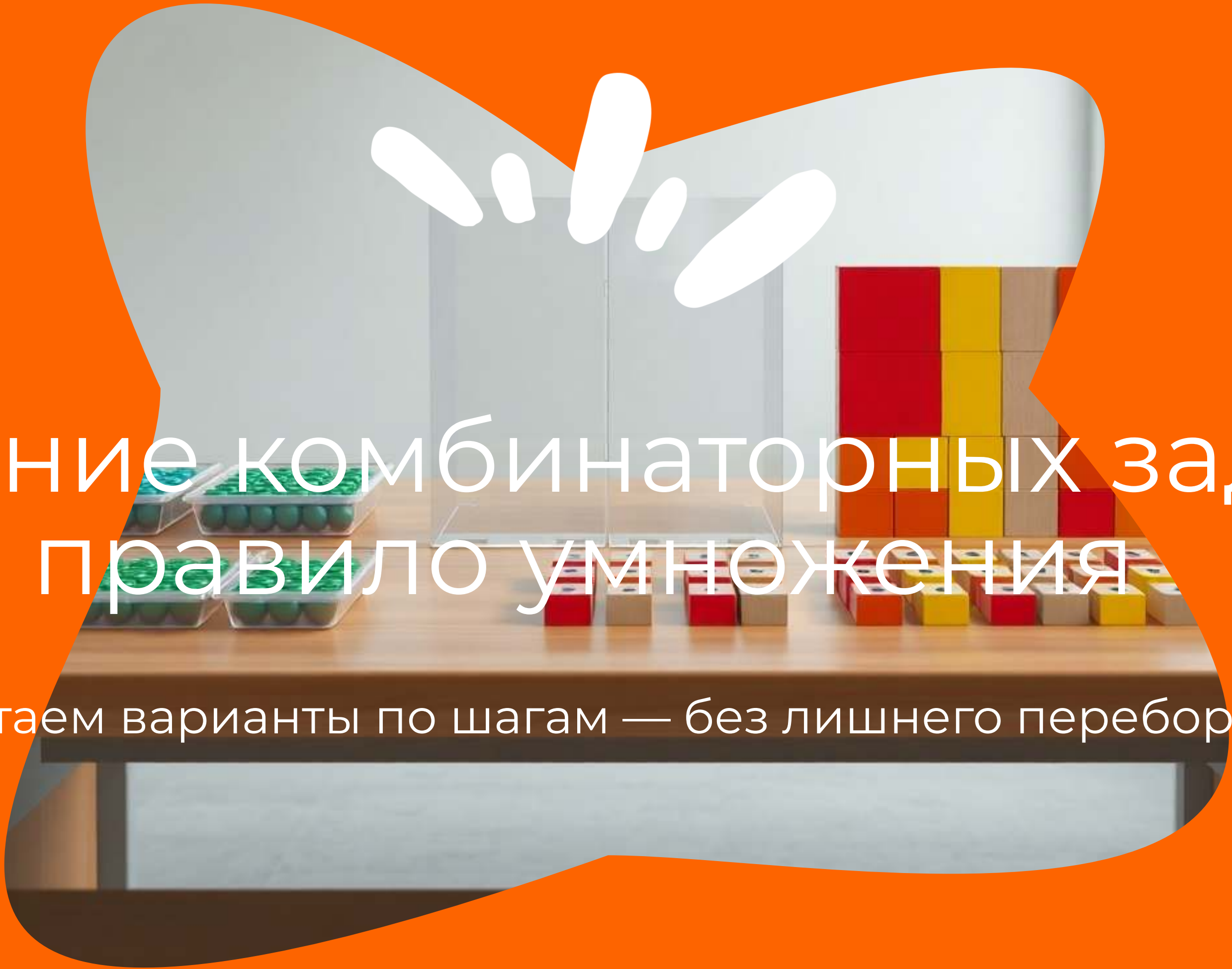




Решение комбинаторных задач: правило умножения

Считаем варианты по шагам — без лишнего перебора.

Где пригодится подсчёт вариантов

Комбинаторные задачи встречаются в одежде, меню, паролях, маршрутах и расписаниях. Они учат внимательно читать условие, выделять шаги выбора и записывать ответ как произведение чисел.



3

последовательных шага уже
требуют перемножения
вариантов.

При нескольких последовательных
выборах общее число способов
находят умножением чисел на каждом
этапе.

*Обобщение правила умножения
для комбинаторных задач*

Пример выбора одежды

Первый выбор

Если есть несколько футболок, одну из них можно выбрать независимо от остальных предметов одежды. Каждый вариант верха подходит для дальнейшего сочетания.

Все сочетания

Когда к футболкам добавляют шорты, каждый верх соединяется с каждым низом. Поэтому число комплектов находят умножением количества вариантов на каждом шаге.



Как быстро растёт число вариантов

Даже небольшое число выборов на каждом этапе быстро даёт большой итог, если шагов становится больше.

Последовательные выборы усиливают друг друга: итог растёт по произведению, а не по сумме.

Учебный пример для иллюстрации правила умножения

Алгоритм решения комбинаторной задачи

01

1. Выделить шаги

Сначала нужно понять, из каких последовательных действий состоит выбор. Это помогает не пропустить ни одного этапа и увидеть структуру задачи.

02

2. Найти варианты

Для каждого шага отдельно определяют, сколько есть допустимых способов выбора. Здесь важно учитывать только те варианты, которые действительно разрешены условием.

03

3. Учесть ограничения

Если что-то запрещено, например повторение или конкретный элемент, число вариантов на соответствующем шаге уменьшается. Ограничение нельзя игнорировать.

04

4. Перемножить числа

Когда все этапы описаны, найденные количества вариантов перемножают. Так получают общее число способов решения без полного перебора.

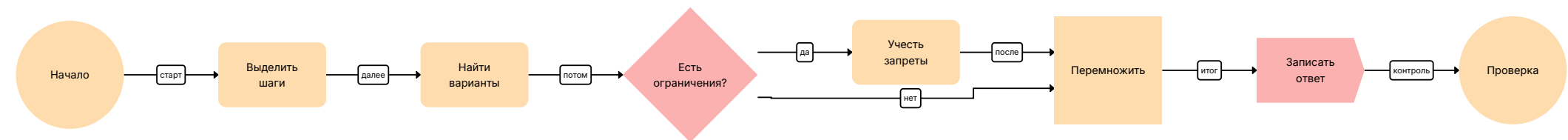
05

5. Проверить ответ

В конце нужно ещё раз прочитать условие и убедиться, что порядок выбора, повторения и запреты учтены правильно. Это снижает риск ошибки.

Как применять правило умножения

Последовательность действий
при решении задачи на подсчёт
вариантов



Ситуация	По шагам	Итог
Одежда	3×2	6
Код	$10 \times 10 \times 10 \times 10$	10000
Обед	$4 \times 5 \times 3$	60
Вывод	умножение	по этапам

Типовые задачи и формулы подсчёта

В таблице показано, как поэтапный выбор превращается в произведение чисел.

Во всех примерах ответ получается произведением чисел, потому что выбор идёт последовательно.

9

вариантов остаётся
для первой цифры,
если ноль запрещён.

Ограничение меняет только первый шаг, а остальные выборы остаются прежними и считаются отдельно.

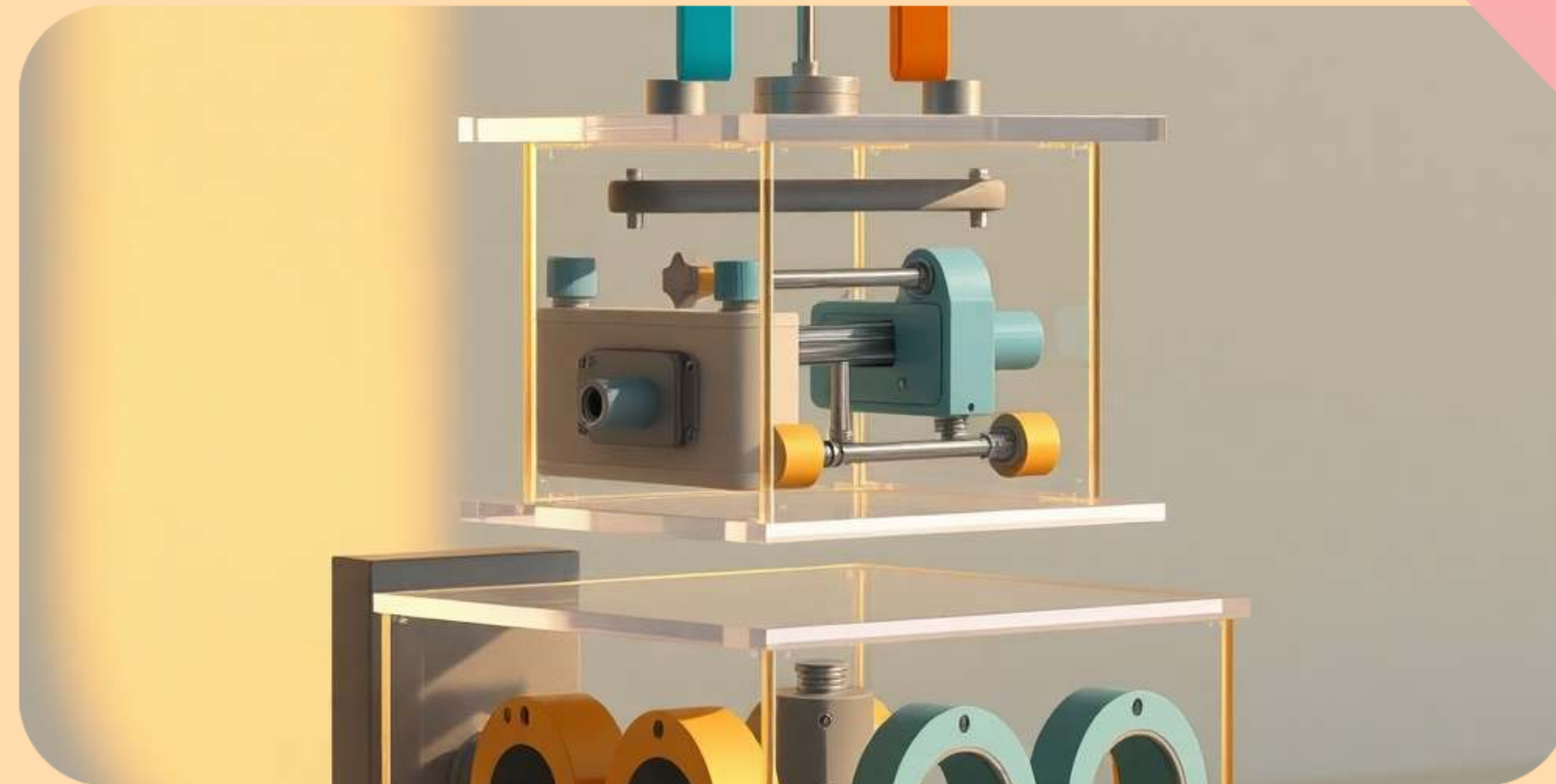
*Условие задачи о четырёхзначном коде
без начального нуля*

Как выглядит дерево вариантов



Две дороги — шесть путей

Сначала выбирают одну из двух дорог, а затем каждая из них делится ещё на три направления. На схеме сразу видно все конечные маршруты, потому что каждая ветвь отвечает за отдельный шаг выбора. Такой рисунок помогает не забыть ни один вариант.



Выбор по уровням

Дерево вариантов удобно там, где решение строится поэтапно и важно видеть связь между шагами. Можно идти сверху вниз и отмечать все развилки, пока не получится полный набор ответов. Это особенно полезно, когда вариантов немного и их легко проверить.

Вклад каждого шага в общий результат

Даже небольшие значения на отдельных этапах дают большой итог, если каждый выбор зависит от предыдущего.

Произведение шагов резко увеличивает число вариантов; именно поэтому важно считать поэтапно, а не складывать значения.

Учебный пример по теме «Правило умножения».

Когда правило умножения не подходит напрямую

Изменяющиеся варианты

Если после каждого шага число доступных вариантов меняется, нужно считать каждый этап отдельно. Нельзя автоматически подставлять одинаковые множители, пока не проверено условие задачи.

Порядок выбора

Когда перестановка элементов не создаёт новый вариант, обычное применение правила умножения недостаточно. В таких задачах сначала определяют, что именно считается различием между ответами.

Чтение условия

Ключ к правильному решению — внимательно отметить запреты, повторения и смысл выбора. Это помогает понять, где правило умножения работает напрямую, а где требуется другой способ подсчёта.

Где порядок важен, а где нет

Сравните несколько типичных ситуаций и определите, влияет ли перестановка элементов на ответ.

Перед подсчётом нужно понять, изменяет ли порядок смысл варианта: это определяет способ решения и формулу.

Пример	Порядок	Почему
Пароль	Да	1234 и 4321 разные
Команда учеников	Нет	Важна состав
Маршрут	Иногда	Зависит от условий

Задачи на выбор из нескольких предметов



01

Раздели выбор на шаги

Сначала определите, что выбирается по очереди: например, первое блюдо, второе блюдо и напиток. Каждую часть задачи удобно рассматривать как отдельный этап.

Перемножь варианты

Если на одном шаге 4 варианта, на другом 5, а на третьем 3, общее число сочетаний находят произведением $4 \times 5 \times 3$. Так быстро получают итог без полного перебора.



02

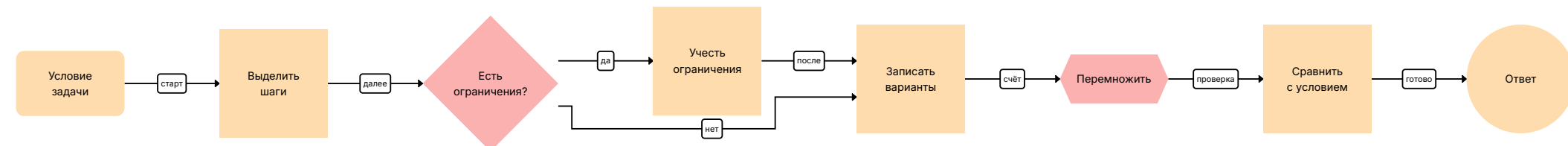
Проверь смысл ответа



После вычисления полезно представить несколько конкретных сочетаний и убедиться, что они действительно различаются. Это помогает заметить пропущенное ограничение или неверный учёт порядка.

Проверка решения задачи

Последовательность действий
при подсчёте вариантов



Типичные ошибки при подсчёте вариантов

Чаще всего ошибка появляется не в вычислениях, а в неверном выборе способа подсчёта для конкретного условия.

Главная проблема — смешение сложения и умножения; дальше идут пропуски ограничений и ошибки в понимании порядка.

Учебная схема типичных ошибок по теме «Правило умножения».

Проверка на простом примере с мороженым



Три выбора — один результат

Представьте, что нужно выбрать вафлю, вкус мороженого и посыпку. Если вариантов 2, 3 и 2, то каждый выбор соединяется с каждым следующим, и получается 12 сочетаний. Такой пример легко изобразить тремя рядами картинок и быстро проверить.

Почему пример удобен

Здесь все этапы выбора понятны и не требуют сложных вычислений. Ребёнок может мысленно перечислить несколько вариантов, увидеть повторяемость схемы и убедиться, что ответ получается именно умножением, а не сложением.

Связь с повседневной жизнью



Одежда

При выборе комплекта одежды каждый верх можно сочетать с разными низами. Это помогает быстро понять, почему число комплектов считается по шагам, а не просто перечислением всех вещей.



Меню

В кафе или столовой выбор супа, второго блюда и напитка образует последовательную цепочку решений. Правило умножения позволяет сразу оценить число возможных обедов без длинного перебора.



Коды и пароли

При создании кода важны число позиций, допустимые символы и ограничения на первый знак. Такие задачи учат внимательно читать условие и учитывать каждое ограничение отдельно.



Маршруты

Если путь проходит через несколько развилок, каждый следующий выбор зависит от предыдущего. Поэтому удобно считать количество маршрутов по этапам и проверять, не меняет ли порядок ответ.



Расписание

При составлении расписания нужно совместить несколько условий: уроки, дни недели, время и доступные кабинеты. Это хороший пример, где сложную ситуацию разбивают на простые шаги.

Шаги	Варианты	Формула	Ответ
2 выбора	2 и 3	2×3	6
4 выбора	4,5,3,2	$4 \times 5 \times 3 \times 2$	120
Памятка	Последовательно	Перемножить	Проверить

Краткая памятка по правилу умножения

Используйте памятку, чтобы быстро проверить ход решения и не перепутать действия при подсчёте вариантов.

Если выбор идёт по этапам, варианты перемножаются; ограничения и порядок нужно проверять до вычисления.

Правило умножения помогает считать варианты быстро и точно

Если задача разбивается на последовательные шаги, правило умножения позволяет получить ответ без полного перебора. Главное — внимательно читать условие, учитывать ограничения и проверять, важен ли порядок.