

Основная теорема о параллельных прямых

Восьмиклассники учатся находить углы и
распознавать параллельность по их значениям.



Где встречается эта тема и зачем она нужна

После тем «смежные», «вертикальные» и «развернутый угол» начинается работа с параллельными прямыми $a \parallel b$. Теорема помогает находить неизвестные углы на чертеже и проверять параллельность без лишних построений.

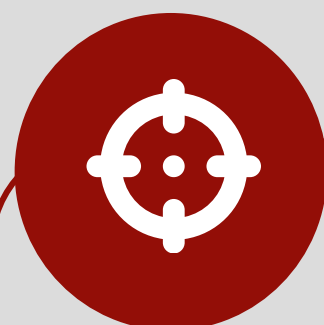


Параллельные прямые и секущая



Параллельные прямые

Две прямые в одной плоскости называют параллельными, если они не пересекаются. Это обозначают $a \parallel b$: линии идут «в одном направлении» и сохраняют расстояние.



Секущая

Прямая, которая пересекает две другие, называется секущей. Она «разрезает» плоскость и позволяет сравнивать углы, получающиеся на разных участках рисунка.



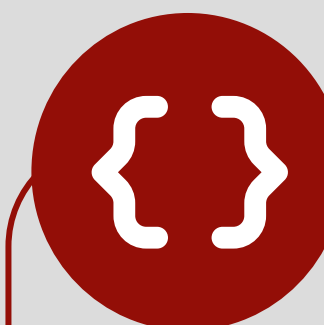
Восемь углов

При пересечении секущей с двумя прямыми образуются 8 углов. Они получают разные положения, поэтому важно не путать их при вычислениях и при записи ответа.



Группы углов

Углы удобно рассматривать по группам: соответственные, накрест лежащие и односторонние внутренние. Каждая группа связана с параллельностью по своим правилам.



Связь с теоремой

Как только прямые параллельны, между углами появляются точные соотношения. Эти соотношения превращают рисунок в задачу, которую можно решить с уверенностью.

Формулировка основной теоремы

.01

Если две параллельные прямые пересечены секущей, то соответственные углы равны. То есть углы, стоящие на одинаковых местах относительно секущей и прямых, дают одинаковые значения.

.02

Если при том же пересечении секущей рассматривают накрест лежащие углы, то они тоже равны. Эти углы находятся по разные стороны секущей и при этом остаются «партнёрами» по значению.

.03

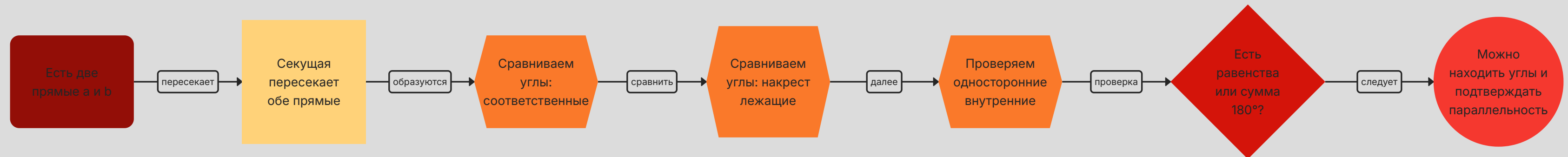
Третья важная связь: односторонние внутренние углы в сумме дают 180° . Значит, чем больше один из них, тем меньше второй, но вместе они дают ровную «половину круга»

.04

Для 8 класса теорема — главный инструмент работы с чертежами. Она позволяет находить неизвестный угол и проверять, действительно ли проведённые прямые параллельны.

Как углы «показывают» параллельность

Схема связывает геометрию прямых и отношения между углами при пересечении секущей.





65°

**Если один
соответственный угол
равен 65°, то равен и
второй
соответственный угол.**

Учебный пример из материала урока:
при 65° второй соответственный угол
также 65°.

Соответственные углы занимают
одинаковое положение
относительно секущей и двух
прямых. Для параллельных прямых
это прямое указание для
вычислений.

Накрест лежащие углы

● Накрест лежащие углы располагаются по разные стороны секущей и между двумя параллельными прямыми. Именно это «крестовое» положение делает их удобной парой для проверки.

● Если прямые параллельны, накрест лежащие углы равны. Например, при значении 110° у одного угол такого же размера будет и у другого накрест лежащего угла.

● Смежный угол с накрест лежащим в этом случае будет не равен ему, а дополняет до 180° . Поэтому при 110° смежный составит 70° , поскольку смежные углы в сумме дают развернутый угол.

Группы углов при пересечении двух прямых секущей

■ Соответственные ■ Накрест лежащие ■ Односторонние внутренние

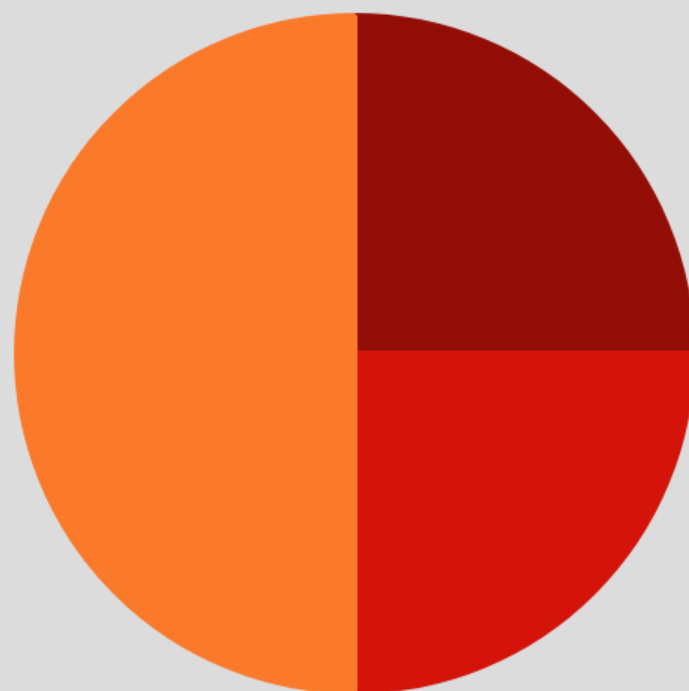


Схема распределения 8 углов на три группы при пересечении двух прямых секущей (учебный материал).

Внутри диаграммы каждая группа показывает, сколько углов относится к одному типу сравнения и какие отношения между ними используются.

Итог такой: две группы дают равенство значений, а третья группа подсказывает сумму 180° . Поэтому по рисунку связи считываются быстро.

Односторонние внутренние углы

.01

Односторонние внутренние углы лежат между двумя прямыми и по одну сторону секущей. Из-за «внутреннего» положения они особенно важны для суммы 180° .

• .02

Если прямые параллельны, сумма односторонних внутренних углов равна 180° . Например, когда один из них равен 123° , второй равен 57° .

• .03

Это правило удобно использовать не только для вычислений: оно помогает проверять правильность рассуждений и подтверждать параллельность прямых по чертежу.

Примеры вычисления углов

Типовые случаи: равные углы повторяют значение, а односторонние внутренние углы дополняют друг друга до 180° .

Когда встречаются соответственные и накрест лежащие углы, они равны; когда рассматривают односторонние внутренние, применяется правило суммы 180° .

Известный угол	Соответственный	Накрест лежащий	Односторонний внутренний
40°	40°	40°	140°
95°	95°	95°	85°
128°	—	—	52°

Примеры из учебного материала для 8 класса (обобщение типовых случаев).

Обратная теорема о параллельных прямых

.01

Если при пересечении двух прямых секущей соответственные углы оказываются равными, значит, прямые не «расходятся» и не «сходятся»: они параллельны.

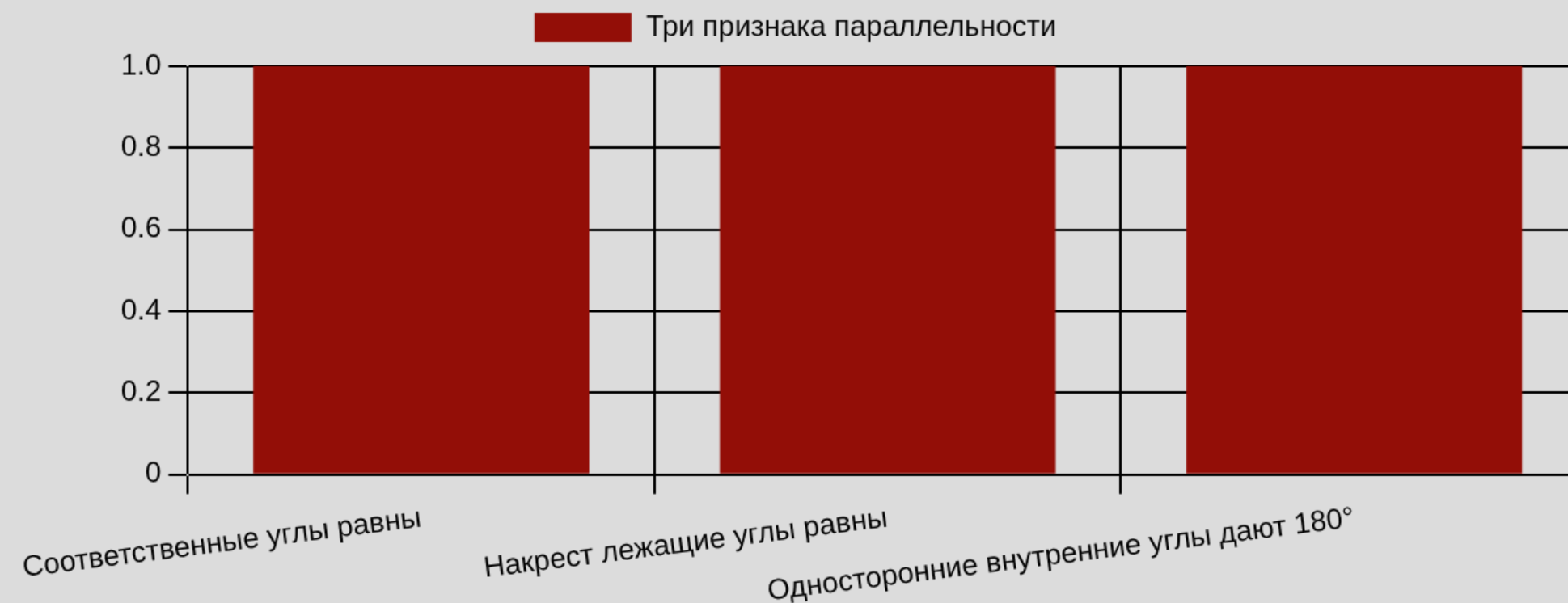
.02

Равенство накрест лежащих углов — второй способ убедиться в параллельности: эти углы занимают противоположные позиции относительно секущей и двух прямых.

.03

Если односторонние внутренние углы в сумме дают 180° , это также является признаком параллельности. По любому из трёх условий можно сделать вывод по чертежу.

Признаки параллельности прямых

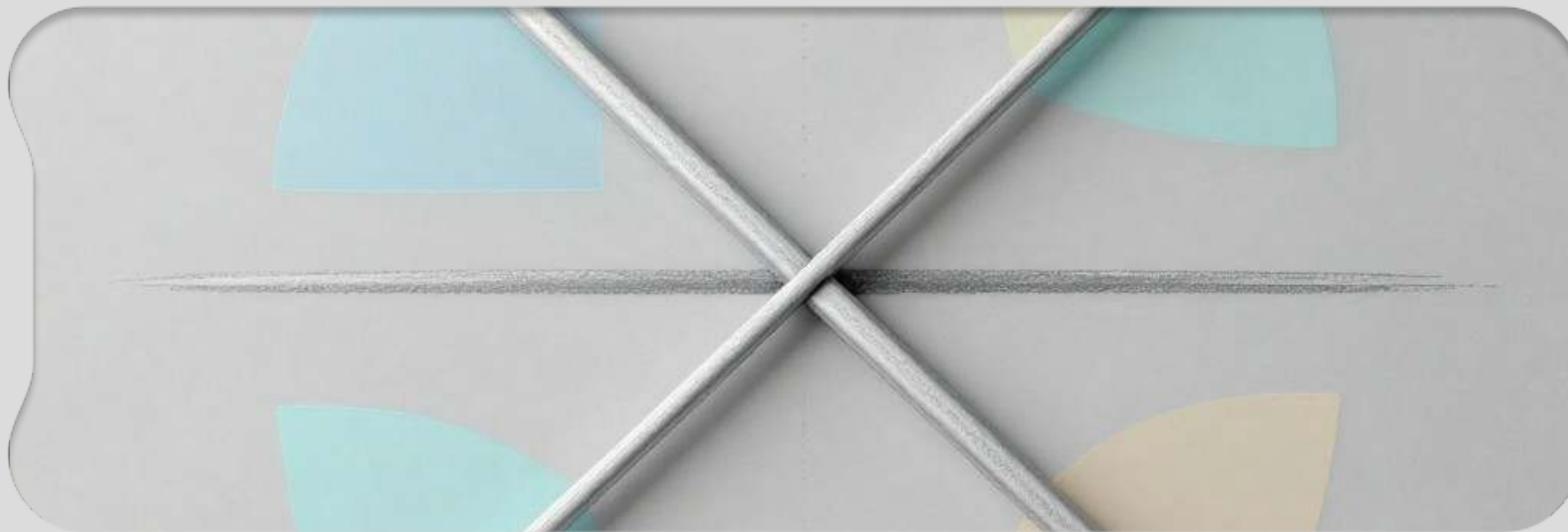


Учебная логика курса геометрии 8 класса; данные — соответствие признакам (1=признак работает).

На диаграмме каждый столбец означает признак: как только выполняется условие, можно заключить «прямые параллельны». Достаточно проверить только один признак.

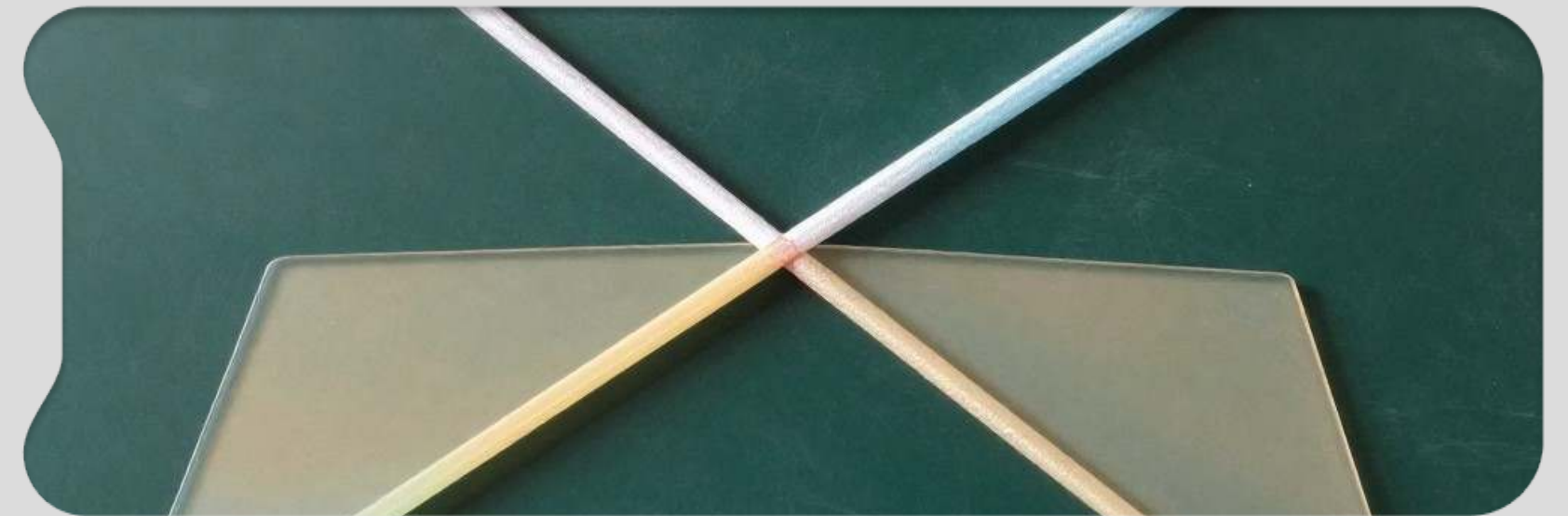
Все три условия приводят к одному выводу: параллельность. Если одно условие не выполняется, это не доказывает обратное, но показывает, что выбранный признак не подходит.

Чертеж: как выглядит параллельность на секущей



Ровные «повторы» углов на двух пересечениях

Представь чертёж: две параллельные прямые пересечены секущей в двух точках. Всего отмечены восемь углов. Пары соответственных углов стоят на «одинаковых местах» относительно секущей и совпадают по величине.



180° как ключ к односторонним внутренним углам

На том же рисунке выделяется пара односторонних внутренних углов: они расположены между прямыми и по одну сторону секущей. Их сумма в точности равна 180° , что помогает увидеть параллельность не через равенство, а через дополнение.

Типичные ошибки восьмиклассников

.01

Ученики иногда путают соответственные и накрест лежащие углы: внешне они могут казаться «похожими», но относятся к разным сторонам секущей.

.02

Вторая ошибка — считать смежные углы равными. Смежные углы всегда в сумме дают 180° , но по отдельности равенства может не быть.

.03

Нередко делают неточную запись: пропускают знак параллельности « $\parallel$ » или записывают его не там, где нужно. Из-за этого теряется смысл вывода.

.04

Ещё одна проблема — неправильно разделять внутренние и внешние углы. Тогда выбирают не тот признак (равенство или сумма 180°) и получают неверный ответ.

Связь с другими свойствами геометрии



Развернутый угол 180°

Сумма односторонних внутренних углов равна 180° , потому что развернутый угол тоже равен 180° . Это связывает теорему с базовыми свойствами углов.



Вертикальные углы

Когда секущая пересекает прямые, образуются пары вертикальных углов. Их равенство помогает находить значения, чтобы дальше применять признаки параллельности.



Четырёхугольник и параллелограмм

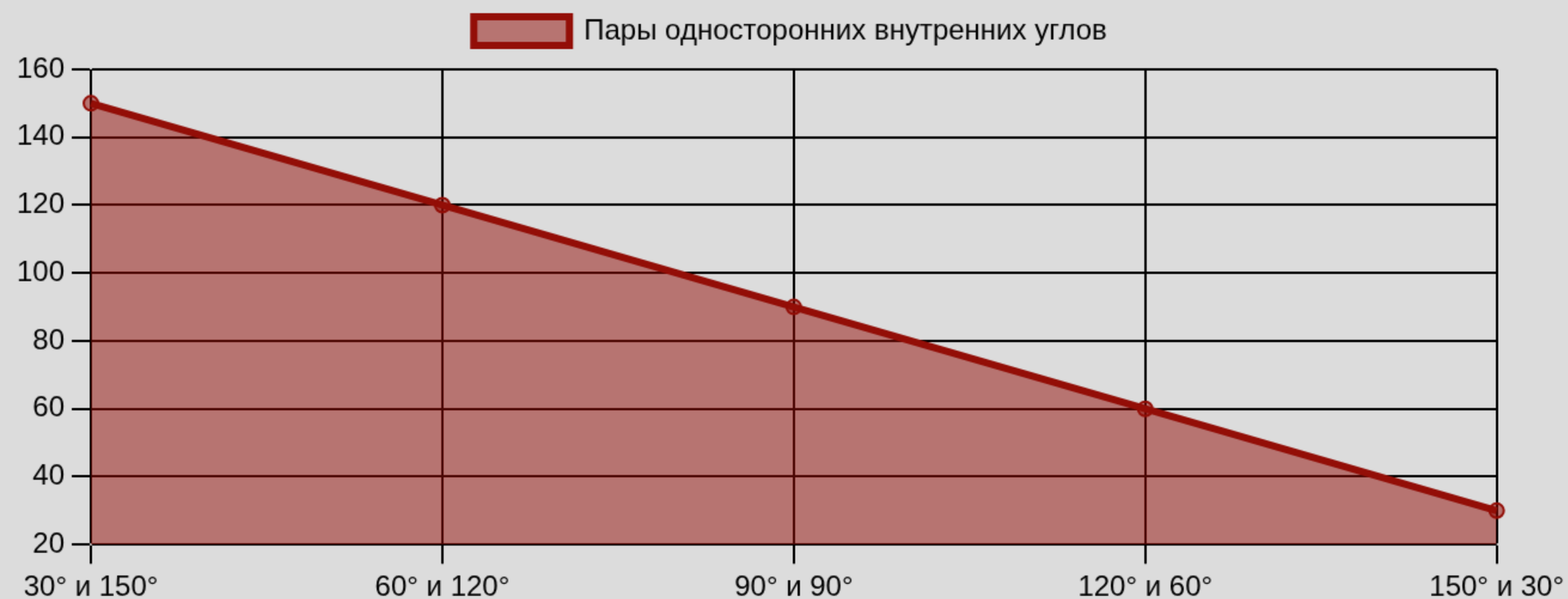
Если в параллелограмме противоположные стороны параллельны, то выводы об углах получают через основную теорему. Аналогично работают рассуждения в задачах про прямоугольник.



Построения и доказательства

Теорема используется в задачах на построение, измерение и строгие обоснования: она позволяет переходить от картины на чертеже к утверждению о параллельности.

Проверка правила суммы 180°



Показательные пары из задания: $(30^\circ, 150^\circ)$, $(60^\circ, 120^\circ)$, $(90^\circ, 90^\circ)$, $(120^\circ, 60^\circ)$, $(150^\circ, 30^\circ)$.

На графике показаны пары углов, которые дополняют друг друга до 180° . В каждой точке второй угол становится «меньше», если первый возрастает.

Линия наглядно подтверждает закономерность: чем больше один односторонний внутренний угол, тем меньше другой. При любом значении вместе они дают 180° .

Применение в реальных и учебных ситуациях

● В черчении и на архитектурных планах параллельные линии помогают задавать одинаковое направление элементов, чтобы построения оставались точными и согласованными.

● Дорожная разметка и орнаменты тоже опираются на параллельность: сетки линий должны «держаться» одинаковый угол друг к другу, иначе рисунок будет выглядеть искажённым.

● В школе теорема помогает на практике: находить углы по секущей, проверять вычисления транспортиром и работать с чертежом в клетку, где направления легко сравнивать.

Основные термины урока

Понятие	Определение	Что даёт на уроке
Параллельные прямые	Прямые, которые не пересекаются	Нужно для вывода о равенстве углов
Секущая	Прямая, пересекающая две другие прямые	Создаёт пары углов
Соответственные углы	Углы в одинаковом положении	Для признака параллельности
Накрест лежащие углы	Углы по разные стороны секущей	Ещё один признак параллельности
Односторонние внутренние углы	Углы между прямыми и по одну сторону секущей	Проверка суммы 180°

Содержание темы «Параллельные прямые и углы» для 8 класса (школьный курс геометрии).

Термины собраны в компактном виде, чтобы по ним можно было быстро ориентироваться в чертеже и в формулировках доказательств.

Таблица показывает, что все признаки параллельности строятся из одной схемы: секущая задаёт положение углов, а разные группы углов дают равенство или сумму 180° .

Алгоритм решения задач на параллельные прямые

Шаг 1: понять рисунок



Шаг 2: сгруппировать углы



На чертеже выдели две прямые и секущую. Определи, какие именно углы ты рассматриваешь: внешние или внутренние, по одну сторону секущей или по разные.

Разметь пары углов: соответственные, накрест лежащие и односторонние внутренние. Это нужно, чтобы правильно выбрать, что проверять: равенство или сумму 180° .

▶▶ Шаг 3: применить признак



Шаг 4: сделать вывод



Если известны численные значения, составь уравнение по правилу: равные пары углов дают признак, а сумма односторонних внутренних — 180° . Найди неизвестный угол.

В конце запиши итог: либо найдено значение всех неизвестных углов, либо доказана параллельность прямых, либо проверено правильность построения и вычислений.

Параллельность и углы — связаны

Основная теорема о параллельных прямых связывает положение линий и свойства углов. В 8 классе равенство соответственных и накрест лежащих углов, а также сумма односторонних внутренних 180° помогают находить значения и доказывать параллельность.

