

Квадрат суммы и квадрат разности двух выражений

Осваиваем два тождества, которые помогают быстро раскрывать скобки и проверять ответы.



Почему эта тема важна в 7 классе

Эти формулы входят в базовую алгебру: они ускоряют вычисления, упрощают выражения и помогают избежать ошибок при решении задач и проверке результатов.

um B (e A)

(Differnce A A)

Что означает возведение в квадрат

■ Умножение на себя

Возвести выражение в квадрат — значит умножить его само на себя. Поэтому $(x+3)^2$ читается как $(x+3)(x+3)$, а не как удвоение суммы.

■ Три части результата

При раскрытии скобок всегда появляются квадрат первого слагаемого, удвоенное произведение двух слагаемых и квадрат второго слагаемого. Эта структура сохраняется для чисел и буквенных выражений.

■ Проверка на числах

Если подставить простые числа, видно, что формула работает так же, как обычное умножение. Это помогает лучше понять правило и быстрее заметить ошибку в вычислениях.

■ Основа для алгебры

Понимание квадрата выражения нужно для дальнейших тем: преобразования многочленов, решения уравнений и устного счёта. Это один из первых важных шаблонов в алгебре.

Геометрический смысл квадрата суммы

Квадрат со стороной $a+b$

Если сторона квадрата равна $a+b$, то его площадь выражается как $(a+b)^2$. Геометрическая модель показывает формулу не как правило наизусть, а как сумму частей фигуры.

Два маленьких квадрата

Внутри большой фигуры легко выделить два квадрата со сторонами a и b . Их площади дают слагаемые a^2 и b^2 , которые стоят по краям итоговой формулы.

Два прямоугольника

Оставшаяся часть состоит из двух одинаковых прямоугольников со сторонами a и b . Каждый из них имеет площадь ab , поэтому вместе они дают $2ab$.

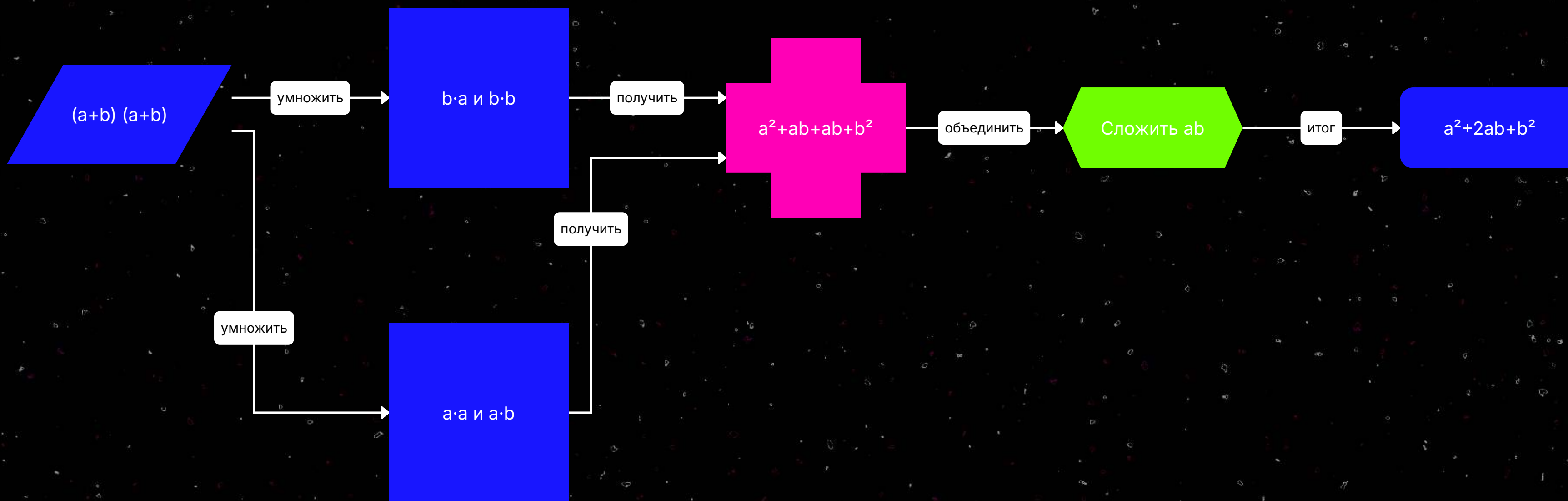
Почему появляется $2ab$

Именно разбиение квадрата объясняет средний член формулы. Он возникает не случайно: два одинаковых прямоугольника складываются, и поэтому в записи появляется удвоенное произведение.



Раскрытие квадрата суммы

Пошаговое применение распределительного свойства при умножении двух одинаковых скобок.

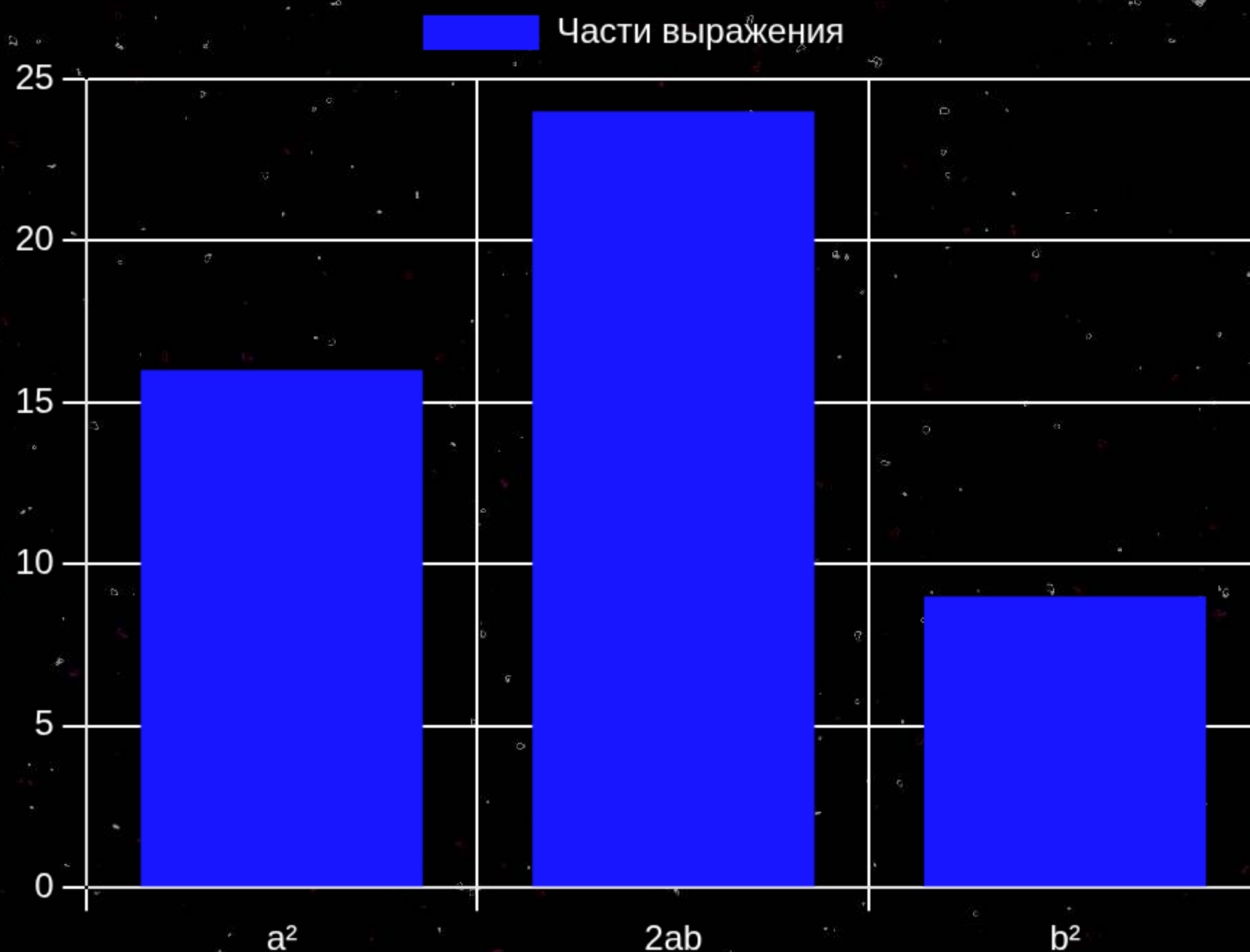


В середине формулы всегда
стоит удвоенное произведение
двух выражений — именно оно
отличает этот шаблон
от простого сложения квадратов.



удвоенное произведение стоит
в середине формулы и связывает
два крайних квадрата

Из чего состоит квадрат суммы на примере



При $a=4$ и $b=3$ три части выражения легко сравнить по величине. Видно, что средний член может быть самым заметным вкладом в результат.

Сумма отдельных частей точно даёт 49, значит формула совпадает с прямым вычислением.

Пример вычисления для $a=4$, $b=3$

Пример раскрытия скобок для квадрата суммы

1

Записываем формулу

Для выражения $(x+5)^2$ сначала раскрываем скобки по правилу квадрата суммы: получаем $x^2+10x+25$. Здесь крайние части — это квадраты слагаемых, а середина — удвоенное произведение.

2

Подставляем число

Если $x=7$, то исходное выражение равно $(7+5)^2=12^2=144$. Это прямой способ вычисления, который удобно использовать для проверки алгебраического преобразования.

3

Сравниваем результаты

По формуле получаем $7^2+2\cdot 7\cdot 5+5^2=49+70+25=144$. Совпадение двух способов показывает, что тождество записано верно и его можно применять без сомнений.

Геометрический смысл квадрата разности

■ Сторона $a-b$

Если сторона квадрата равна $a-b$, его площадь выражается как $(a-b)^2$. Геометрическая модель помогает увидеть, что разность тоже можно разложить на понятные части.

■ Большая фигура

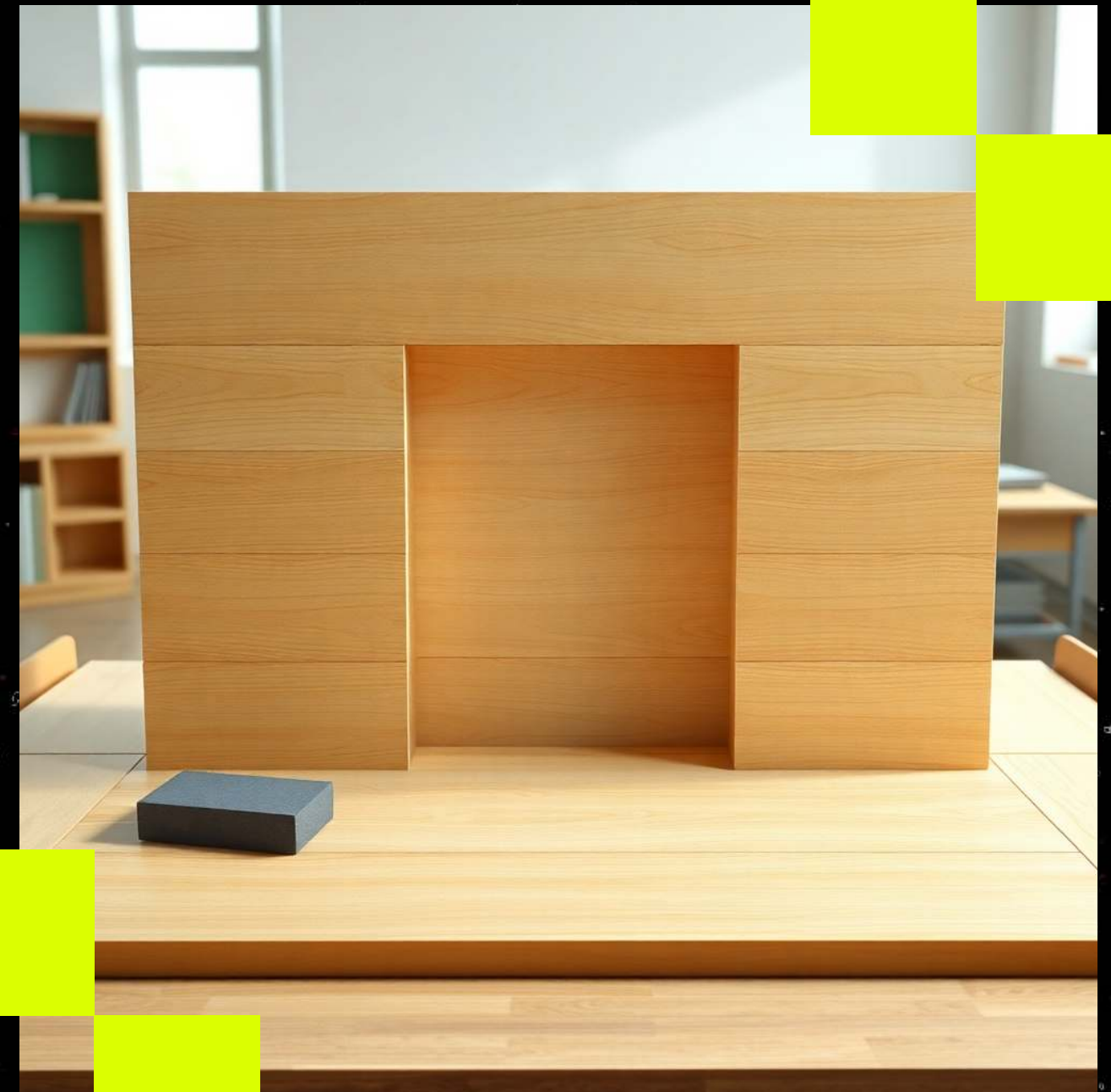
Такой квадрат удобно представить как часть более крупного квадрата со стороной a . Из него мысленно убирают две полосы ширины b , а затем учитывают общий маленький угол.

■ Отрицательный средний член

Два одинаковых прямоугольника дают вклад ab и при вычитании превращаются в $-2ab$. Поэтому в формуле середина меняет знак, а крайние квадраты остаются положительными.

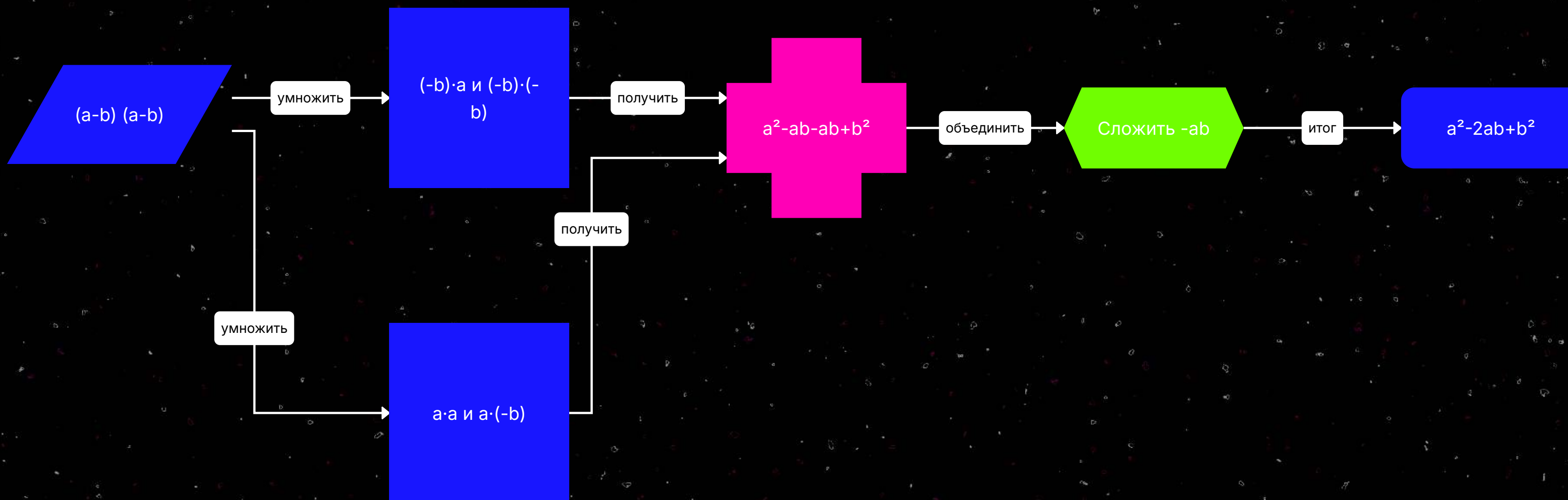
■ Почему формула верна

Сумма оставшихся частей площади приводит к записи $a^2 - 2ab + b^2$. Геометрический рисунок показывает, что знак минус возникает из вычитания одинаковых прямоугольников.



Раскрытие квадрата разности

Пошаговое применение распределительного свойства при умножении двух одинаковых скобок с минусом.



Формула квадрата разности

Запомнить структуру

Если в скобках стоит разность, результат всегда состоит из трёх частей: квадрат первого выражения, затем отрицательный средний член и снова квадрат второго выражения.

Почему знак меняется

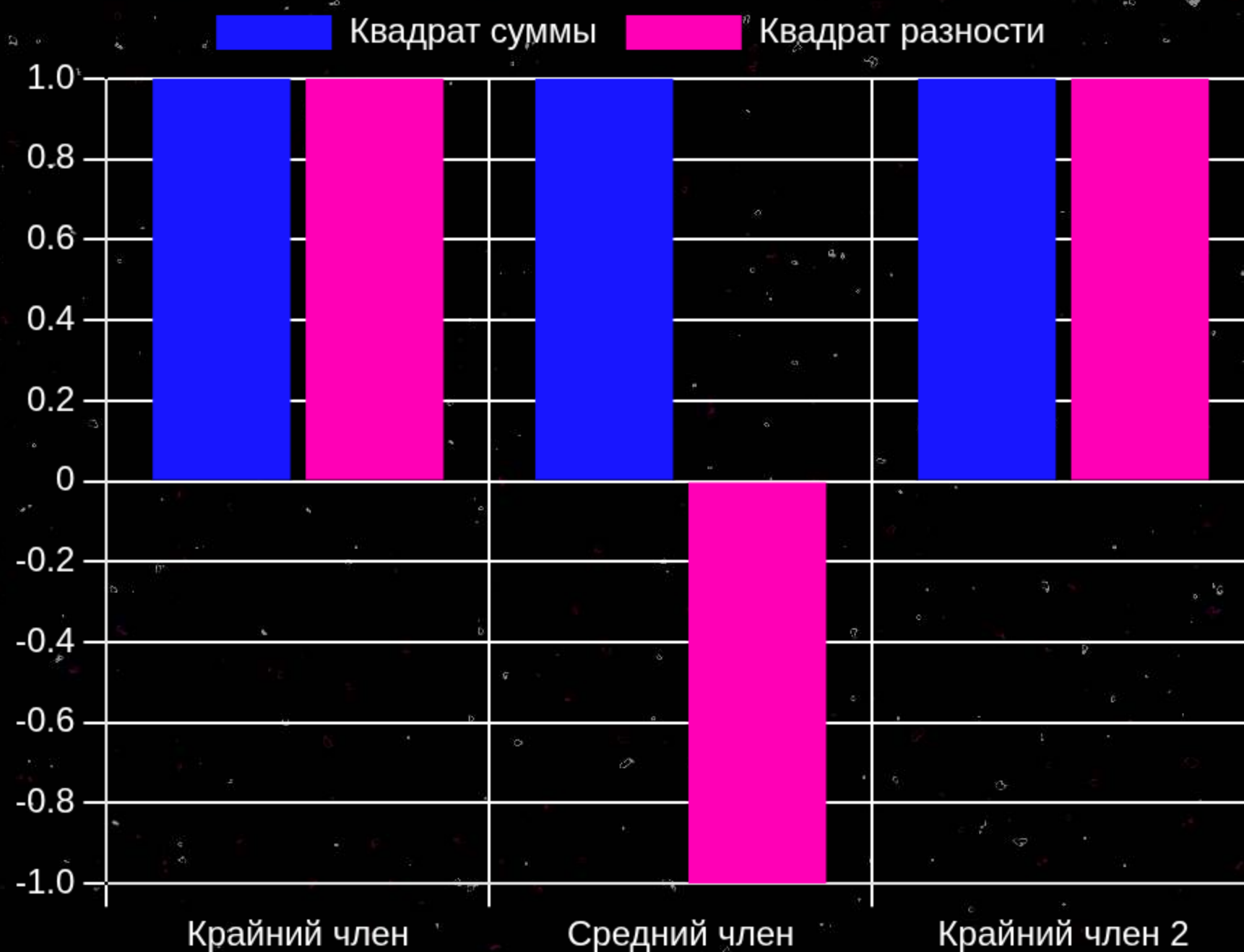
Минус появляется только у члена, содержащего произведение, потому что при раскрытии скобок возникают два одинаковых отрицательных слагаемых, которые объединяются в $-2ab$.

Что остаётся неизменным

Крайние слагаемые всегда положительны: это квадраты a^2 и b^2 . Поэтому ошибиться проще всего именно в середине, если не следить за знаком.



Чем отличаются две формулы



Обе формулы имеют одинаковую основу, но отличаются знаком перед средним членом, что позволяет быстро выбрать нужное тождество по записи в скобках.

Если в скобках плюс, средний член положительный; если минус, отрицательный. Остальная структура формул полностью совпадает.

Школьная алгебра, тема «Формулы сокращённого умножения»

Примеры по формулам сокращённого умножения

В таблице показано, как по шаблону быстро получать результат и проверять раскрытие скобок.

Во всех примерах крайние части возводятся в квадрат, а средний член получается как удвоенное произведение двух выражений.

Выражение	Формула	Результат
$(x+2)^2$	x^2+4x+4	x^2+4x+4
$(y-3)^2$	y^2-6y+9	y^2-6y+9
$(2a+b)^2$	$4a^2+4ab+b^2$	$4a^2+4ab+b^2$
$(m-5n)^2$	$m^2-10mn+25n^2$	$m^2-10mn+25n^2$

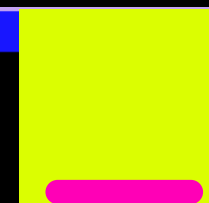
Примеры составлены по правилам раскрытия скобок

Типичные ошибки при раскрытии скобок



Пропущен средний член

Иногда записывают только a^2 и b^2 , забывая про $2ab$ или $-2ab$. Из-за этого ответ становится неполным и не совпадает с правильным тождеством.



Потерян знак минус

В квадрате разности легко ошибиться и написать положительный средний член. Проверка знака в исходных скобках помогает сразу заметить такую неточность.



Удвоено не то слагаемое

Нередко учащиеся удваивают только одно число, а не произведение двух выражений. Нужно помнить: средний член всегда связан именно с ab .



Проверка подстановкой

Если подставить простые числа, ошибка быстро становится заметной. Такой способ особенно полезен, когда нужно убедиться в правильности раскрытия скобок.

Формула помогает считать числа рядом с круглыми значениями: достаточно заменить выражение на удобную разность или сумму.

Пример по формуле $(100+1)^2$


$$101^2 = 10201$$

так быстро находится с помощью формулы квадрата суммы без калькулятора.

Проверка формул на конкретных числах

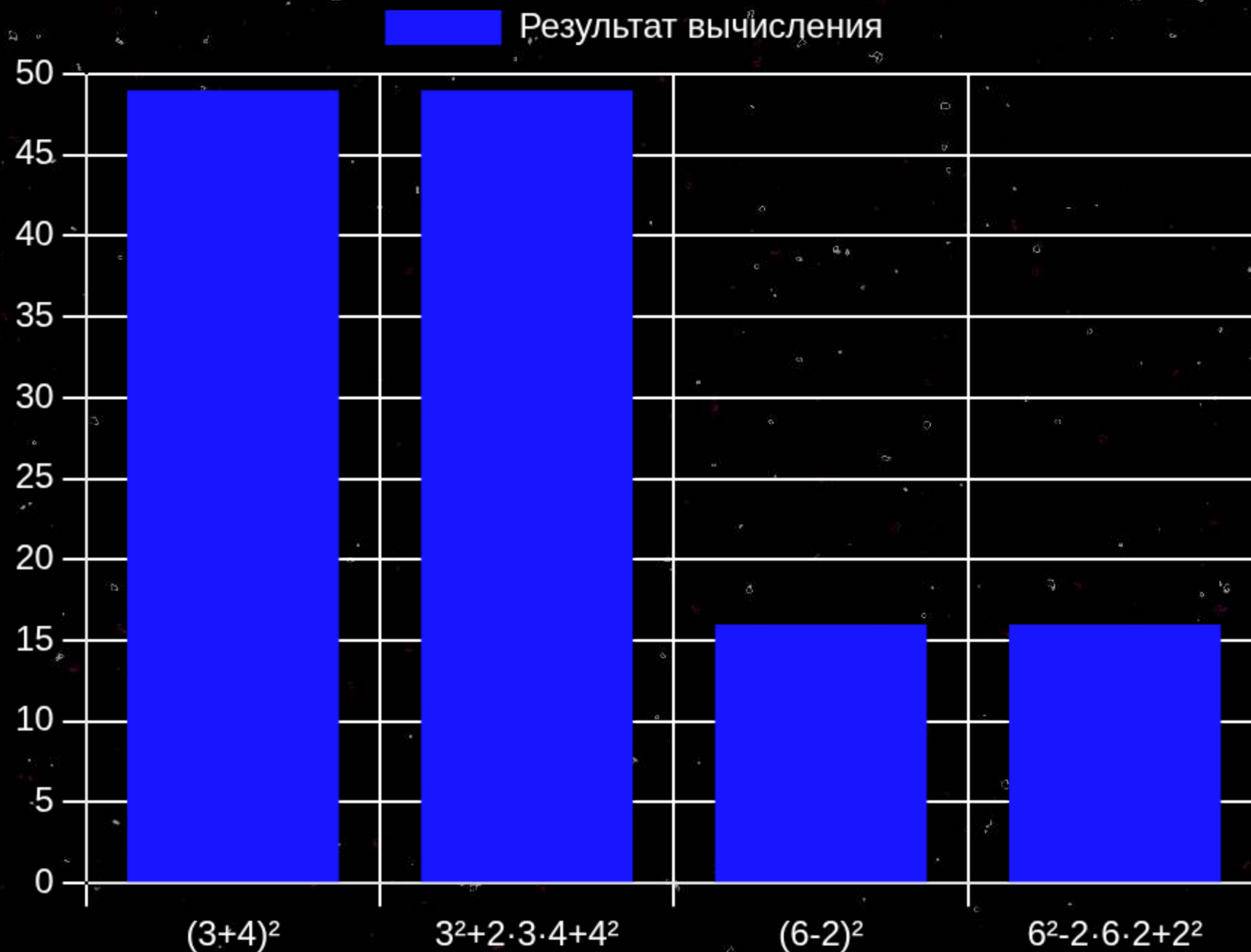


Диаграмма показывает, что прямое вычисление и вычисление по формуле дают одинаковый результат в каждом примере.

Совпадение значений подтверждает, что формулы являются тождествами и работают при любых допустимых числах.

Числовые проверки по формулам квадрата суммы и квадрата разности

Как распознать нужную формулу в выражении



Сумма в скобках — один шаблон

Когда между выражениями стоит плюс, сразу подходит формула квадрата суммы. В ответе должны появиться два квадрата по краям и положительный средний член, который равен удвоенному произведению.



Разность в скобках — другой знак

Если в скобках есть минус, используется квадрат разности. Здесь структура остаётся той же, но средний член становится отрицательным, поэтому важно внимательно смотреть на исходную запись.

Сравнение двух формул в одном взгляде

Вид	Формула	Знак	Пример
$(a+b)^2$	$a^2+2ab+b^2$	плюс	$(x+3)^2$
$(a-b)^2$	$a^2-2ab+b^2$	минус	$(y-4)^2$

Таблица помогает увидеть общий шаблон и быстро заметить единственное различие между формулами.

Во всех случаях сохраняются одинаковые крайние члены, а знак среднего члена зависит только от знака между выражениями в скобках.

Где применяются эти формулы



Упрощение выражений

Формулы помогают быстро раскрывать скобки и приводить многочлены к более удобному виду без длинных вычислений.



Решение уравнений

При преобразовании левой или правой части уравнения можно сразу заменить квадрат суммы или разности на готовую форму.



Проверка ответа

Если результат кажется сомнительным, подстановка простых чисел позволяет проверить, верно ли раскрыты скобки и не потерян ли знак.



Быстрый счёт

При вычислениях около круглых чисел формулы экономят время и помогают обходиться без калькулятора, особенно в устных заданиях.

Главные выводы по теме

Квадрат суммы и квадрат разности — это два удобных тождества, которые строятся по одному шаблону и помогают быстро считать, упрощать выражения и проверять решения в 7 классе.