

Степень с натуральным показателем

Краткая запись повторяющегося умножения.

Зачем изучать степени в 7 классе

Степени помогают записывать числа короче, считать площади и объёмы, а ещё упрощают выражения. Эта тема связывает обычные вычисления с буквенными формулами и готовит к алгебре.



Что означает запись a^n

1 Основание

Основание — это число, которое повторяется в произведении. Именно его умножают само на себя, поэтому важно не путать основание с показателем.

2 Показатель

Показатель показывает, сколько раз основание входит в произведение. Чем он больше, тем больше одинаковых множителей нужно перемножить.

3 Как читать запись

Запись a^n читают как «а в степени n». Например, 3^2 означает $3 \cdot 3$, 4^3 — $4 \cdot 4 \cdot 4$, а 7^4 — четыре одинаковых множителя.

Степень как повторяющееся умножение



Одинаковые множители

Степень показывает не сумму, а именно умножение одинаковых чисел. В записи 2^4 число 2 повторяется четыре раза и образует одно произведение.



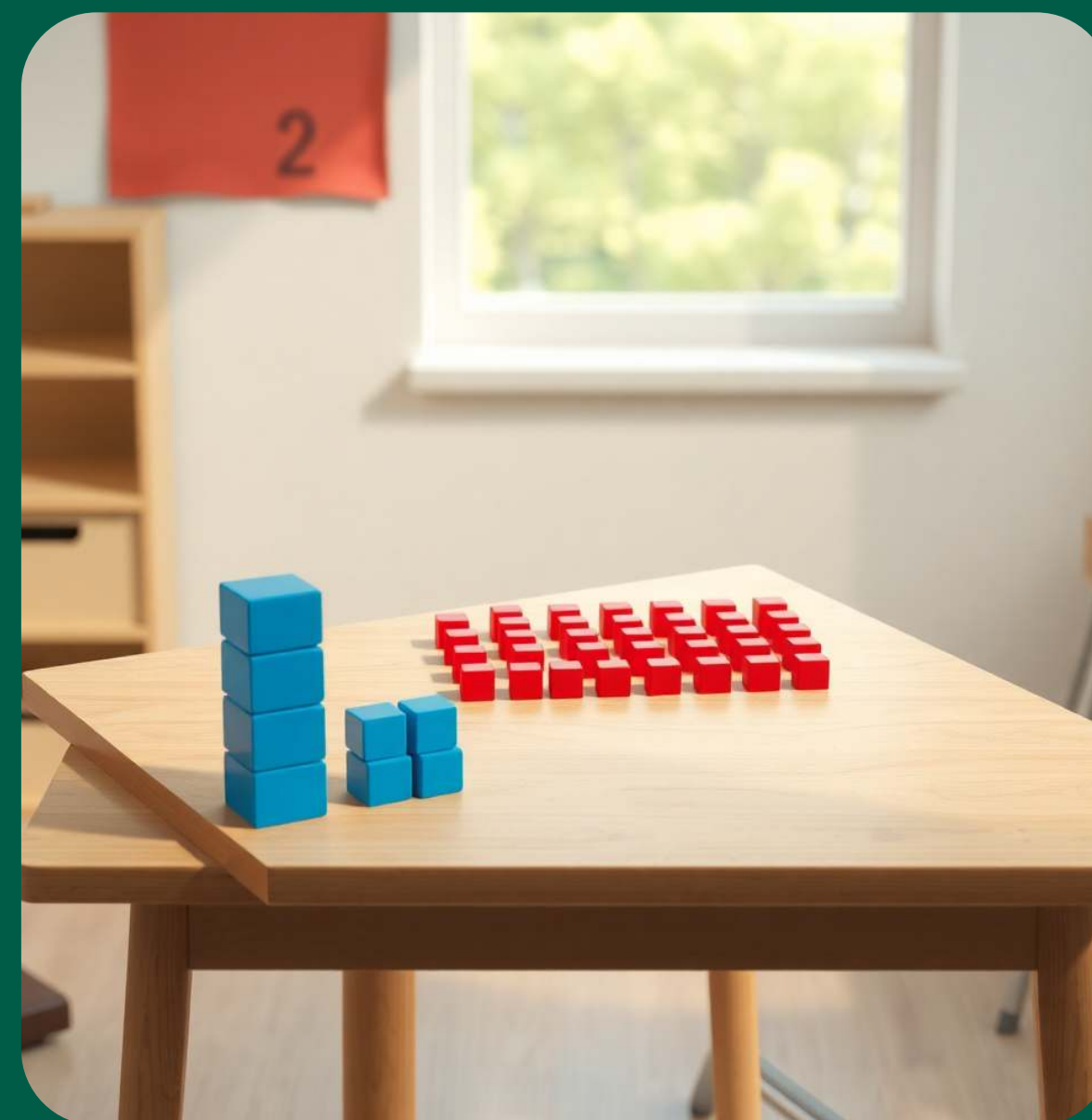
Польза записи

Степенная запись помогает быстрее считать и легче замечать закономерности. Она особенно полезна, когда одинаковых множителей становится много.



Примеры записи

Если записать 5^3 , это значит $5 \cdot 5 \cdot 5$. Такая форма короче и удобнее, чем каждый раз выписывать длинное произведение полностью.



Первые степени чисел 2, 3, 4 и 5

Число	1	2	3
2	2	4	8
3	3	9	27
4	4	16	64
5	5	25	125

При росте показателя значение увеличивается очень быстро, особенно у больших оснований.

Значения степеней по определению.

Вычисления по определению степени.



1

Любое число в этой степени равно самому себе.

Это удобно для проверки записей и сравнения степеней: $6^1 = 6$, $12^1 = 12$, $x^1 = x$.

Определение степени с натуральным показателем.

Как растёт степень числа 2

Каждый следующий результат получается умножением предыдущего на 2, поэтому рост идёт очень быстро.

Вычисления по определению: 2^1 – 2^6 .



Степенная зависимость растёт быстрее обычного прибавления одинаковых чисел.

Умножение степеней с одинаковым основанием

01

Главное правило

Если основания одинаковые, показатели складываются: $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$. Это правило удобно применять, когда нужно объединить несколько одинаковых множителей.

02

Почему это работает

При умножении степени просто дополняют друг друга одинаковыми множителями. Поэтому $2^3 \cdot 2^2$ можно записать как одно произведение 2^5 .

03

Примеры

Например, $5^2 \cdot 5^3 = 5^5 = 3125$. Такие задания становятся проще, если сначала распознать одинаковое основание, а затем сложить показатели.

Деление степеней с одинаковым основанием

1 Главное правило

Если основания одинаковые и деление возможно, показатели вычитаются: $a^m : a^n = a^{m-n}$. Здесь важно, чтобы показатель делимого был больше.

2 Смысл правила

При делении одинаковые множители сокращаются. Поэтому из $5^4 : 5^2$ остаётся 5^2 , а лишние одинаковые множители исчезают.

3 Примеры

По этому правилу $5^4 : 5^2 = 25$, а $2^6 : 2^3 = 2^3 = 8$. Оно помогает быстро упрощать выражения без лишних вычислений.

Алгоритм вычисления степени

Последовательность действий для чтения и вычисления степени с натуральным показателем.



Где встречаются степени в жизни и учёбе



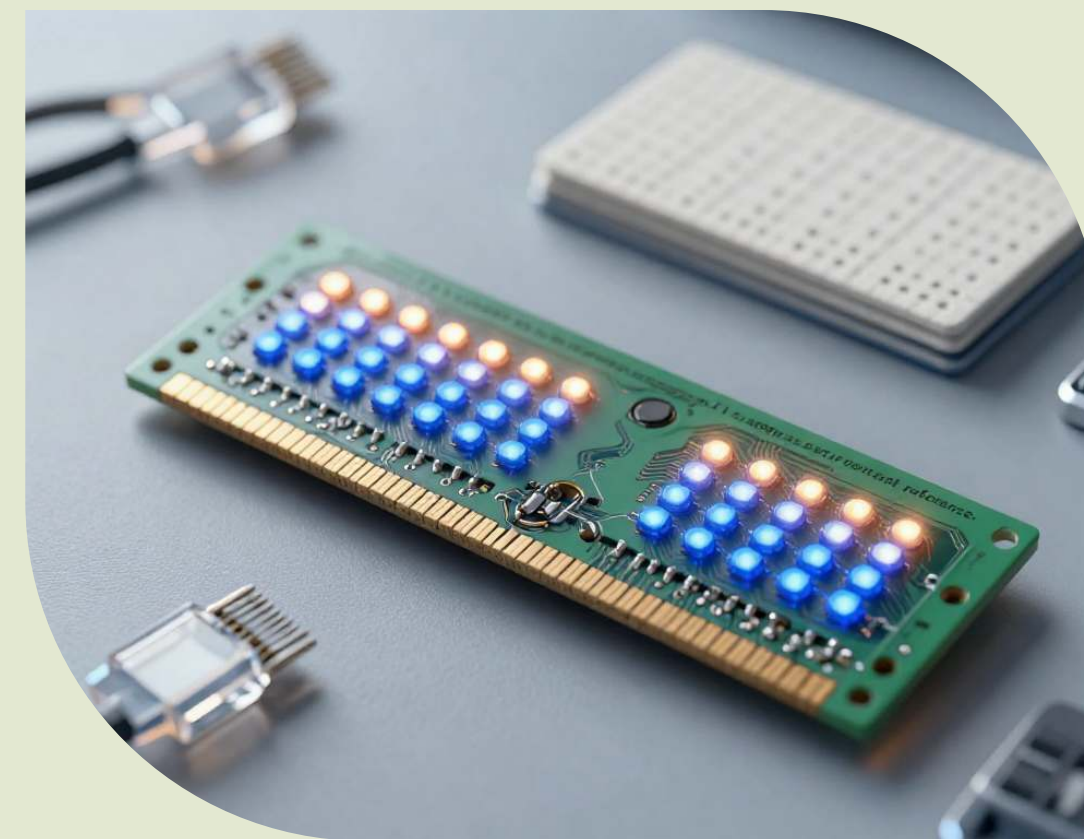
Большие числа без лишних нулей

Степени помогают записывать очень большие числа коротко и аккуратно. На тетрадном листе видно, как 10^3 превращается в 1000, а 10^6 — в 1 000 000. Такая запись экономит место и упрощает чтение.



Формулы для площади и объёма

В задачах по математике степень часто показывает размер фигуры. На схеме кубика видно, что сторона повторяется три раза, поэтому появляется куб числа. Калькулятор здесь помогает быстро проверить результат и избежать ошибки.



Информатика и вычисления

В информатике степени встречаются при работе с памятью, кодированием и двоичной записью. Например, $2^{10} = 1024$ удобно запоминается как важное опорное значение. Поэтому тема полезна не только в алгебре, но и в других предметах.

Типичные ошибки при работе со степенями



Неверное чтение записи

Ошибка появляется, когда 2^3 читают как $2 \cdot 3$. На самом деле нужно три одинаковых множителя: $2 \cdot 2 \cdot 2$. Важно сначала определить, что именно показывает показатель.



Сложение вместо степени

Некоторые ученики прибавляют основание и показатель, например получают $2+3$ вместо 2^3 . Это неверно, потому что степень означает умножение, а не сложение чисел.



Путаница между примерами

Легко перепутать 3^2 и 2^3 , если не смотреть на основание и показатель отдельно. Полезно проговаривать запись вслух и сразу раскрывать её в произведение.



Забыто число множителей

Показатель говорит, сколько раз число повторяется в произведении. Если этот смысл забыть, можно записать неправильное выражение и получить неверный ответ даже при верном вычислении.



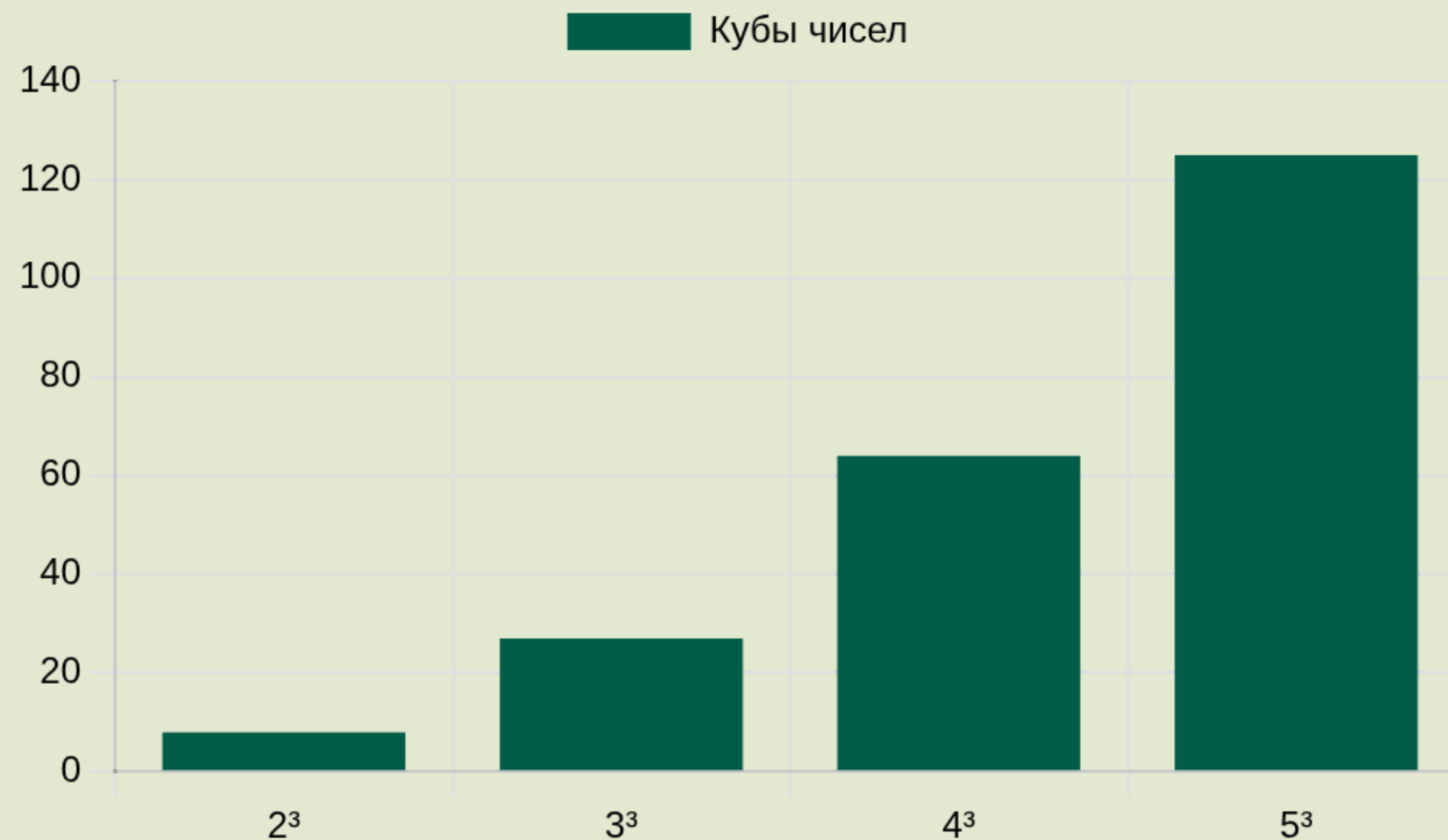
Неправильно для показателей

При сложении степеней показатели не складываются. Это правило работает только при умножении и делении степеней с одинаковым основанием, поэтому важно сначала выбрать нужное действие.

Сравнение значений степеней с разными основаниями

Даже небольшое увеличение основания заметно меняет результат. Это хорошо видно на примерах кубов соседних чисел и помогает быстрее оценивать порядок величины.

Вычисления по определению степени.



Чем больше основание, тем быстрее растёт значение степени. Разница между соседними кубами увеличивается, поэтому сравнение удобно выполнять по столбцам.

Квадраты и кубы чисел от 1 до 5

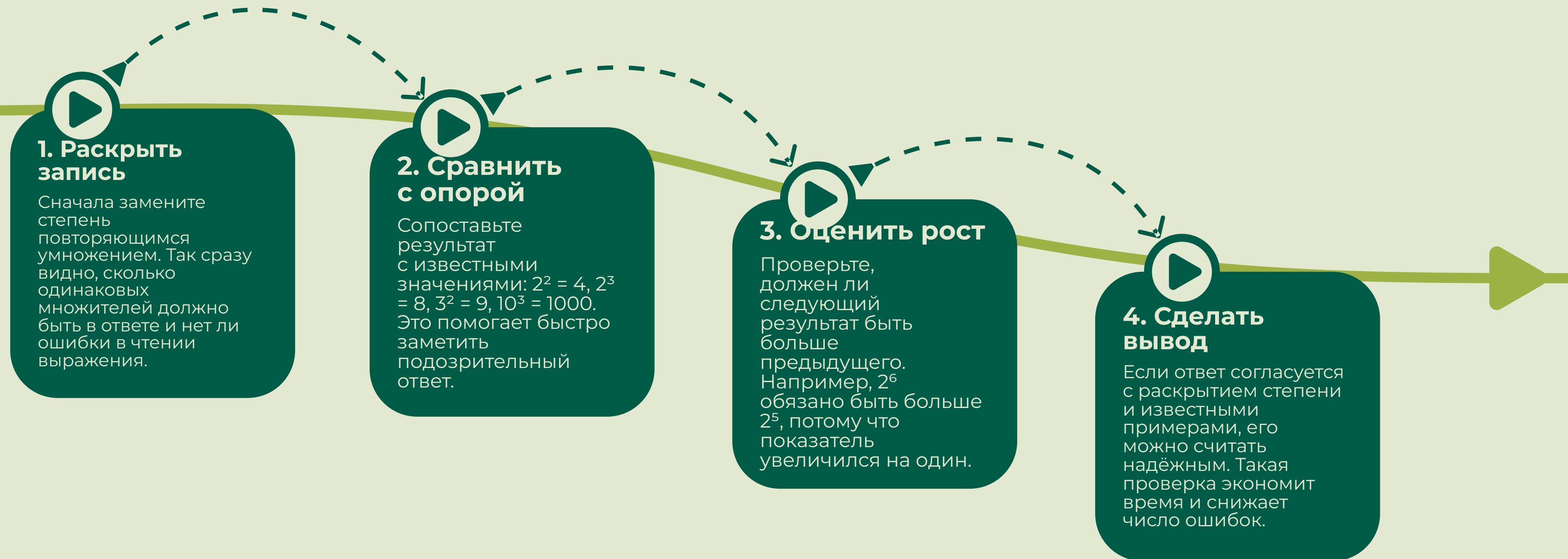
Таблица показывает, как меняются квадрат и куб одного числа.

Вычисления по определению степени.

Число	Квадрат	Куб
1	1	1
2	4	8
3	9	27
4	16	64
5	25	125

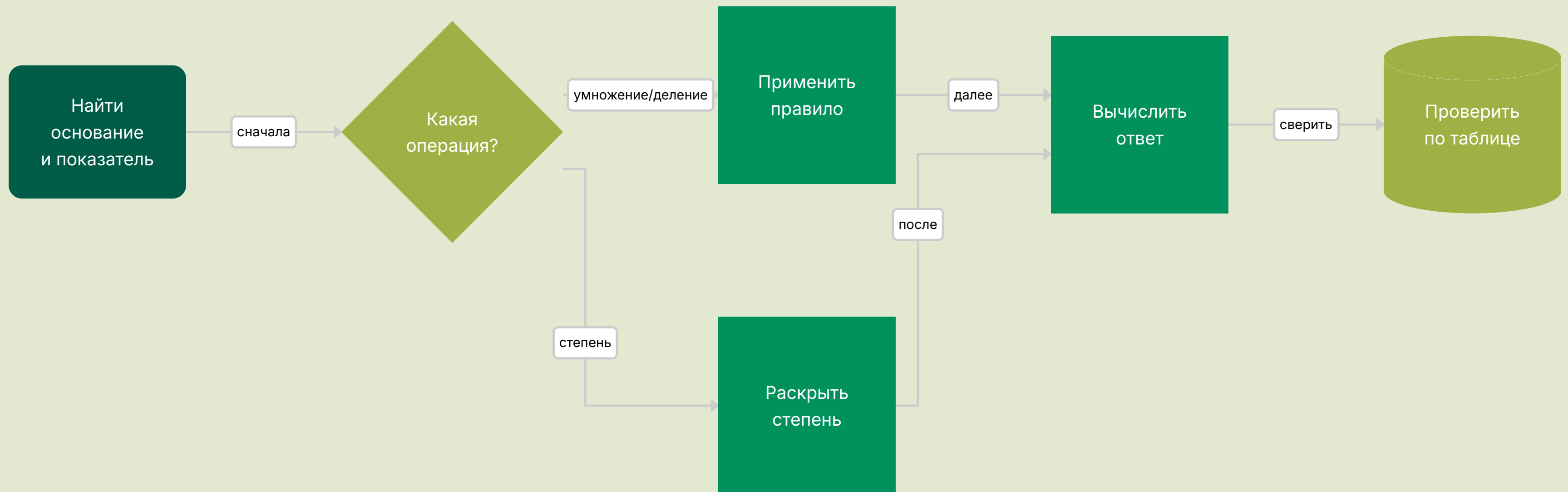
Квадраты растут медленнее кубов, а обе последовательности быстро увеличиваются. Это удобно использовать при проверке ответов и при работе с площадью и объёмом.

Как проверять ответ при вычислении степеней



Как решать примеры со степенями

Последовательность действий: от распознавания записи до проверки результата по опорным значениям.



Связь степени с площадью и объёмом

Квадрат и площадь

Если число возвести во вторую степень, получается площадь квадрата со стороной, равной этому числу. Поэтому $6^2 = 36$ удобно понимать как площадь фигуры со стороной 6.

Практический смысл

Такая связь помогает не просто считать, а понимать ответ. Когда ученик видит фигуру и её размеры, степень становится частью наглядной геометрической модели.

Куб и объём

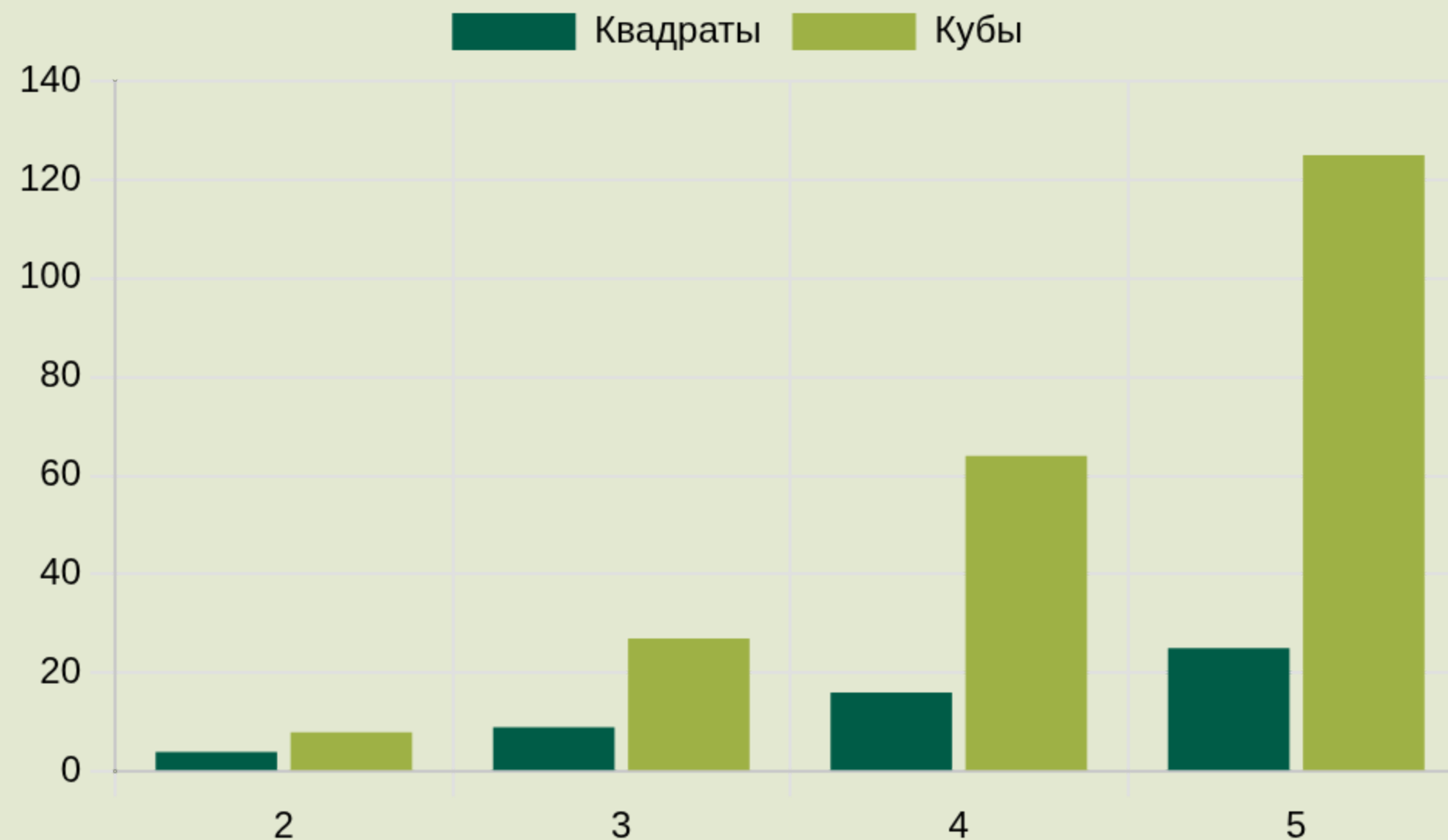
Третья степень связана с объёмом куба. Например, $3^3 = 27$ означает, что куб со стороной 3 содержит 27 единичных кубиков внутри.



Квадраты и кубы одного и того же числа

На графике сравниваются результаты для одних и тех же чисел, но разных показателей. Это позволяет увидеть разницу в скорости роста без лишних вычислений.

Вычисления по определению степени.



Кубы увеличиваются быстрее квадратов, поэтому при росте показателя значение возрастает заметно сильнее. График помогает это сравнение увидеть сразу.

Главные факты о степени с натуральным показателем



Смысл записи

Запись a^n означает, что число a умножают само на себя n раз. Это краткая и удобная форма записи повторяющегося умножения.



Правила действий

При умножении степеней с одинаковым основанием показатели складываются, а при делении — вычитаются. Эти правила основаны на объединении и сокращении одинаковых множителей.



Первая степень

Любое число в первой степени равно самому себе: $a^1 = a$. Эта запись помогает сравнивать степени и проверять, правильно ли прочитано выражение.



Опорные примеры

Полезно помнить значения $2^3 = 8$, $3^2 = 9$ и $10^3 = 1000$. Они помогают быстро проверять вычисления и решать задания по алгебре.



Степени: короткая запись, большие ВОЗМОЖНОСТИ

Степень с натуральным показателем делает вычисления короче и понятнее. Эта тема помогает читать формулы, работать с площадями и объёмами, а также уверенно решать задания в 7 классе.

