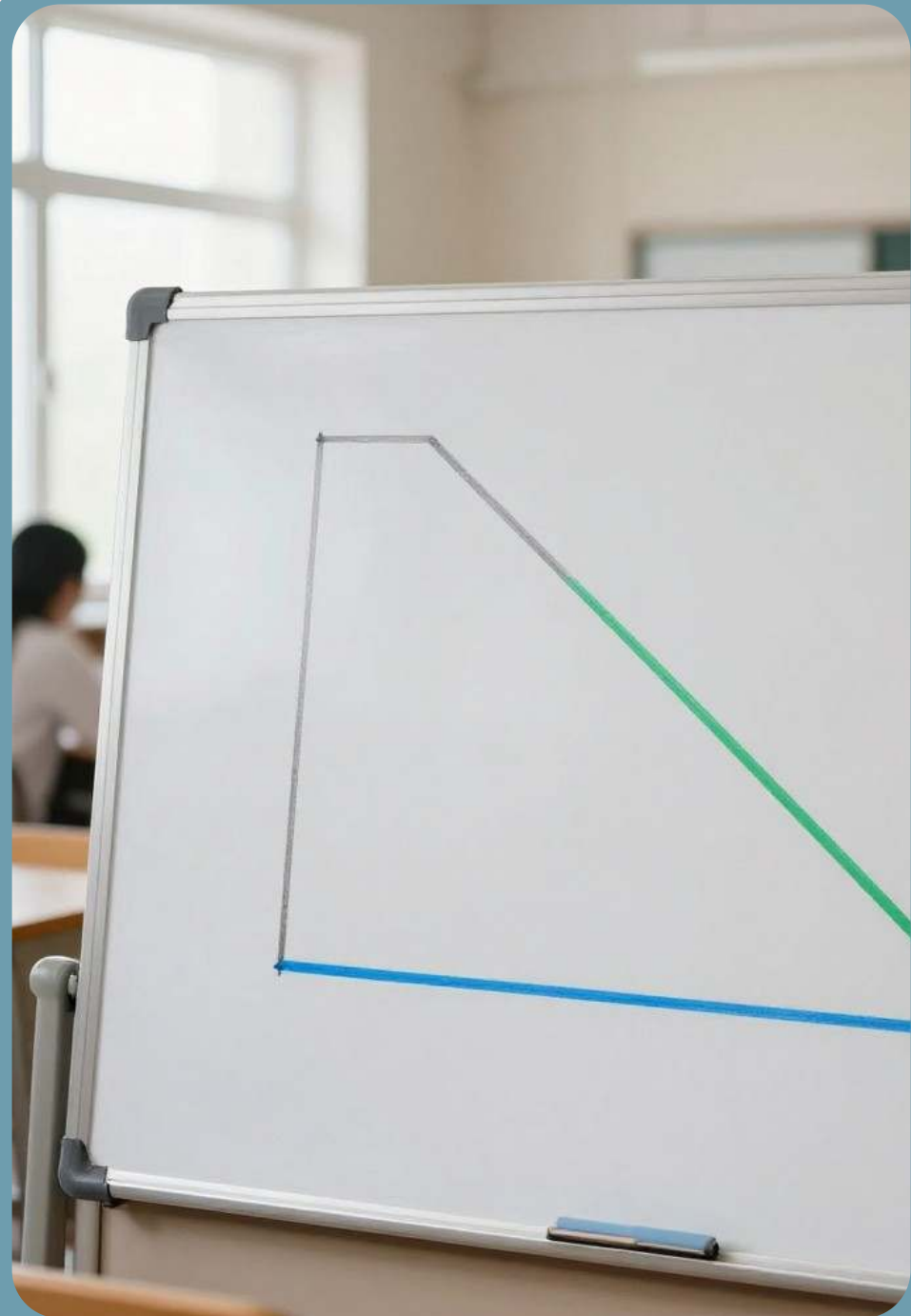


Схема показывает идею вложенности: квадрат сочетает признаки прямоугольника и ромба, оставаясь частным случаем параллелограмма.

Учебный материал по теме параллелограмм и его частные случаи

Площадь параллелограмма

11



Площадь параллелограмма вычисляют по формуле $S = a \times h$: a — основание, h — высота, опущенная на это основание. Высота образует перпендикуляр с основанием.



Важно помнить: площадь не зависит от «наклона» фигуры. На рисунке отмечают основание, проводят высоту и показывают прямой угол между ними, чтобы правильно выбрать h .


26 см

После подстановки данных в формулу периметр получается равным 26 см.

Пример расчёта по формуле $P = 2(a + b)$ для $a = 8$ см и $b = 5$ см



Периметр считают так: $P = 2(a + b)$. Сначала выбирают соседние стороны a и b , затем подставляют длины, аккуратно проверяя единицы измерения.

Формулы для параллелограмма и его частных случаев

Фигура	Формулы
Параллелограмм	$P = 2(a + b), S = a \cdot h$
Прямоугольник	$P = 2(a + b), S = a \cdot b$
Ромб	$P = 4a, S = a \cdot h$
Квадрат	$P = 4a, S = a^2$

Сравните, какие выражения для периметра и площади остаются одними и теми же при переходе от общего параллелограмма к его частным видам.

Общая формула периметра параллелограмма сохраняется для прямоугольника, а «ромбовые» обозначения с $P = 4a$ работают там, где все стороны равны.

Учебный курс геометрии (школьные формулы для четырёхугольников)

Типовые задачи на свойства параллелограмма

14

.1 • • •

Часто находят неизвестные углы: если задан один угол 40° , соседний будет 140° , а противоположный — снова 40° . Это следует из суммы соседних углов 180° и равенства противоположных углов.

.2 • • •

Ещё один тип задач связан с диагоналями: при пересечении они делятся на две равные части. Поэтому из уравнений на отрезки легко находят длины половинок диагоналей.

.3 • • •

Иногда по условию требуется проверить, что фигура — параллелограмм: тогда применяют признаки и сравнивают пары противоположных сторон, углы или равенство отрезков диагоналей.

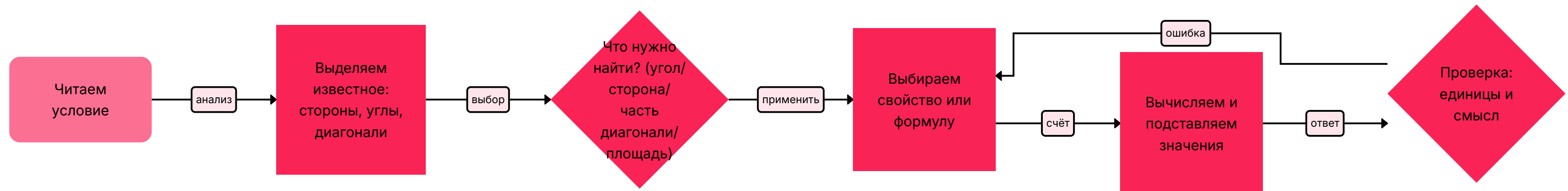
.4 • • •

В конце решения важно соотнести результат с рисунком и смыслом задачи: например, длины должны быть положительными, а углы — согласованными с геометрией, чтобы не ошибиться в выборе пары углов или сторон.

Алгоритм решения задачи на параллелограмм

15

Опорные факты: противоположные стороны и углы, сумма соседних углов 180° , диагонали делят друг друга пополам, $S = a \cdot h$.



Параллелограмм в окружающей жизни

16



Складная рама: форма остаётся, меняется положение

В раскладных механизмах часто встречаются участки, которые ведут себя как параллелограмм: стороны остаются параллельными, даже когда конструкция «уезжает» под другим углом. Поэтому узлы работают одинаково, не теряя устойчивости. Такие элементы удобно показывать на схематичной раме.



Орнаменты плитки: «наклонённые прямоугольники»

Декоративные узоры нередко строят из параллелограммов, потому что рисунок легко масштабировать и поворачивать. Наклонная форма выглядит динамично, но геометрическая основа сохраняет параллельность. Для иллюстрации подойдёт повторяющийся фрагмент узора с отмеченными параллельными сторонами.



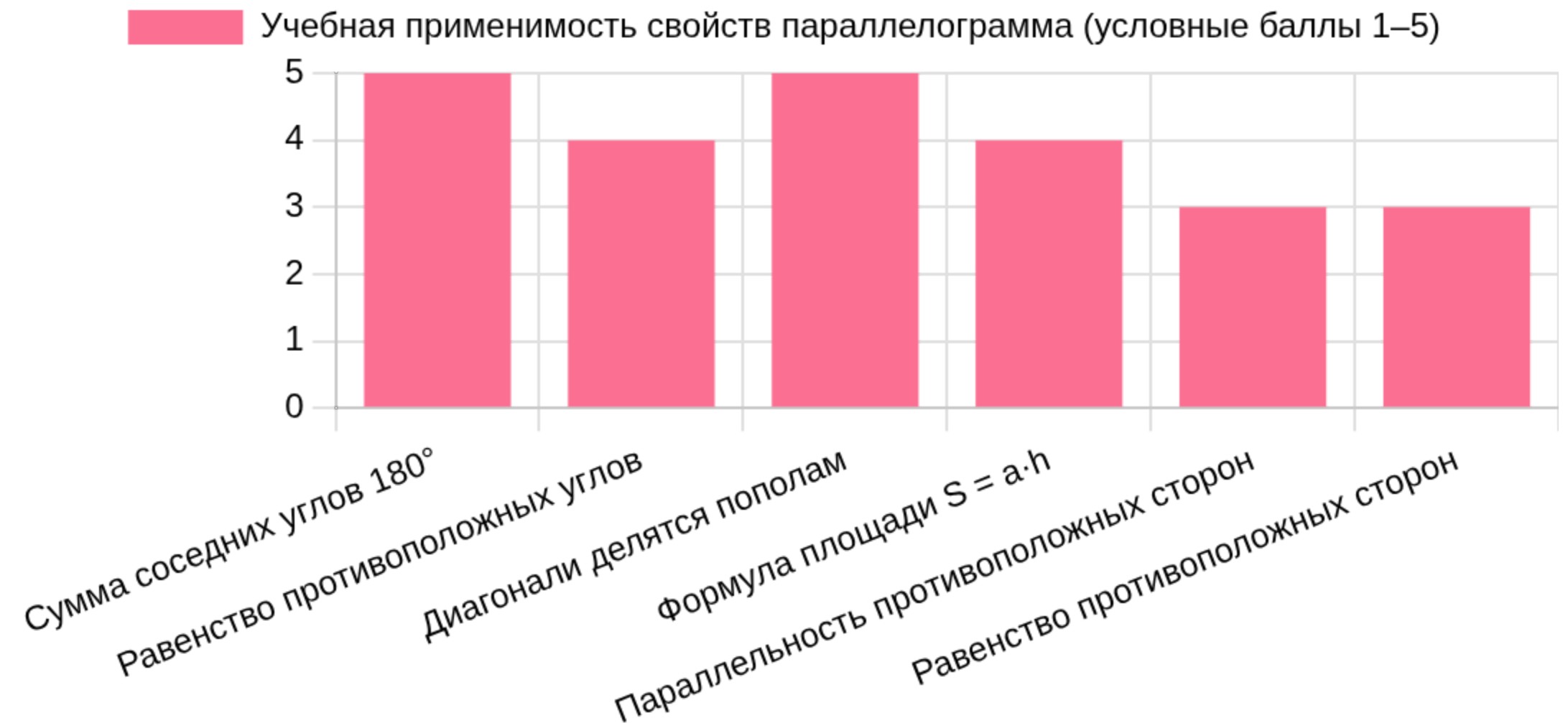
Чертёжные детали техники: точность в линиях

В инженерных чертежах и схемах деталей встречаются параллелограммы как удобный способ показать направление и взаимное расположение частей. Когда ось деталей смещается, параллельные грани сохраняют «связь» друг с другом. На изображении уместна схематичная деталь механизма с выделенными сторонами.

Какие свойства параллелограмма используются чаще всего

17

На практике чаще всего опираются на свойства углов и диагоналей: они быстро дают нужные величины без сложных построений.



Данные показывают, что для задач по доказательству и вычислениям наиболее «универсальны» свойства углов и диагоналей, а формула площади помогает, когда требуется S .

Дидактический анализ содержания учебных задач (условная шкала; измеренная статистика отсутствует)

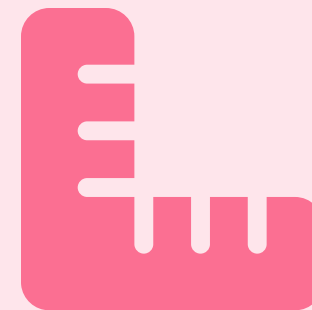
Частые ошибки при работе с параллелограммом

18



Без проверки параллельности

Иногда любой наклонный четырёхугольник принимают за параллелограмм. Нужно сначала проверять, что обе пары противоположных сторон действительно параллельны, иначе вывод будет неверным.



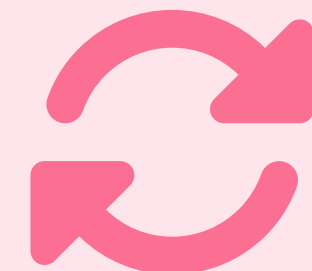
Путают высоту и сторону

При вычислении площади ошибаются, если берут наклонную сторону вместо высоты. Высота — это перпендикуляр к основанию, и он должен быть отмечен на рисунке.



Считают диагонали равными всегда

Некоторые полагают, что диагонали параллелограмма обязательно равны. В действительности делятся пополам они, но сами диагонали, как правило, имеют разную длину.



Мешают основания для $S = a \cdot h$

Бывает, что за основание принимают не ту сторону, на которую опущена высота. Тогда произведение $a \cdot h$ теряет смысл, и результат выходит «несогласованным» с рисунком.

Краткий набор фактов для запоминания

19

.1 • • • •

У параллелограмма две пары противоположных сторон: каждая пара параллельна. Поэтому фигура сразу узнаётся по параллельности сторон, направленных в одну сторону.

.2 • • • •

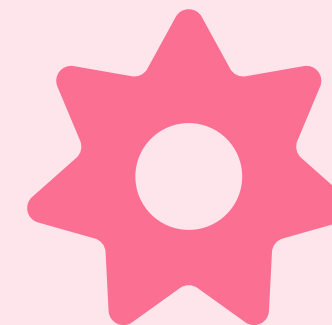
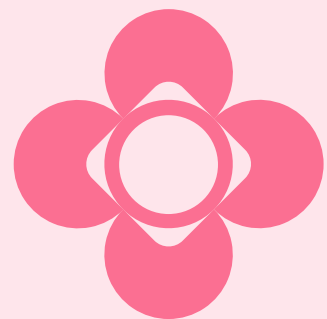
Противоположные стороны равны, а противоположные углы тоже равны. Это помогает находить неизвестные величины, не выполняя лишних построений и не используя дополнительные формулы.

.3 • • • •

Соседние углы в параллелограмме в сумме дают 180° . Значит, если известен один угол, легко вычислить соседний и убедиться в правильности выбора пары углов.

.4 • • • •

Диагонали делятся точкой пересечения пополам. Площадь находят по $S = a \cdot h$, а периметр — по $P = 2(a + b)$, где a и b — соседние стороны.



Параллелограмм — ключ к пониманию четырёхугольников

Изучение параллелограмма связывает школьную геометрию: параллельность, равенство сторон, свойства углов и диагоналей. Эти знания помогают распознавать прямоугольник, ромб и квадрат и успешно решать задачи.

