

Умножение многочлена на многочлен

Раскрываем скобки и учимся умножать многочлены уверенно и без ошибок.

Где встречается умножение многочленов

Этот приём нужен в алгебре, геометрии и текстовых задачах: он помогает раскрывать скобки, упрощать выражения и находить площади прямоугольников со сторонами вида $x+3$ и $x+5$.



Что такое многочлен

01

Состав многочлена

Многочлен состоит из одного или нескольких одночленов, соединённых знаками сложения или вычитания. Он может быть коротким или содержать несколько слагаемых.

03

Примеры записи

К многочленам относятся $3x+2$, x^2-5x+7 и $2a-3b+4$. Такие записи удобно использовать при преобразовании выражений и раскрытии скобок.

02

Что входит в одночлен

Одночлен включает числовой коэффициент, буквы и степени. Например, в выражении $3x^2$ коэффициент равен 3, а степень переменной — 2.

04

Одна переменная

В 7 классе чаще рассматривают многочлены с одной переменной, чтобы легче отслеживать степени, находить подобные слагаемые и выполнять вычисления без лишней путаницы.

Распределительное свойство как основа умножения

Один член на каждый

При умножении многочленов каждый член первого множителя должен быть умножен на каждый член второго. Это главный шаг, который нельзя пропускать.

Все произведения важны

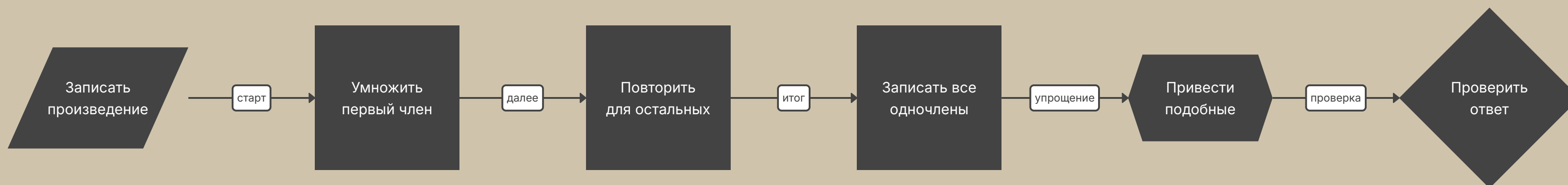
Распределительное свойство показывает, почему при раскрытии скобок появляются все возможные произведения. Так получается полная запись без потери слагаемых.

Основа правильного ответа

Если применить правило неверно, итоговое выражение будет неполным. Поэтому именно распределительное свойство позволяет получить правильный результат и затем его упростить.

Алгоритм умножения многочленов

Последовательность действий при раскрытии скобок и упрощении результата.



Площадь прямоугольника и произведение многочленов

○ Геометрическая модель

Если стороны прямоугольника равны $x+3$ и $x+5$, его площадь выражается произведением $(x+3)(x+5)$. Это удобная модель для понимания раскрытия скобок.

○ Разбиение на части

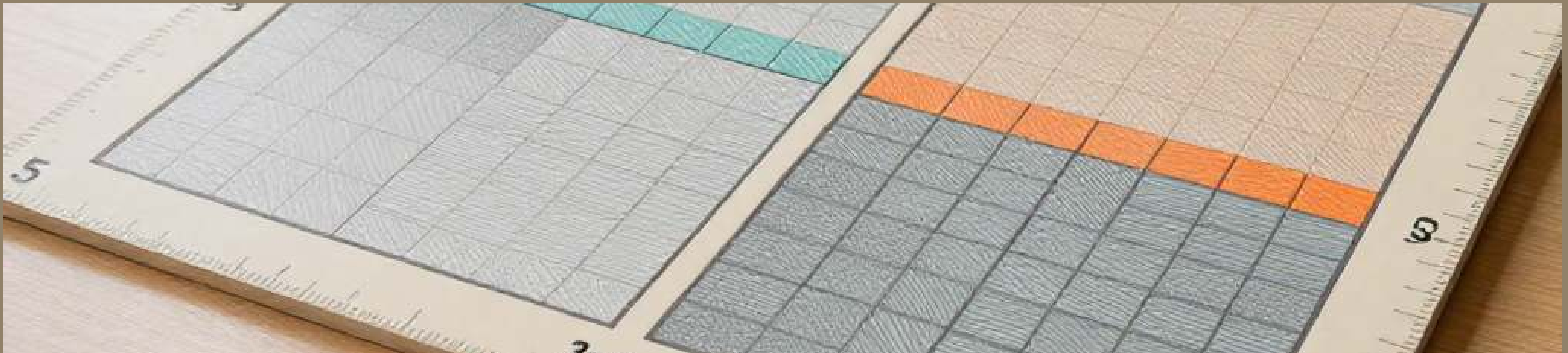
При делении прямоугольника на четыре части появляются области $x \cdot x$, $x \cdot 5$, $3 \cdot x$ и $3 \cdot 5$. Каждая часть соответствует одному промежуточному произведению.

○ Откуда берутся слагаемые

Такая схема наглядно показывает, почему в ответе появляются все члены. Ни одно произведение не возникает случайно: каждое связано с конкретной частью рисунка.

○ Связь с вычислением

По рисунку легко проверить, что результат должен быть многочленом второй степени. Геометрия помогает увидеть смысл алгебраической записи, а не только её форму.



Примеры раскрытия скобок

В таблице показано, как от записи с произведением переходят к упрощённому многочлену.

В каждом примере каждый член умножается на каждый, а затем одинаковые по виду слагаемые объединяются.

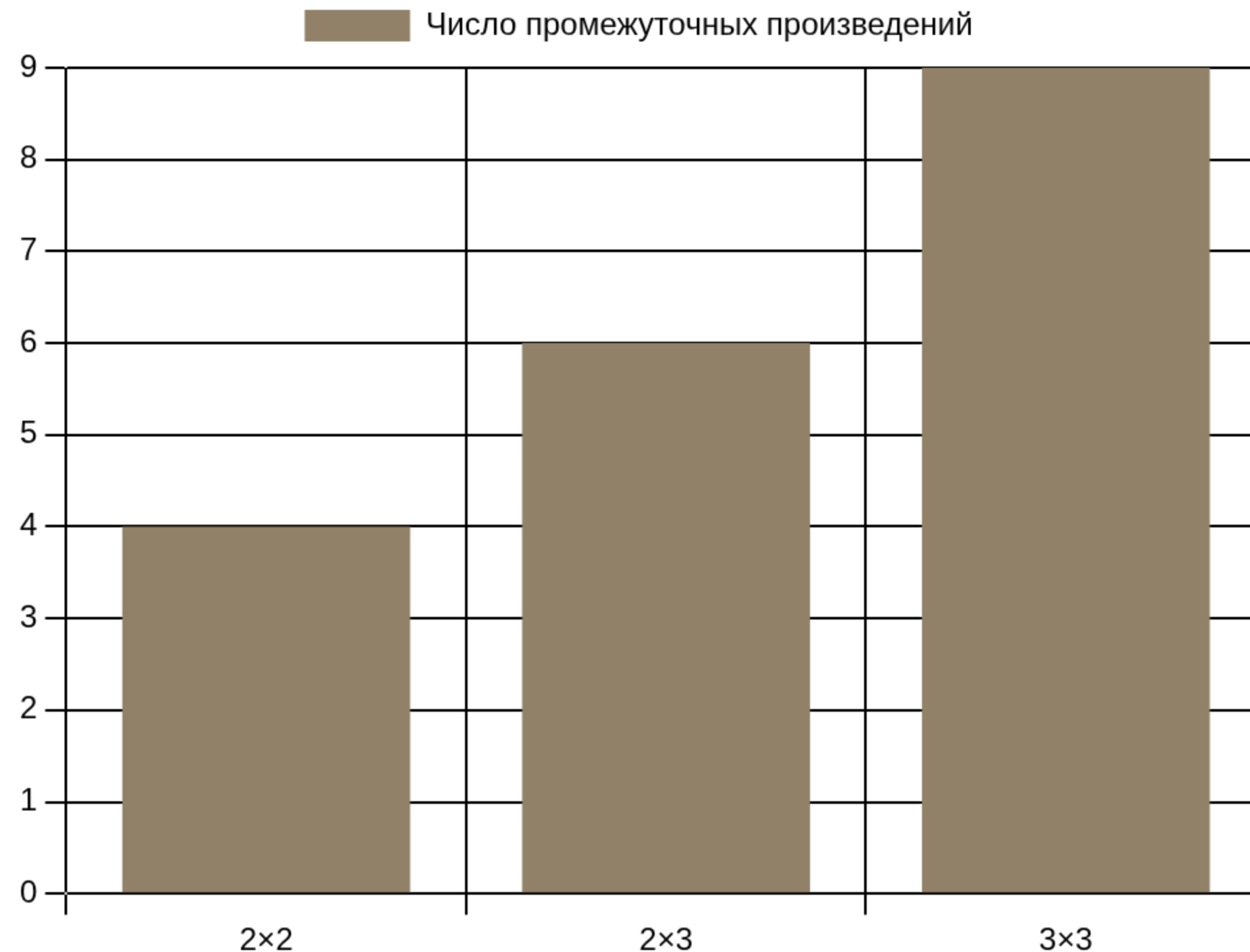
Выражение	Произведения	Ответ
$(x+2)(x+3)$	$x^2+3x+2x+6$	x^2+5x+6
$(2x-1)(x+4)$	$2x^2+8x-x-4$	$2x^2+7x-4$
$(a+5)(a-2)$	$a^2-2a+5a-10$	$a^2+3a-10$

Составлено по правилам раскрытия скобок и приведения подобных слагаемых.

Сколько произведений получается

Чем больше слагаемых в множителях, тем больше промежуточных произведений нужно записать до упрощения.

Количество произведений растёт по правилу умножения числа слагаемых, поэтому важно не пропустить ни одного члена.



Теоретическая схема по правилу распределительного умножения.

Умножение двучлена на двучлен

1

Четыре произведения

У двучлена с двучленом всегда получается четыре промежуточных произведения: каждое слагаемое первого множителя умножается на каждое слагаемое второго.

2

Общий вид записи

Запись $(a+b)(c+d)=ac+ad+bc+bd$ показывает порядок действий. Сначала перечисляют все произведения, а затем переходят к упрощению выражения.

3

Объединение похожих членов

После раскрытия скобок одинаковые по виду одночлены складывают. Именно так получают короткий и удобный ответ, который легче проверить и использовать дальше.

Умножение двучлена на многочлен

1. Считаем слагаемые

Оцениваем количество членов в каждом множителе. Если один множитель — двучлен, а второй содержит три члена, заранее ожидаем шесть произведений.

3. Упрощаем результат

Записываем полученные одночлены, затем приводим подобные слагаемые. После этого выражение становится короче и принимает стандартный вид.

2. Раскрываем скобки

Каждый член двучлена умножаем на все члены второго многочлена. Так появляются все промежуточные произведения без пропусков и повторов.

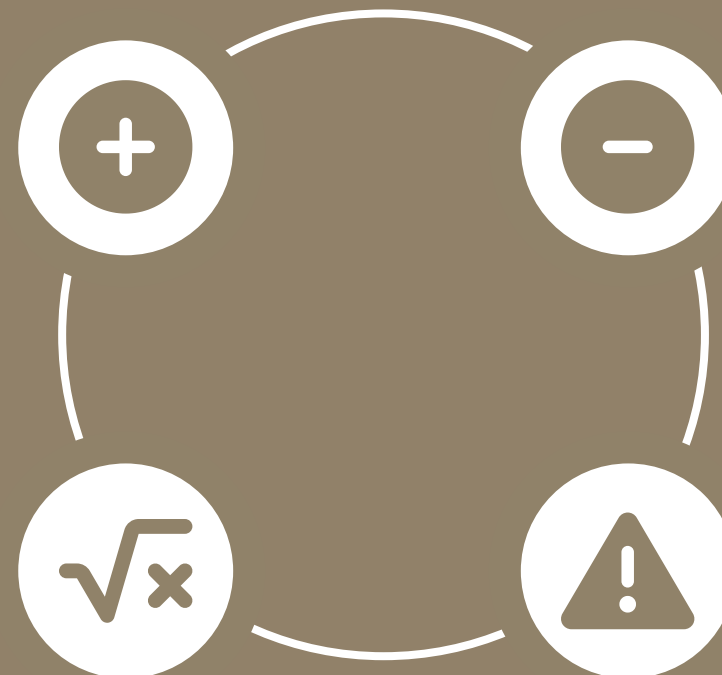
Знаки при умножении

Плюс на плюс

Если оба множителя имеют положительный знак, произведение тоже остаётся положительным. Это самый простой случай, но именно его нужно держать в голове, чтобы не ошибиться в последующих вычислениях.

Два минуса

Произведение двух отрицательных множителей даёт положительный результат. Это особенно важно в выражениях с несколькими скобками, где один неверно поставленный знак меняет весь итоговый многочлен.



Минус с плюсом

Когда один множитель отрицательный, а другой положительный, результат будет отрицательным. При раскрытии скобок такой знак нужно ставить у каждого промежуточного произведения отдельно, не по памяти, а по правилу.

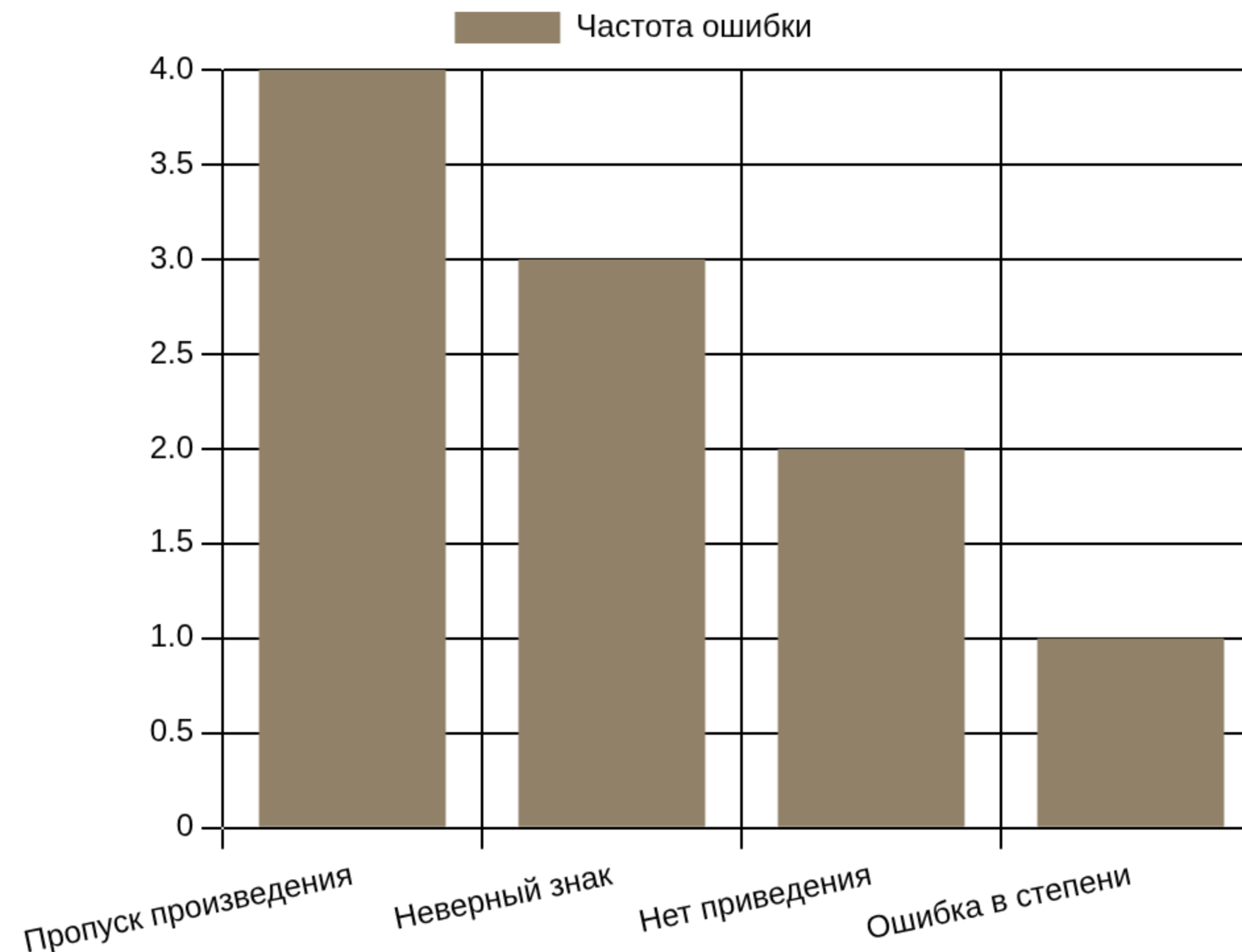
Проверка знаков

В примерах вроде $(x-3)(x+4)$ или $(2x-1)(x-5)$ удобно после каждого шага быстро сверять знак. Такая привычка помогает заметить ошибку раньше, чем будет записан окончательный ответ.

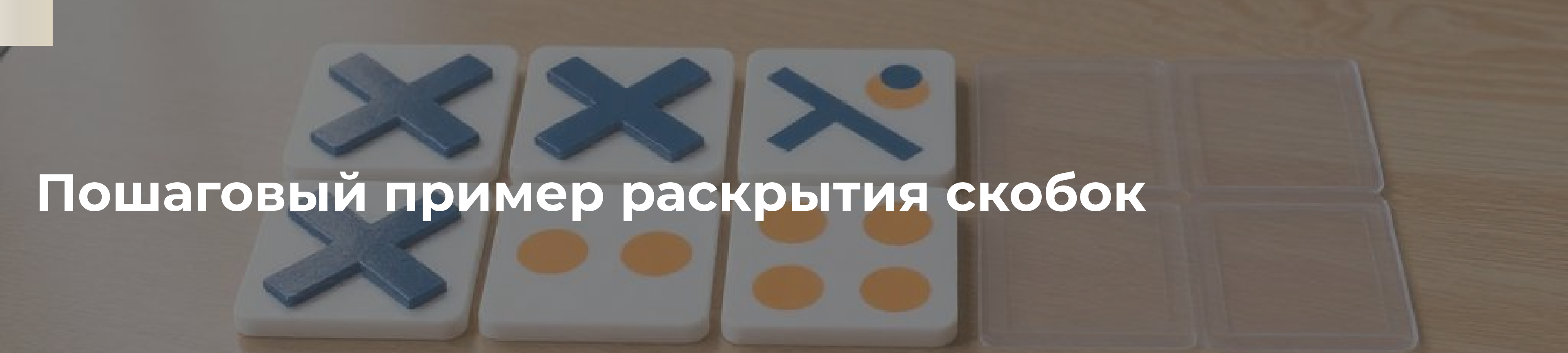
Типичные ошибки при умножении многочленов

Полезно не просто искать ответ, а отмечать, на каком шаге возникает сбой. Тогда легче исправить способ вычисления, а не только итоговую запись.

Чаще всего ошибаются из-за неполного раскрытия скобок и знаков. Если проверять каждый шаг, число неточностей заметно уменьшается.



Содержимое презентации; качественная ранжировка типичных ошибок по частоте упоминания в теме



Пошаговый пример раскрытия скобок

01

Записываем произведение

Сначала убираем лишние скобки и внимательно смотрим на каждый член. В примере $(x+2)(x+5)$ важно не пропустить ни одно слагаемое и сразу подготовиться к распределению.

02

Находим все произведения

Каждый член первого многочлена умножаем на каждый член второго: $x \cdot x$, $x \cdot 5$, $2 \cdot x$ и $2 \cdot 5$. Так появляется полный набор промежуточных одночленов без пропусков.

03

Складываем похожие

После записи всех произведений объединяем одинаковые по виду члены. Здесь $5x$ и $2x$ складываются в $7x$, а остальные части остаются без изменений.

04

Получаем ответ

Итоговая запись становится короче и удобнее: $x^2+7x+10$. Такой результат легко проверить по виду: есть квадратный член, линейный член и свободное число.

Сравнение записи до и после упрощения

Таблица показывает, как исходное произведение превращается в компактный многочлен после раскрытия скобок и приведения подобных слагаемых.

После упрощения выражение становится короче и легче для дальнейших преобразований. Приведение подобных слагаемых — обязательный шаг, а не дополнительное украшение записи.

Этап	Запись	Что видно
Исходная	$(3x-2)(x-4)$	Есть скобки
Промежуточная	$3x^2-12x-2x+8$	Все произведения
Итоговая	$3x^2-14x+8$	Ответ упрощён

Пример из содержания презентации

2

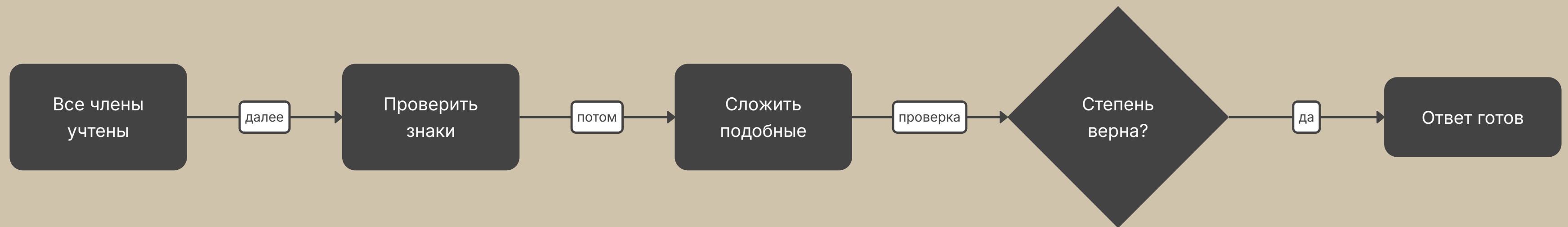
— именно такую степень имеет результат умножения двух линейных многочленов.

Зная степень множителей заранее, можно быстро проверить, похож ли ответ на правильный. Это помогает заметить ошибку ещё до переписывания результата.

Содержание урока по теме умножения многочленов

Проверяем ответ по шагам

Последовательность самопроверки после раскрытия скобок



Связь с формулами сокращённого умножения



Квадрат суммы

Формула $(a+b)^2$ появляется, если умножить сумму на саму себя. После раскрытия скобок два одинаковых средних члена складываются, поэтому получается $a^2+2ab+b^2$.



Сумма и разность

Произведение $(a-b)(a+b)$ тоже раскрывается по общему правилу. Здесь средние члены имеют разные знаки и взаимно уничтожаются, поэтому остаётся разность квадратов a^2-b^2 .



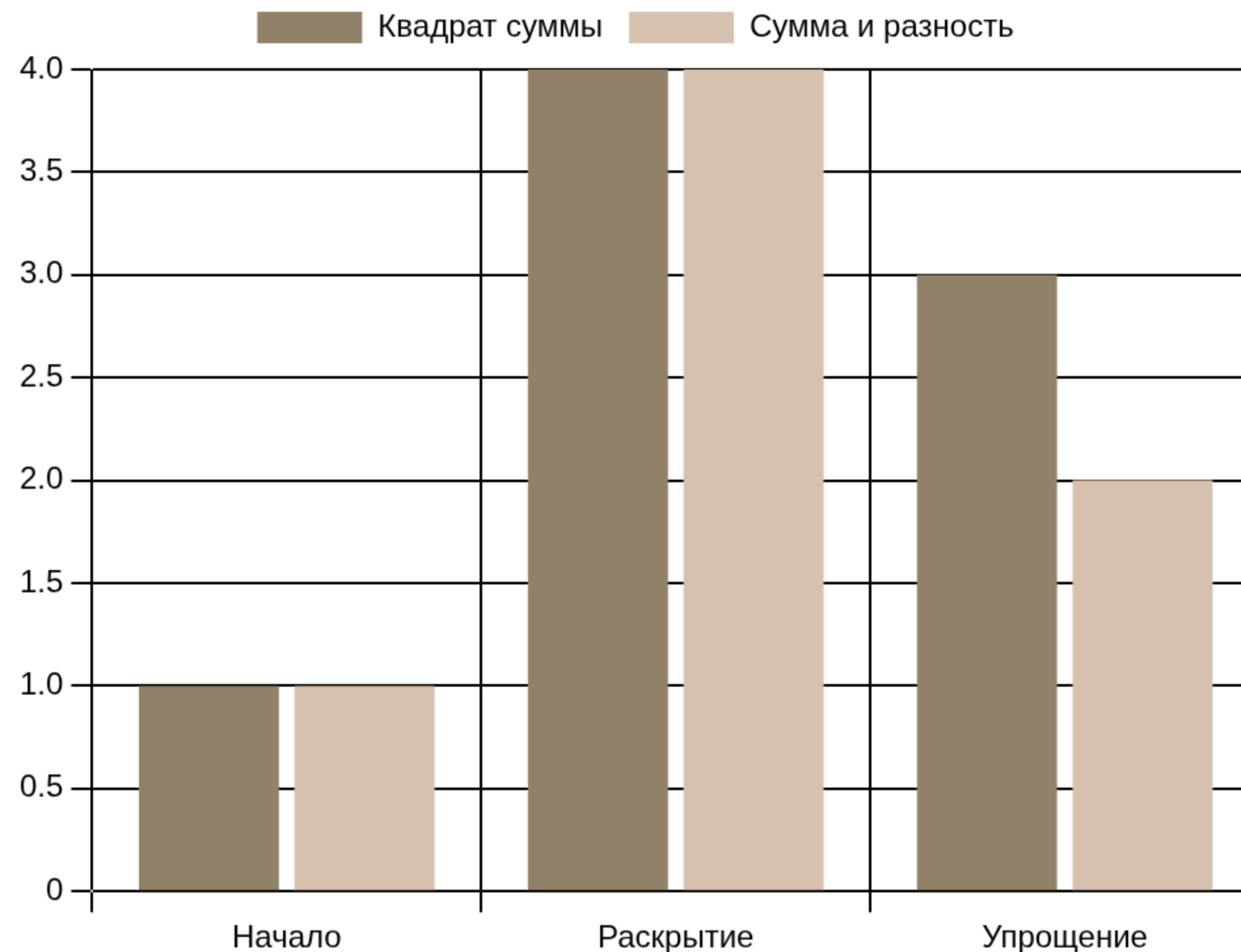
Это не новая тема

Такие формулы не нужно запоминать отдельно как исключение. Они возникают из обычного умножения многочленов, поэтому важно хорошо понимать сам способ раскрытия скобок.

От раскрытия скобок к готовой формуле

Обе формулы строятся по одному принципу: сначала распределяем умножение, затем внимательно объединяем или сокращаем одинаковые члены.

Разница между формулами возникает только на этапе упрощения. Понимание этого шага делает готовые правила логичными и легче запоминаемыми.



Содержимое презентации; схематическое представление последовательности раскрытия скобок

Практическое применение многочленов

○ Геометрия

Многочлены помогают записывать площади прямоугольников и других фигур, если их стороны выражены через переменные. Это делает чертёж и вычисления более удобными и наглядными.

○ Алгебраические преобразования

При упрощении выражений многочлены нужны для раскрытия скобок, преобразования формул и подготовки к дальнейшим темам. Без этого приёма многие задачи решать гораздо сложнее.

○ Текстовые задачи

В задачах на движение, стоимость или количество предметов многочлены позволяют описать ситуацию одной короткой формулой вместо длинного словесного объяснения.



Умножение многочленов: главное, что нужно запомнить

Умножение многочлена на многочлен строится на распределительном свойстве. Главное — не пропустить ни одно произведение, правильно поставить знак и привести подобные слагаемые. Это важный шаг к алгебраическим формулам.