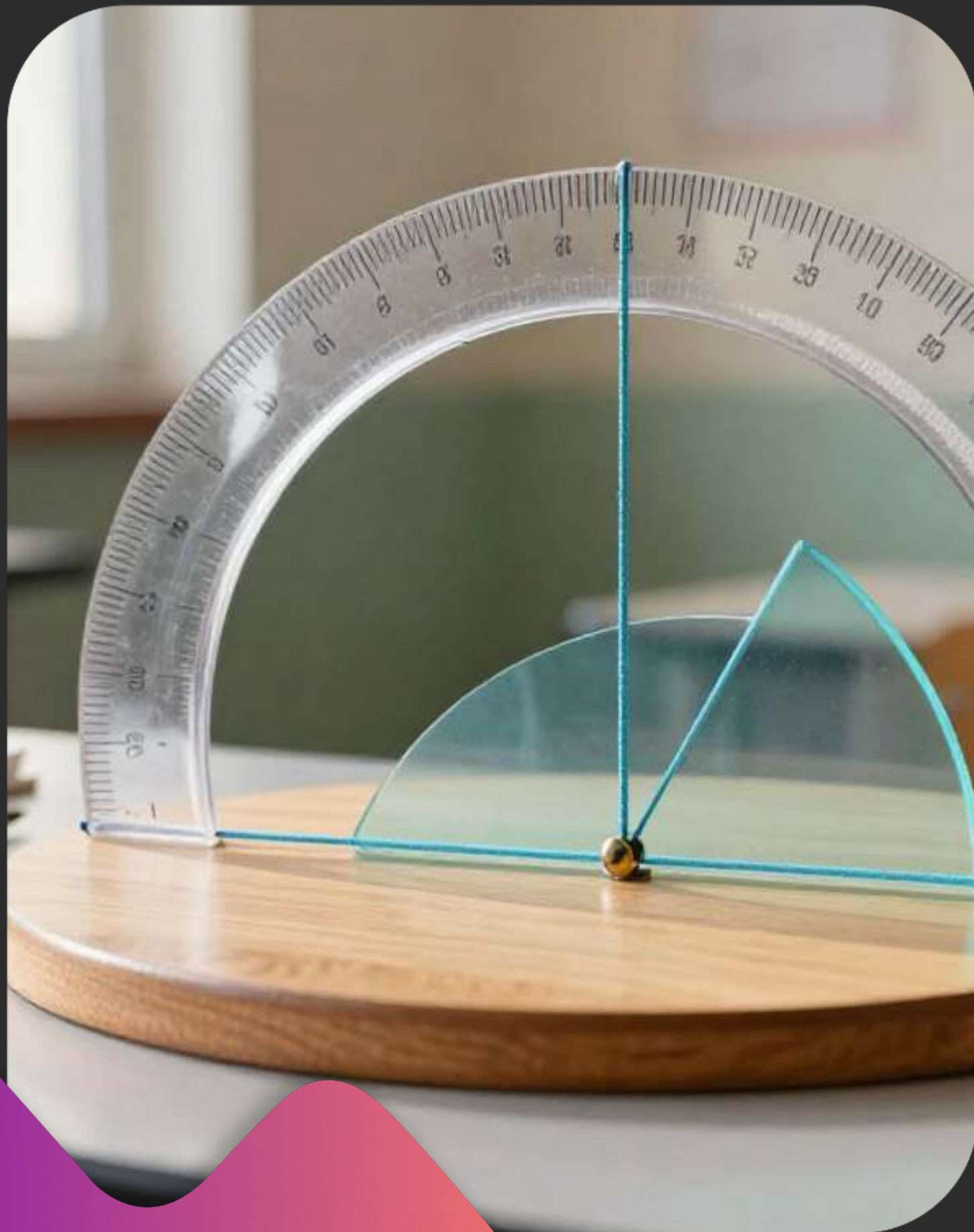


Центральные углы



Поймём, как угол связан с окружностью, дугой и сектором.

Зачем нужны центральные углы

Эта тема помогает читать чертежи, находить дуги и понимать круговые диаграммы. Она развивает навыки работы с градусами, транспортиром и свойствами окружности в 8 классе.



Определение центрального угла

Вершина в центре

Центральный угол строится так, что его вершина совпадает с центром окружности. Именно это отличает его от большинства других углов на плоскости.

Два радиуса

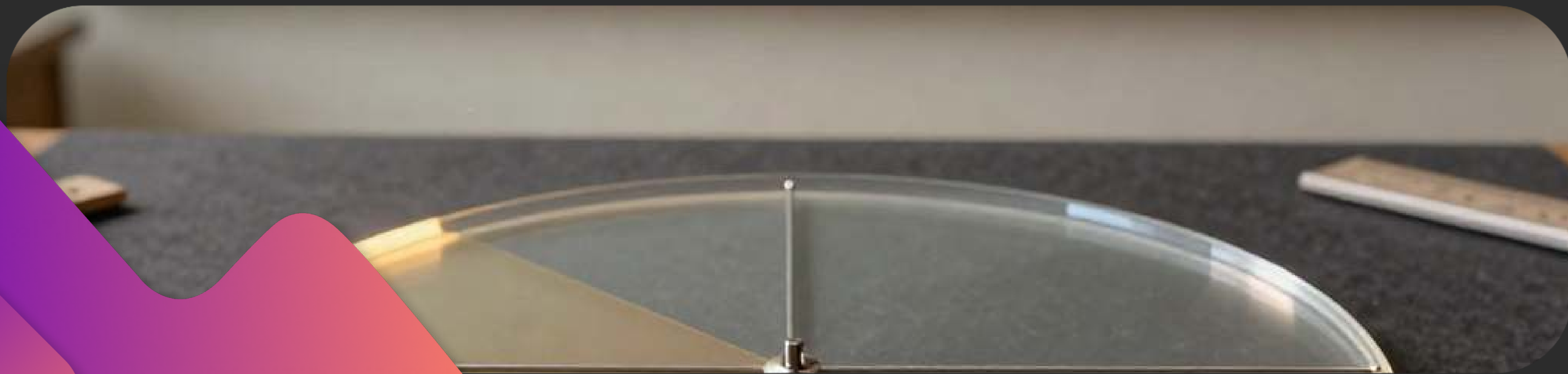
Стороны центрального угла — это два радиуса одной окружности. Они пересекают окружность в двух точках и образуют между собой часть круга.

Соответствующая дуга

Дуга между точками пересечения радиусов с окружностью называется соответствующей дугой. Она относится к тому же фрагменту окружности, что и сам угол.

Часть круга внутри

Один центральный угол задаёт не только дугу, но и сектор внутри неё. Поэтому по нему можно описать одновременно угол, дугу и долю круга.



Как выглядит центральный угол на чертеже

Обозначение точек

На схеме обычно отмечают центр O и точки A , B на окружности. Отрезки OA и OB показывают радиусы, а угол AOB — центральный угол.

Дуга между точками

Часть окружности между точками A и B называют дугой AB . Она соответствует углу AOB и помогает увидеть, какую часть окружности он охватывает.

Сектор круга

Область, ограниченная радиусами OA и OB и дугой AB , называется сектором. Это наглядный способ показать часть круга, заданную центральным углом.



Основные элементы центрального угла



Центр

Центр окружности задаёт положение угла. Если вершина не совпадает с центром, перед нами уже не центральный угол.



Радиус

Радиусы образуют стороны угла. Они равны между собой и соединяют центр с точками окружности.



Дуга

Дуга соединяет концы радиусов на окружности. Именно она показывает часть линии окружности, соответствующую углу.



Сектор

Сектор — это часть круга внутри двух радиусов и дуги. Его размер меняется вместе с градусной мерой угла.

Центральный угол и соответствующая дуга

Признак	Угол	Дуга
Вершина	центр	нет
Измерение	градусы	длина
Связь	радиусы	окружность
Что показывает	часть круга	тот же фрагмент

Определение центрального угла и соответствующей дуги в школьной геометрии

Сравним два объекта, которые всегда относятся к одной и той же части окружности.

Угол описывает величину в градусах, а дуга — тот же участок окружности по длине.

Градусная мера центрального угла показывает, какую часть окружности он занимает. Чем больше угол, тем больше соответствующая дуга и сектор.

360°

— это полный круг,
от которого отсчитывают
все центральные углы.

Часть круга при разных центральных углах

30° 90° 180° 360°

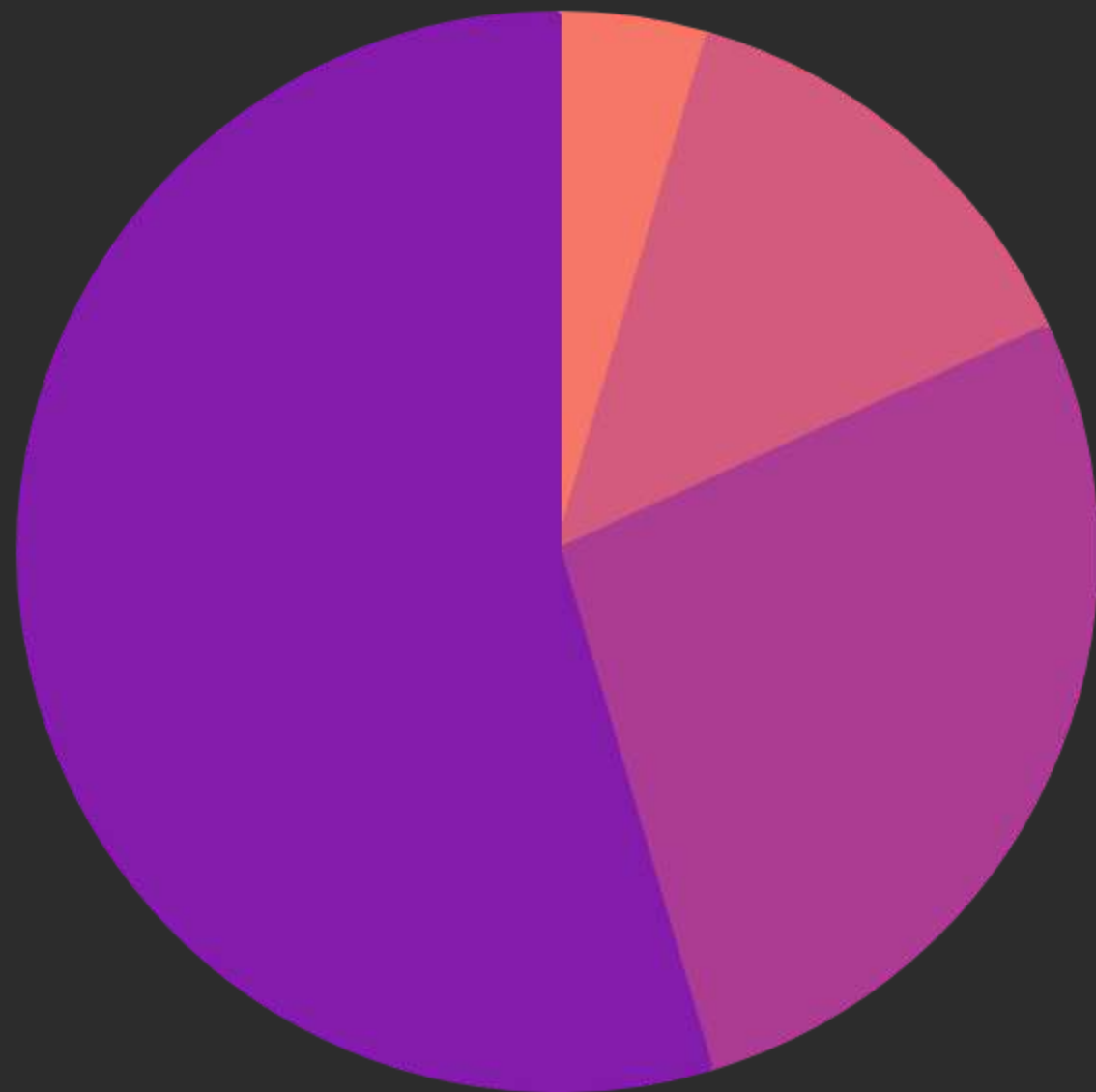


Диаграмма наглядно показывает, как растёт сектор при увеличении угла и почему полный круг соответствует всей окружности.

Чем больше центральный угол, тем большую долю круга занимает соответствующий сектор.

Построено по долям 30°, 90°, 180° и 360°

Как измеряют центральный угол

1. Совместить центр

Сначала совмещают центр транспортира с центром окружности. Это позволяет измерять именно центральный угол, а не любой другой угол на рисунке.

2. Выбрать радиус

Нулевую линию транспортира совмещают с одним из радиусов. Затем смотрят, где проходит второй радиус, и читают нужное значение.

3. Проверить результат

После измерения записывают ответ в градусах и при необходимости сравнивают его с дугой или сектором. В некоторых задачах помогает свойство равных дуг и равных центральных углов.



Пошаговый поиск центрального угла

Алгоритм помогает перейти от рисунка или условия к точному ответу в градусах.



Как связаны равные дуги и равные углы

Одна окружность

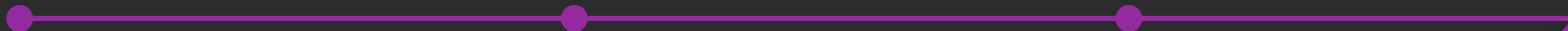
Рассматривают одну и ту же окружность и сравнивают дуги на её границе. Важно, чтобы обе дуги принадлежали одному и тому же кругу.

Одинаковая длина дуг

Если две дуги имеют одинаковую длину, они занимают равные части окружности. Это сразу указывает на равенство центральных углов, которые на них опираются.

Практический вывод

Такое свойство позволяет не измерять каждый элемент отдельно: достаточно узнать одну величину. В задачах это удобно для сравнения участков окружности и построений.



Сектор круга как часть, заданная центральным углом

1.

Границы сектора

Сектор образуют два радиуса и дуга между их концами. Именно эта замкнутая фигура показывает, какую часть круга выделяет центральный угол на чертеже.

2.

Зависимость от угла

Чем больше градусная мера центрального угла, тем шире сектор и тем большую часть круга он занимает. При одинаковом радиусе меняется только размер выбранного фрагмента.

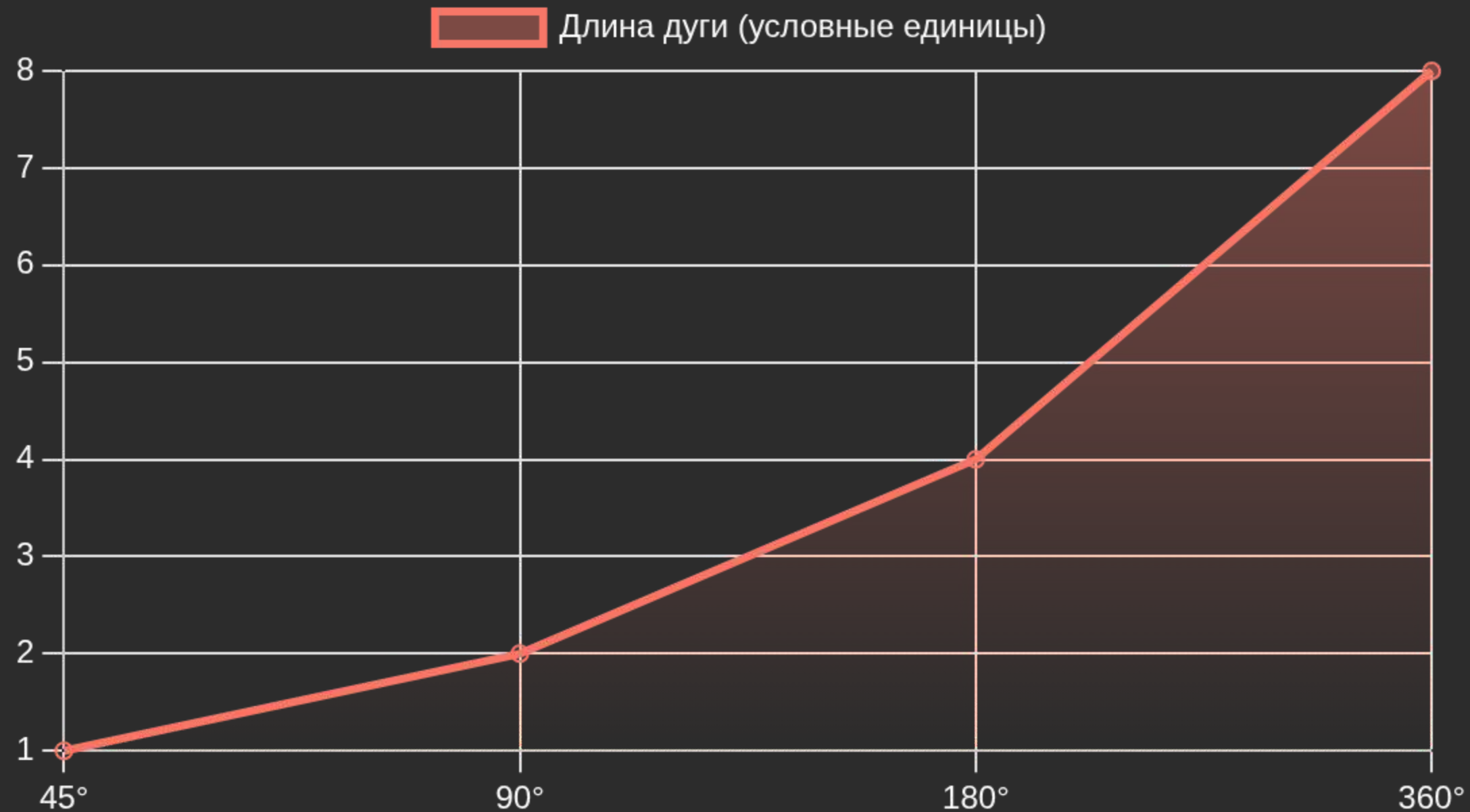
3.

Наглядное сравнение

Если показать несколько секторов одной окружности, легко увидеть связь между малым, средним и большим углом. Такая наглядность помогает быстрее понимать задачи на доли круга.



Связь градусной меры угла и длины дуги



Учебная геометрическая зависимость для окружности при постоянном радиусе; данные нормированы для наглядности.

При неизменном радиусе дуга растёт вместе с углом. На практике это означает, что для расчёта достаточно знать долю полного круга.

Зависимость прямо пропорциональна: увеличение угла вдвое даёт удвоение длины дуги. Это основа формул для окружности.

Формулы, связанные с центральным углом

1. Длина дуги

Для дуги используют формулу $l = 2\pi R \times \alpha/360^\circ$. Она показывает, какая доля всей окружности приходится на заданный центральный угол и как меняется результат при увеличении радиуса.

2. Площадь сектора

Площадь сектора находят по формуле $S = \pi R^2 \times \alpha/360^\circ$. Здесь центральный угол задаёт долю площади круга, поэтому при большем угле сектор становится заметно больше.

3. Предельный случай

Если $\alpha = 360^\circ$, формулы дают всю окружность и весь круг. Это удобно для проверки вычислений: результат должен соответствовать полному обороту и полной площади.

Примеры вычислений для радиуса 6 см

Угол	Доля круга	Дуга	Сектор
60°	1/6	2π см	6π см ²
90°	1/4	3π см	9π см ²
180°	1/2	6π см	18π см ²

Таблица показывает, как центральный угол влияет на долю круга, длину дуги и площадь сектора при одном и том же радиусе.

При росте угла увеличиваются и длина дуги, и площадь сектора. Доли круга позволяют быстро проверить правильность результата.

Расчёт по формулам $l = 2\pi R \times \alpha/360^\circ$ и $S = \pi R^2 \times \alpha/360^\circ$ при $R = 6$ см.

Где встречаются центральные углы



Циферблат часов

Стрелки часов образуют углы вокруг центра циферблата. По ним удобно показывать четверть, половину или полный оборот, а также сравнивать промежутки времени.



Колёса и диски

Спицы, отверстия и декоративные элементы колеса часто расположены по окружности. Центральные углы помогают описывать их равномерное размещение и симметрию.



Пицца и пирог

Кусок пиццы или пирога — хороший пример сектора круга. Чем больше центральный угол, тем больше доля блюда достаётся одному куску.



Круговые диаграммы

Диаграммы используют центральные углы, чтобы показать доли целого. Размер сектора сразу отражает, насколько велика часть данных по сравнению со всем набором.



Повороты и измерения

Полный оборот равен 360° , половина — 180° , четверть — 90° . Эти ориентиры помогают быстро оценивать повороты, направления и положение объектов на плоскости.

Типичные ошибки при работе с центральными углами

Неверная вершина

Иногда вершину угла отмечают не в центре окружности, а на её линии. Тогда угол уже не является центральным, и все дальнейшие выводы становятся неверными.

Путаница с хордой

Хорда соединяет две точки окружности, но не образует угол сама по себе. Центральный угол задают именно два радиуса, а дуга лежит между их концами.

Смешение величин

Градусная мера угла и длина дуги — это разные характеристики. Угол измеряют в градусах, а дугу — как часть окружности по длине.

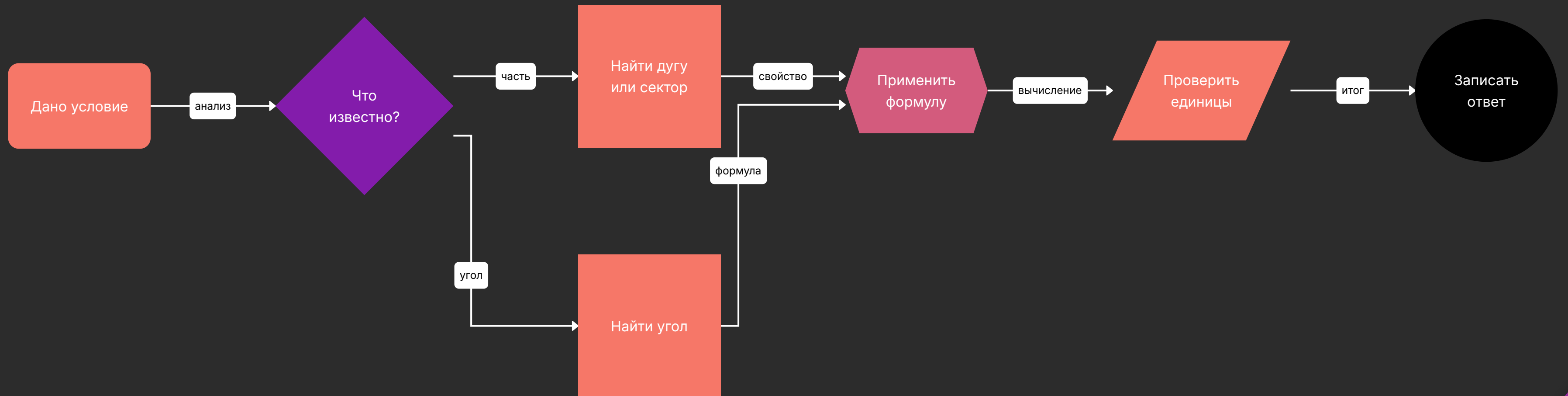
Слабая разметка схемы

Если на рисунке не выделить центр, радиусы и нужную дугу, легко перепутать элементы. Полезно использовать разные цвета или подписи для каждого объекта.

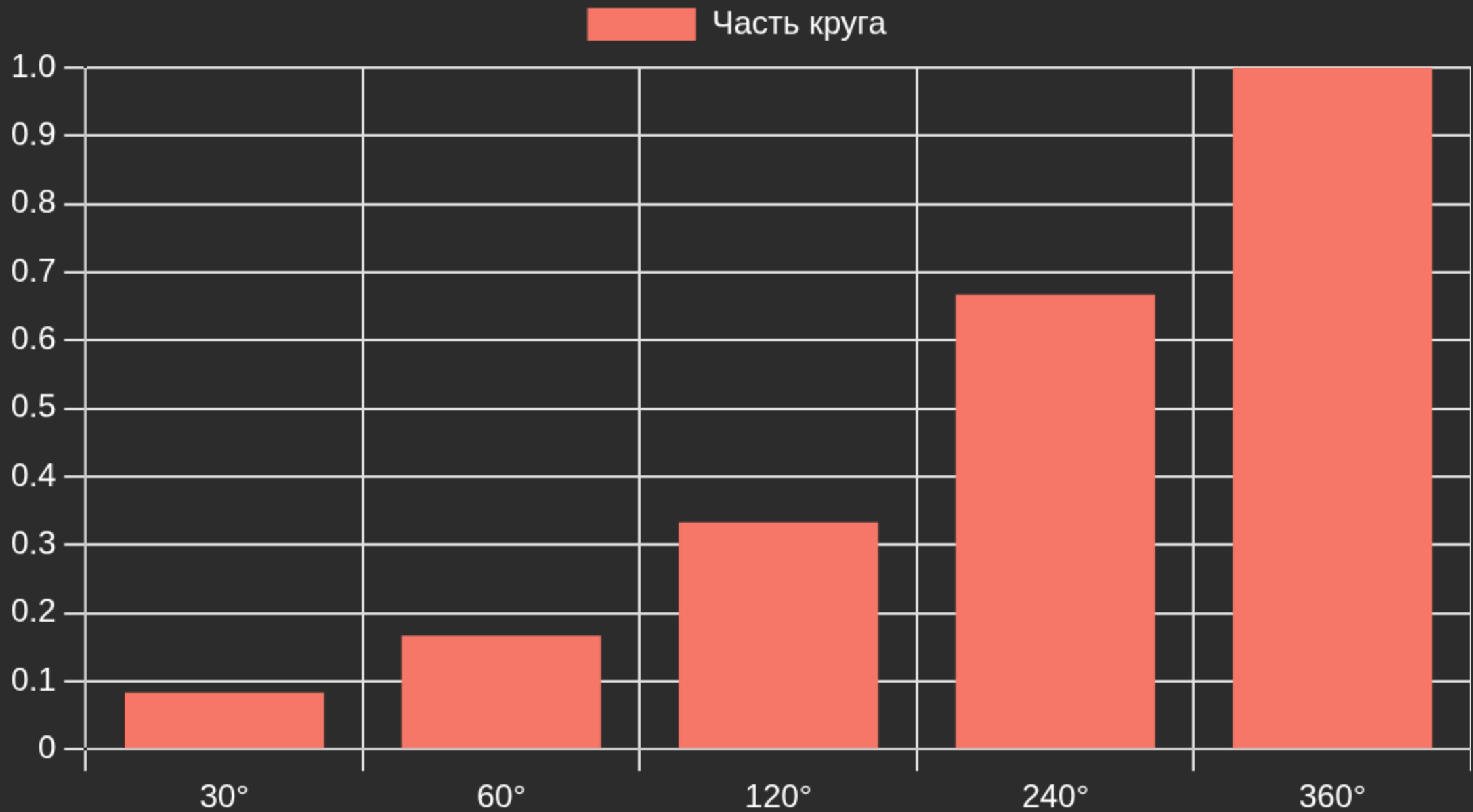


Пошаговое решение задач на центральные углы

Схема показывает общий порядок действий при работе с углом, дугой, сектором и долей круга.



Сравнение разных центральных углов



Нормированные доли полного круга: $30/360$, $60/360$, $120/360$, $240/360$, $360/360$.

Диаграмма показывает не только рост угла, но и увеличение доли круга. Это удобно для быстрой оценки без подробных вычислений.

Чем больше центральный угол, тем больше соответствующая часть круга. Значения растут последовательно и соответствуют долям полного оборота.

Главное о центральных углах

Центральный угол всегда строится из двух радиусов и вершины в центре окружности. Он помогает находить дуги, сектора и доли круга, а число 360° служит основой всех вычислений.