

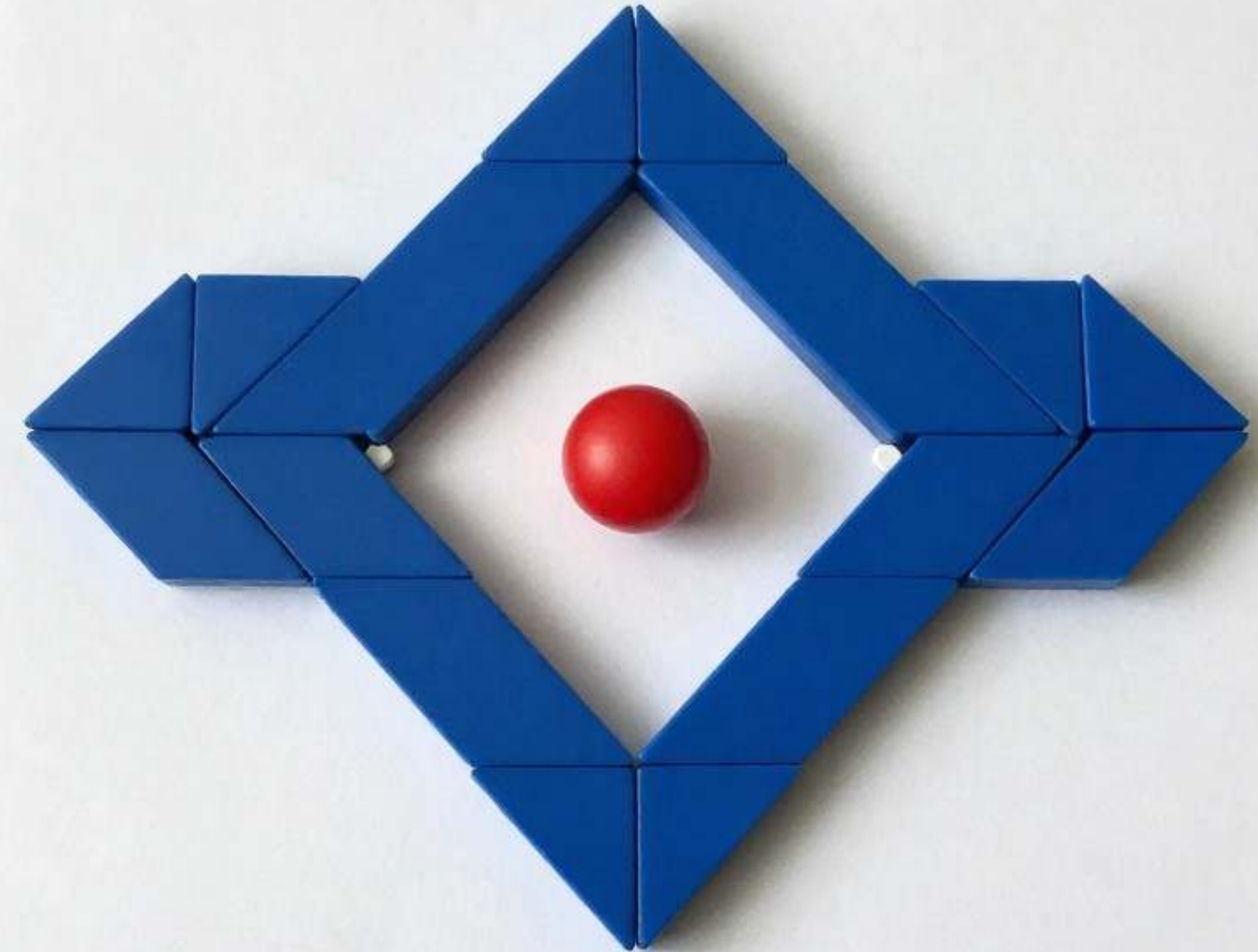
# Центральная симметрия: что это такое и где она встречается

Центральная симметрия связывает точки через центр и задаёт поворот фигуры на  $180^\circ$ .



# Место темы в курсе геометрии 7 класса

Центральная симметрия — преобразование фигур, опирающееся на равенство геометрических образов. В 7 классе она помогает повторить отрезки, середины, углы, параллельные прямые и координатную плоскость, а также решать задачи на построение и анализировать свойства четырёхугольников.



# Определение центральной симметрии

Точка  $O$  называется центром симметрии, если для каждой точки  $A$  существует точка  $A'$ . При этом центр  $O$  является серединой отрезка  $AA'$  и всегда лежит на одной прямой с  $A$  и  $A'$ .

Точки  $A$  и  $A'$  находятся по разные стороны от центра  $O$  и удалены от него на одинаковые расстояния. Иными словами, отрезок  $AA'$  делится пополам в точке  $O$ .

Фигура обладает центральной симметрией, если при таком соответствии всех её точек образ совпадает с самой фигурой. Тогда каждая характерная точка имеет «пару» относительно одного центра.

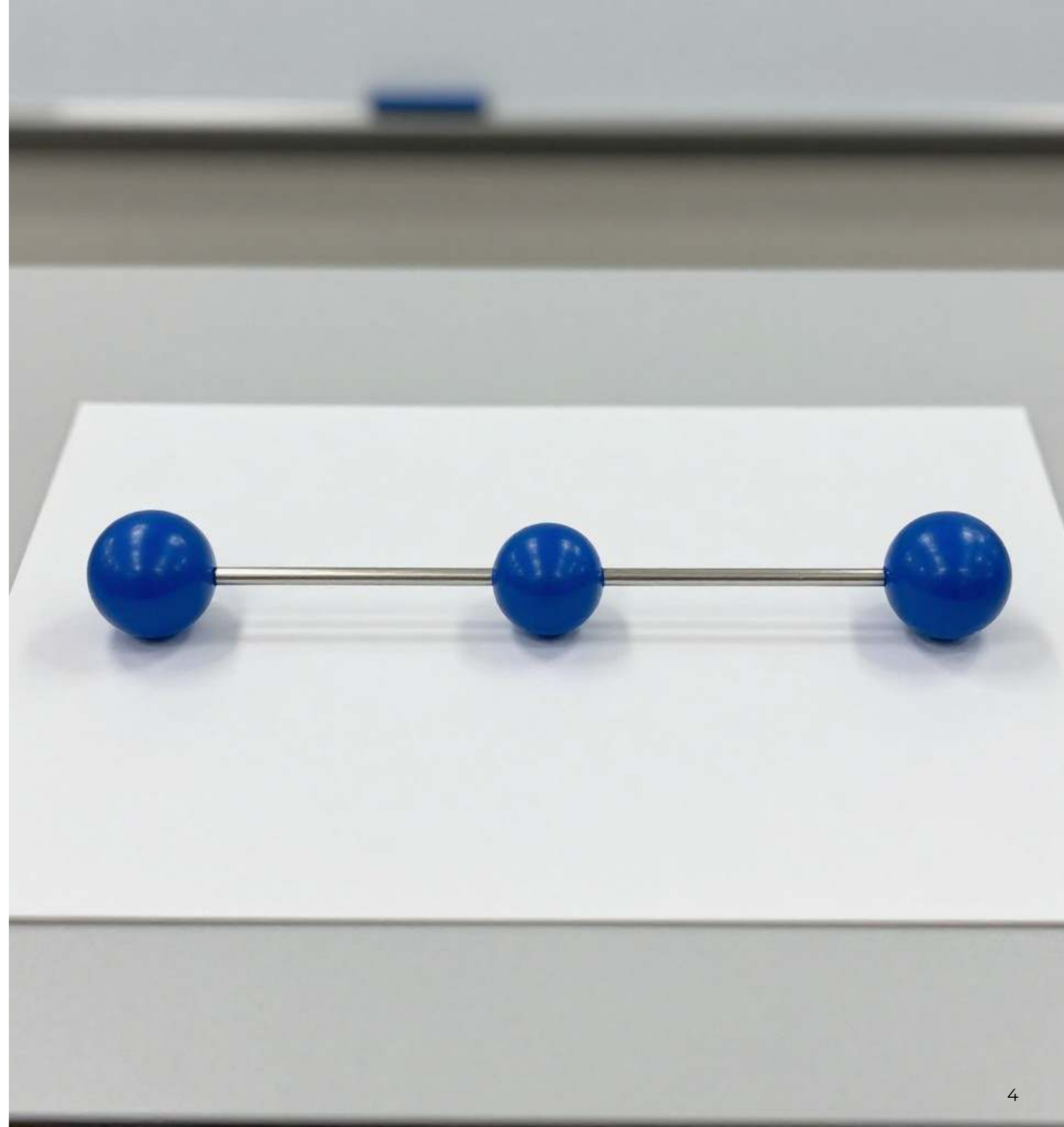
# Как расположены симметричные точки

## Геометрическая «ось» симметрии

Симметричные точки  $A$  и  $A'$  всегда лежат на одной прямой с центром  $O$ . Отрезки  $OA$  и  $OA'$  равны, а центр  $O$  делит отрезок  $AA'$  пополам, поэтому точки оказываются по разные стороны от  $O$ .

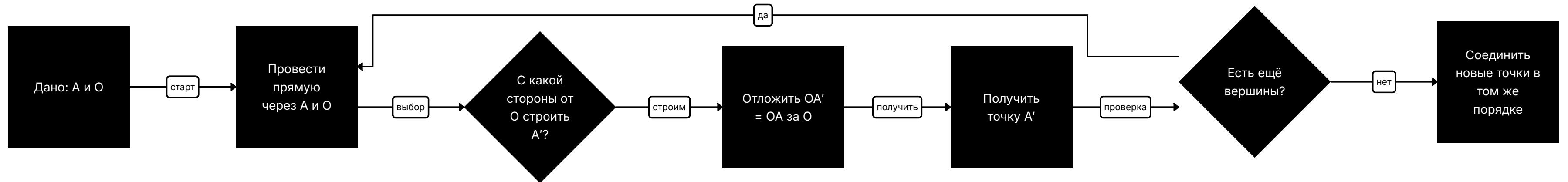
## Как это видно на рисунке

При оформлении чертежа достаточно отметить три вещи: точки  $A$ ,  $A'$  и  $O$ , сам отрезок  $AA'$  и равенство отрезков  $OA$  и  $OA'$ . Эти признаки показывают центральную симметрию без лишних вычислений.



# Построение точки, симметричной данной

Дана точка А и центр О; по прямой через А и О откладываем расстояние до А' и повторяем для каждой вершины фигуры.



# Центральная и осевая симметрия: различия

Сравнение двух преобразований помогает не перепутать правила построения и правильно находить соответствующие точки.

Главный вывод: оба вида дают «пары» соответствующих точек, но центральная симметрия задаётся центром-точкой, а осевая — осью-прямой, поэтому проверка делается по разным признакам.

| Признак            | Центральная симметрия    | Осевая симметрия              |
|--------------------|--------------------------|-------------------------------|
| Элемент симметрии  | Точка О                  | Прямая (ось)                  |
| Положение точек    | По разные стороны от О   | По разные стороны от оси      |
| Вид преобразования | Поворот на 180°          | Отражение относительно прямой |
| Примеры фигур      | Параллелограмм-прообразы | Зеркально-симметричные фигуры |

Материал урока по теме «Центральная и осевая симметрия» (сравнение правил).

# Фигуры, у которых есть центр симметрии



## Окружность

Центр симметрии окружности — это её центр. Если повернуть окружность на  $180^\circ$  вокруг центра, все точки окажутся на прежних местах: образ совпадёт с исходной фигурой.



## Параллелограмм

У параллелограмма центром симметрии служит точка пересечения его диагоналей. Она делит диагонали пополам, поэтому каждая вершина имеет противоположную симметричную вершину.



## Прямоугольник, ромб, квадрат

Эти фигуры относятся к частным случаям параллелограмма, поэтому для них тоже есть центр симметрии. Он совпадает с пересечением диагоналей и одинаково «отражает» вершины.



## Отрезок

Отрезок обладает центром симметрии: это его середина. Если поменять местами концы относительно середины, получится тот же самый отрезок, только «в другом направлении».



## Правильный шестиугольник

У правильного шестиугольника центр симметрии совпадает с центром фигуры. Поворот на  $180^\circ$  переводит каждую вершину в противоположную вершину, сохраняя весь контур.

# Есть ли у фигуры центр симметрии

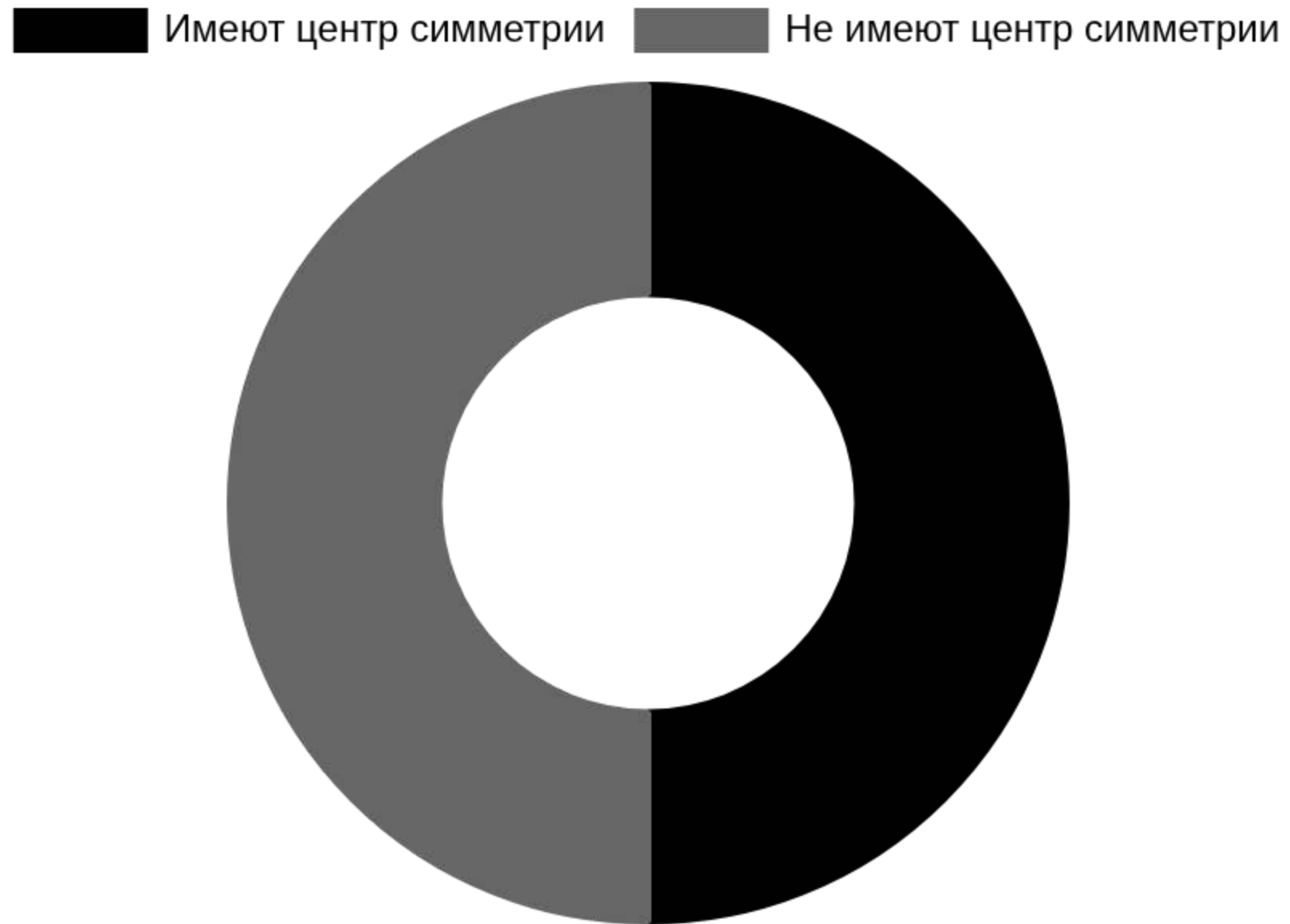


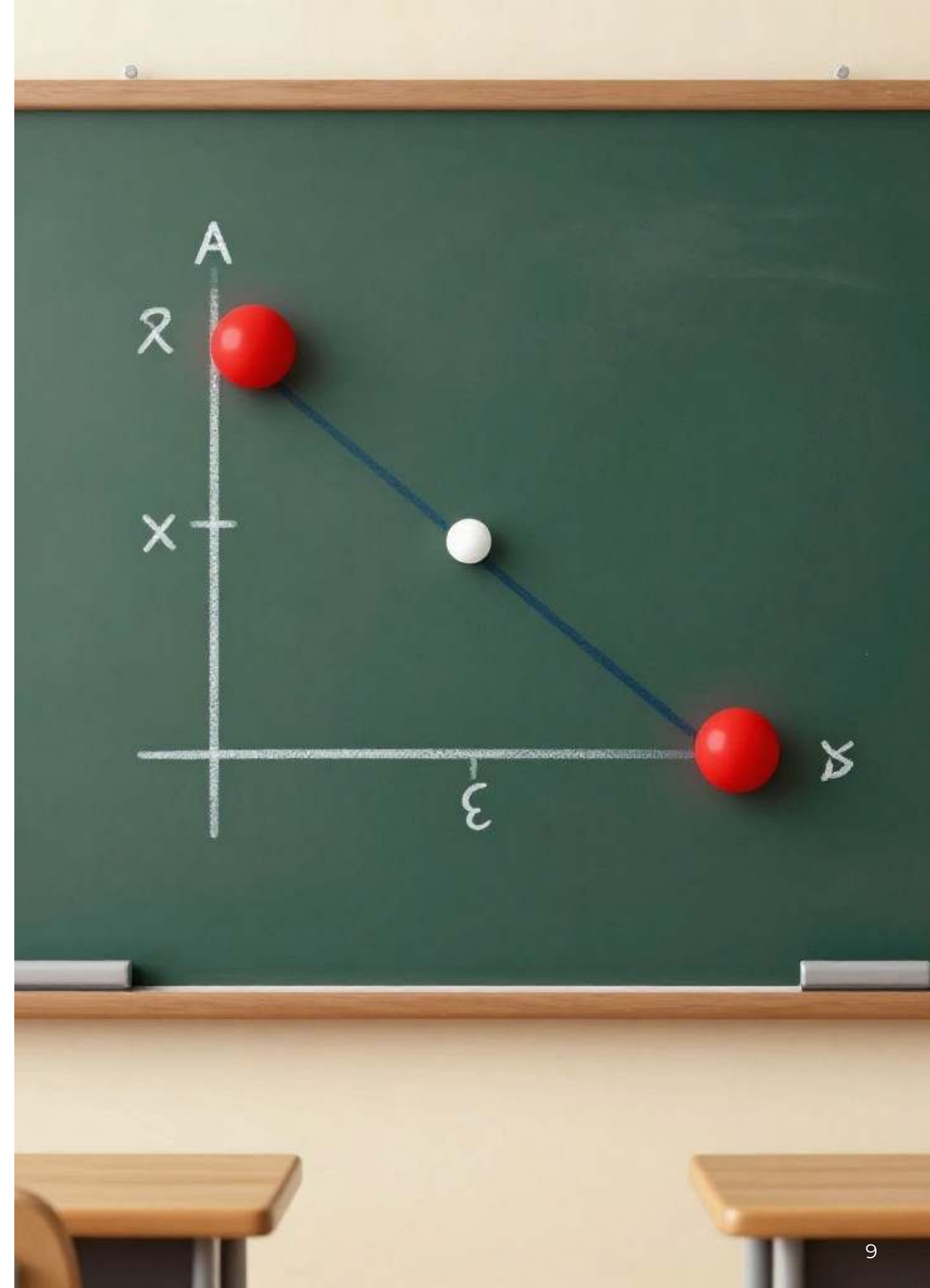
Диаграмма построена на «выбранном наборе» примеров, поэтому важен вывод о закономерности, а не точные проценты.

Симметрия не зависит от того, насколько рисунок «красивый». Решает строгое совпадение соответствующих точек относительно одного центра.

*Условная круговая диаграмма по набору фигур: квадрат, прямоугольник, ромб, окружность, треугольник, пятиугольник, звезда, буква (доли условные).*

# Центральная симметрия на координатной плоскости

- Если точка имеет координаты  $(x, y)$ , то точка, симметричная ей относительно начала координат, имеет координаты  $(-x, -y)$ . Это означает: обе точки на одинаковом расстоянии от начала координат, но в противоположных направлениях.
- На рисунке удобно показать оси, начало координат и две точки в разных четвертях. Тогда видно, что при симметрии «меняются знаки» координат, а расстояния до центра остаются равными, поэтому фигуры совпадают после поворота на  $180^\circ$ .



# Свойства центральной симметрии

Центральная симметрия сохраняет длины отрезков, величины углов и общий вид фигуры. Поэтому получившийся образ не «искажается»: он только переносится и занимает другое положение на плоскости.

После преобразования параллельные прямые остаются параллельными. А совпадающие фигуры имеют одинаковые площадь и периметр, ведь размеры и форма сохраняются при повороте на  $180^\circ$  вокруг центра.

Центральная симметрия относится к движениям: фигура не растягивается и не сжимается. Меняется только её ориентация и место на координатной плоскости, а метрические характеристики сохраняются.

Поэтому центральную симметрию удобно использовать для проверки чертежей: если при повороте на  $180^\circ$  все характерные точки и отрезки заняли «свои пары», значит преобразование выполнено правильно.

# Поворот на $180^\circ$ и совпадение фигур



При повороте на  $180^\circ$  каждая вершина (и вообще любая точка) приходит в центрально-симметричное положение, поэтому фигура совпадает сама с собой.

Результат показывает связь центральной симметрии с поворотом ровно на половину полного оборота, а не с поворотами на  $90^\circ$ .

*Учебная демонстрация (схема поворота на  $90^\circ$  и  $180^\circ$ ).*

# Какие фигуры имеют центр симметрии

| Фигура                                               | Есть ли центр? | Где он находится       |
|------------------------------------------------------|----------------|------------------------|
| Окружность                                           | Да             | В центре окружности    |
| Отрезок                                              | Да             | В середине отрезка     |
| Параллелограмм (в т.ч. прямоугольник, ромб, квадрат) | Да             | Пересечение диагоналей |
| Треугольники (равносторонний, равнобедренный)        | Нет            | Центра симметрии нет   |

Свойства фигур из школьного курса геометрии 7 класса.

В таблице показано, есть ли у фигуры центр симметрии и где он расположен: для окружности — центр, для отрезка — середина, для четырёхугольников-«параллелограммов» — точка пересечения диагоналей.

Центр симметрии появляется у окружности и у фигур с «диагональной» симметрией, а у треугольников — отсутствует.

# Как проверить фигуру на центральную симметрию

## Шаг 1: Найдите кандидата

Выберите предполагаемый центр  $O$  по рисунку: часто это точка пересечения диагоналей или середина заметного отрезка.

## Шаг 2: Проверьте пары точек

Для нескольких характерных точек найдите им «вторую» точку по другую сторону от  $O$  на равном расстоянии. Они должны лежать на одной прямой с  $O$ .

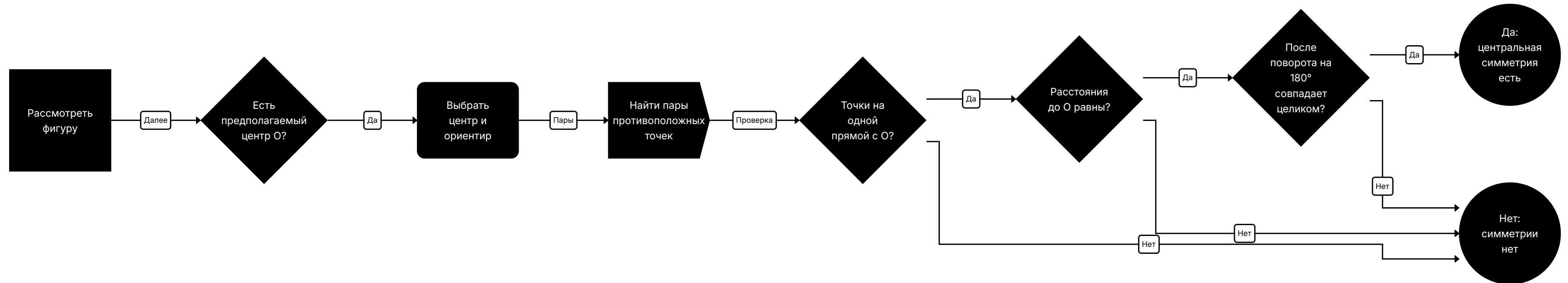
## Шаг 3: Сверьте совпадение

Мысленно поверните фигуру на  $180^\circ$  вокруг  $O$ : если контур совпадает целиком, центральная симметрия подтверждена.



# Алгоритм распознавания центральной симметрии на рисунке

Логика проверки по характерным точкам: вершинам, серединам отрезков, изломам и пересечениям.



# Центральная симметрия в природе и быту

## Снежинки: повторение через поворот

У снежинок часто можно заметить рисунок, который после поворота на  $180^\circ$  выглядит так же. Это связано с тем, как равномерно распределяются элементы узора по всей площади.



## Колёса и узоры на ободке

У многих колёс и декоративных ободов орнамент расположен так, что противоположные детали оказываются «парными» относительно центральной точки. Поэтому рисунок читается одинаково при повороте на половину оборота.



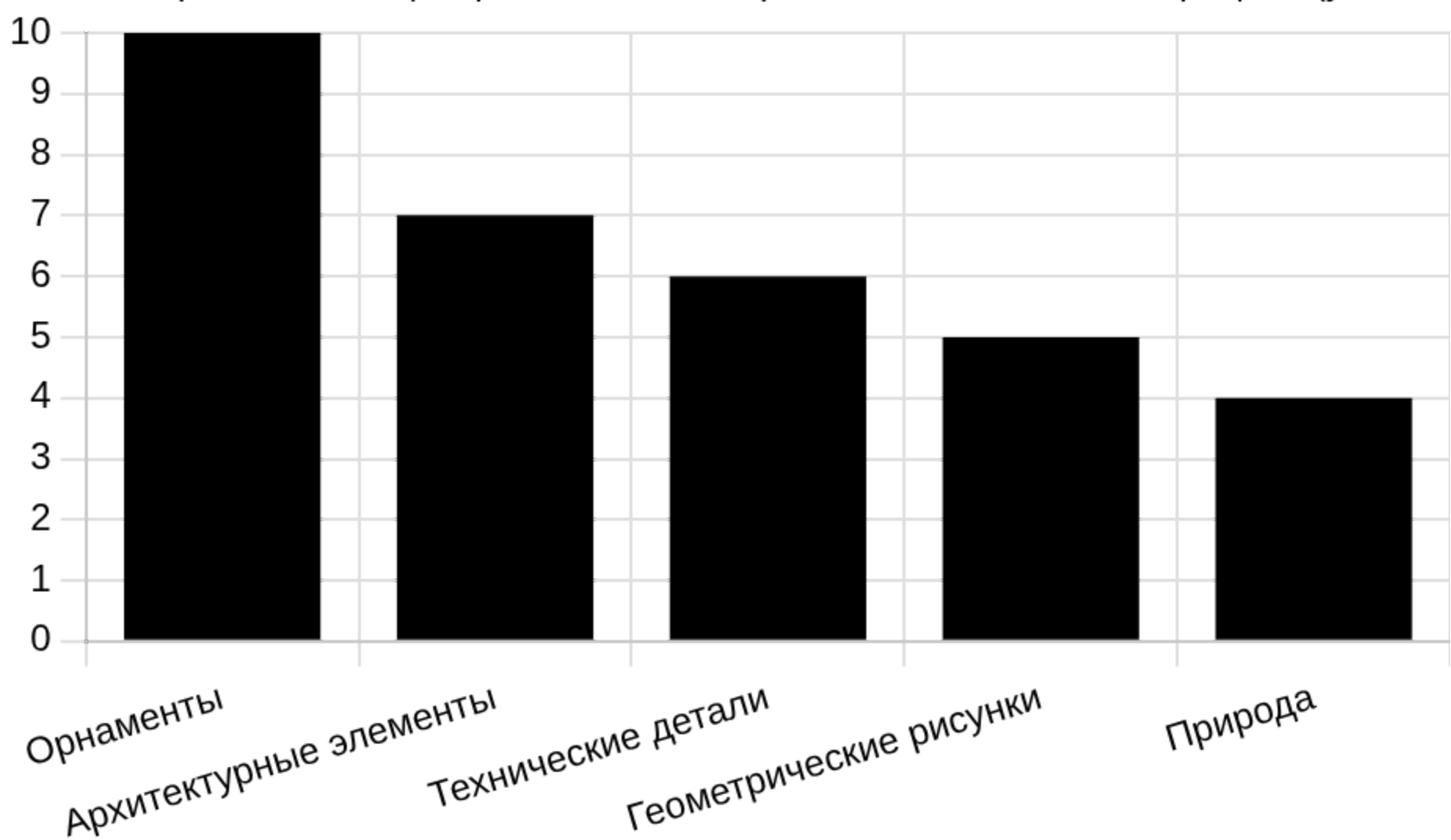
## Шахматы и знаки: узнаваемость формы

Фигуры в шахматах и элементы значков нередко имеют центральную симметрию: одна половина как будто «переворачивается» относительно центра. Благодаря этому форма становится более чёткой и легко различимой.



# Где симметрия встречается чаще всего

астота встречаемости центральной симметрии в школьных иллюстрациях (условн



Условные значения для иллюстрации (школьный контекст, без статистической выборки).

Наибольшее число примеров обычно дают орнаменты: там центральная симметрия помогает создавать повторяющийся и «собранный» узор.

Условная диаграмма показывает приоритет орнаментальных и оформительских решений: они проще всего выявляют пары точек относительно центра.

# Типичные ошибки при изучении темы

Часто путают центральную и осевую симметрии: ищут прямую-соответствия вместо точки-центра. Тогда пары точек оказываются не на одинаковых расстояниях от нужного элемента.

Ещё одна ошибка — выбрать неверный центр  $O$ . Центральная симметрия выполняется только тогда, когда  $O$  действительно является серединой отрезков между соответствующими точками.

Иногда считают фигуру симметричной, потому что совпадает «часть» рисунка. Но центральная симметрия требует, чтобы каждой характерной точке соответствовала парная точка по всему контуру.

# Практическое значение темы



## Черчение и построения

Центральная симметрия помогает строить пары точек и целые фигуры быстрее: достаточно корректно найти центр и выполнить поворот на  $180^\circ$  по правилам соответствия.



## Координатная плоскость

В координатах легко находить точки-пары: если точка имеет  $(x, y)$ , то её образ —  $(-x, -y)$ . Это удобно при проверке задач и построений.



## Узоры и орнаменты

При создании рисунков из одинаковых элементов симметрия упрощает композицию. Достаточно задать один фрагмент и затем получить остальные через центрально-симметричное преобразование.



## Геометрические модели

Симметрия используется для проверки правильности конструкций: формы сохраняются, а значит можно контролировать длины, расположение точек и целостность контура.

# Примеры соответствующих точек

Пары точек проверяются так: для каждой пары расстояния до центра равны, а центр *O* является серединой отрезка между точками.

Если для нескольких пар точек выполняются равенство расстояний и лежание на одной прямой с центром, симметрия подтверждается с высокой уверенностью.

| Пара точек           | Расстояние до <i>O</i> (равно) | <i>O</i> — середина отрезка |
|----------------------|--------------------------------|-----------------------------|
| <i>A</i> и <i>A'</i> | $OA = 5$                       | Да                          |
| <i>B</i> и <i>B'</i> | $OB = 3$                       | Да                          |
| <i>C</i> и <i>C'</i> | $OC = 4$                       | Да                          |

*Примерная демонстрация правила центральной симметрии (модель для проверки на чертеже).*

# Центральная симметрия — это «поворот на половину оборота»

Центральная симметрия — это соответствие точек относительно центра: каждая точка имеет пару на той же прямой и на таком же расстоянии, но по другую сторону. Фигура совпадает при повороте на  $180^\circ$ , сохраняя длины, углы и площадь, а признаки проверяются на чертеже и в координатах.