

Признак подобия треугольников по двум углам

Одинаковая форма бывает у фигур разных размеров.

Зачем нужен признак подобия

Подобие помогает сравнивать одинаковые по форме треугольники, даже если они разных размеров. Этот приём используют в чертежах, картах и измерениях, когда нужно быстро сделать вывод по углам.

Подобие: одинаковая форма, разный размер

Одна форма

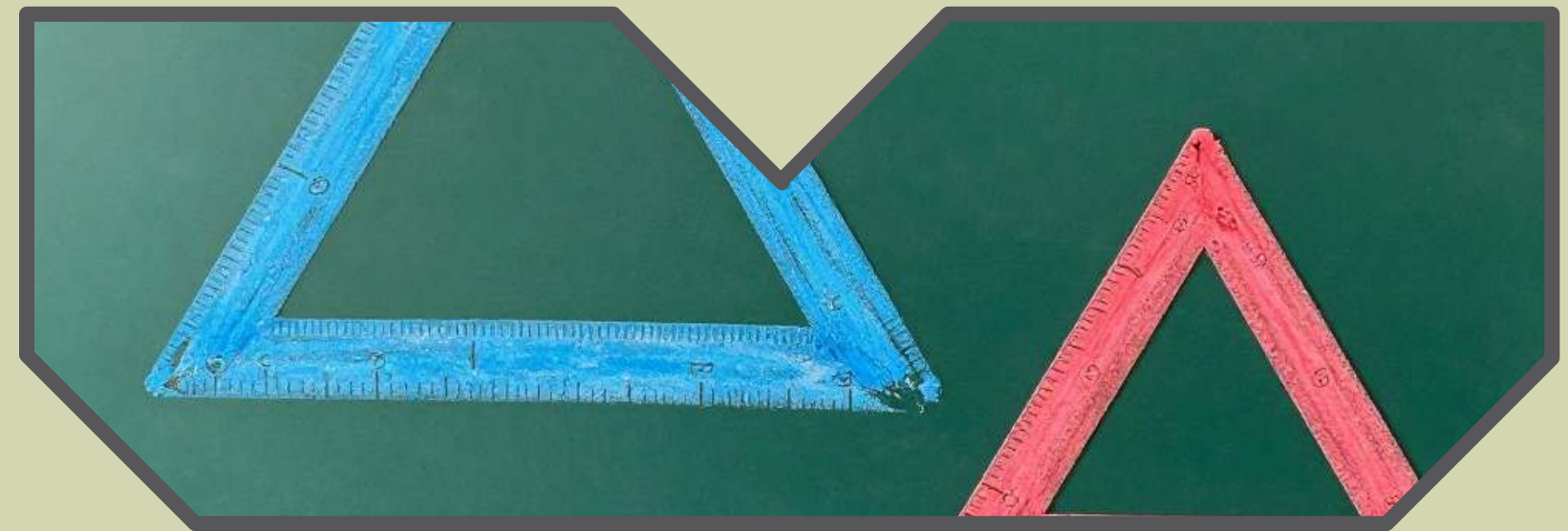
Два треугольника могут выглядеть по-разному из-за масштаба, но сохранять одну и ту же форму. Именно равные углы позволяют увидеть это сходство.

Что видно на чертеже

На рисунке удобно сравнивать треугольники рядом: так сразу видно, что одинаковые углы задают форму, а стороны отвечают за масштаб.

Разные размеры

Если фигуры подобны, длины сторон не обязаны совпадать. Они могут быть больше или меньше, но всегда сохраняют одинаковые отношения между собой.



Равные углы и отличие подобия от равенства

1 Что значит равные углы

Равные углы имеют одинаковую градусную меру. Если два угла совпадают, можно говорить лишь о равенстве этих углов, а не о равенстве целых треугольников.

2 Что даёт подобие

У подобных треугольников соответствующие углы равны, а стороны пропорциональны. Это значит, что форма сохраняется, хотя размеры могут быть разными.

3 Чем отличается равенство

Равенство треугольников требует ещё и равенства всех соответствующих сторон. Поэтому каждый равный треугольник подобен, но не каждый подобный — равен.

4 Почему это важно

Подобие — более слабое отношение, чем равенство. Оно удобно именно тогда, когда важна форма, а не точный размер фигуры.

Как читать обозначения треугольников

1 Порядок важен

При записи треугольников порядок вершин нужно сохранять точно. Если первая вершина соответствует первой, то и остальные должны идти в том же порядке.

2 Связь вершин

Когда $\triangle A$ соответствует $\triangle P$ и $\triangle B$ соответствует $\triangle Q$, третьи вершины тоже должны совпасть: $C \leftrightarrow R$. Иначе запись подобия будет неверной.

3 Как избежать ошибки

Ошибки в порядке букв ломают соответствие сторон и углов. Поэтому сначала определяют пары вершин, а уже потом записывают стороны и отношения.

Определение подобия треугольников

1 Равные углы

Треугольники называются подобными, если их соответствующие углы попарно равны. Именно углы задают одинаковую форму фигур.

3 Чтение записи

Запись $\triangle ABC \sim \triangle PQR$ означает соответствие вершин $A \leftrightarrow P$, $B \leftrightarrow Q$, $C \leftrightarrow R$. По этой записи легко читать пары углов и сторон.



2 Пропорциональные стороны

Ещё одно условие подобия — пропорциональность соответствующих сторон. Это значит, что все стороны изменяются в одном и том же масштабе.

4 Коэффициент подобия

Коэффициент подобия показывает, во сколько раз одна фигура больше другой. Его находят по отношению соответствующих сторон.

Признак подобия по двум углам

1 Две пары углов

Если в двух треугольниках равны две пары углов, этого достаточно для вывода о подобии. Проверять все стороны уже не нужно.

2 Третий угол

Третья пара углов совпадает автоматически, потому что сумма углов треугольника всегда равна 180° . Значит, треугольники имеют один и тот же набор углов.

3 Готовый вывод

После этого можно сразу записывать подобие и переходить к сторонам. Именно поэтому признак по двум углам так удобен в задачах.

Почему одинаковые углы дают подобие

Одна и та же форма

Одинаковые углы означают, что форма треугольников совпадает полностью. Изменяется только размер, как у одной и той же фигуры, увеличенной или уменьшенной.

Удобство в задачах

Этот признак особенно полезен, если длины сторон неизвестны. Тогда достаточно заметить равные углы, чтобы сделать вывод о подобии и продолжить решение.

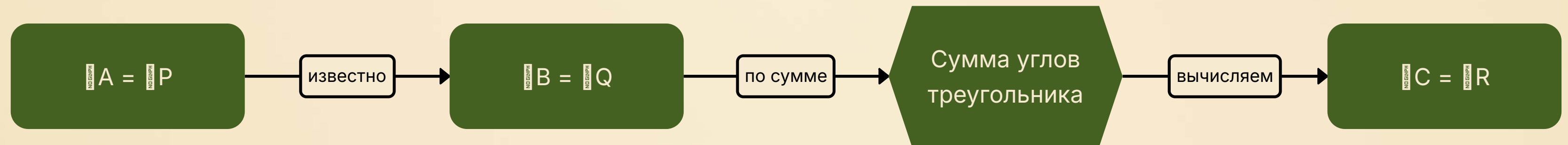
Одинаковый масштаб

Когда форма сохраняется, соответствующие стороны ведут себя одинаково: все они увеличиваются или уменьшаются в одном масштабе. Поэтому отношения сторон остаются постоянными.



Шаг 1 доказательства: третий угол

Из двух равных углов находим третий с помощью суммы 180° .



Шаг 2 доказательства: совпадение вершин

1 Исходные углы

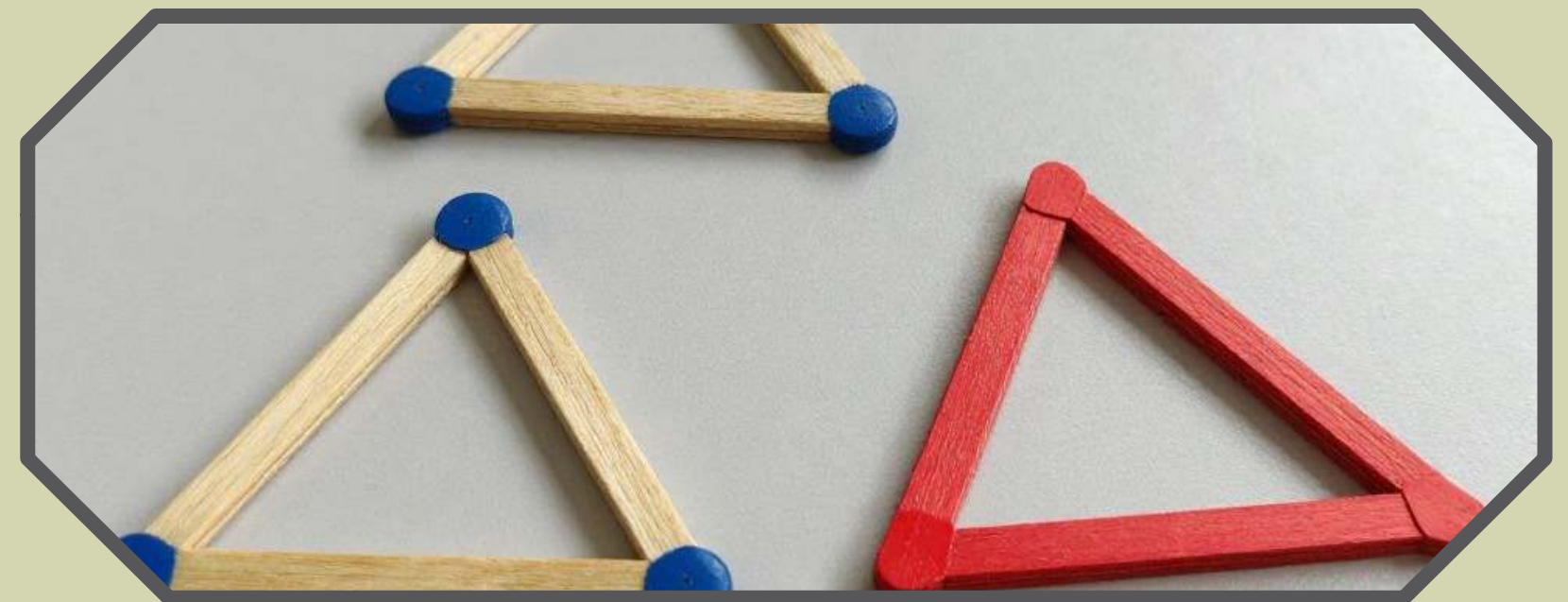
Сначала отмечаем две равные пары углов. Это исходные данные, без которых дальнейшее доказательство начать нельзя.

2 Третий угол

Затем находим третьи углы через сумму 180° . Так у каждого треугольника появляется третья равная пара.

3 Соответствие вершин

После этого записываем соответствие вершин: $A \leftrightarrow P$, $B \leftrightarrow Q$, $C \leftrightarrow R$. Теперь можно переходить к подобию и сторонам.



Шаг 3 доказательства: почему стороны пропорциональны

1 Совместить углы

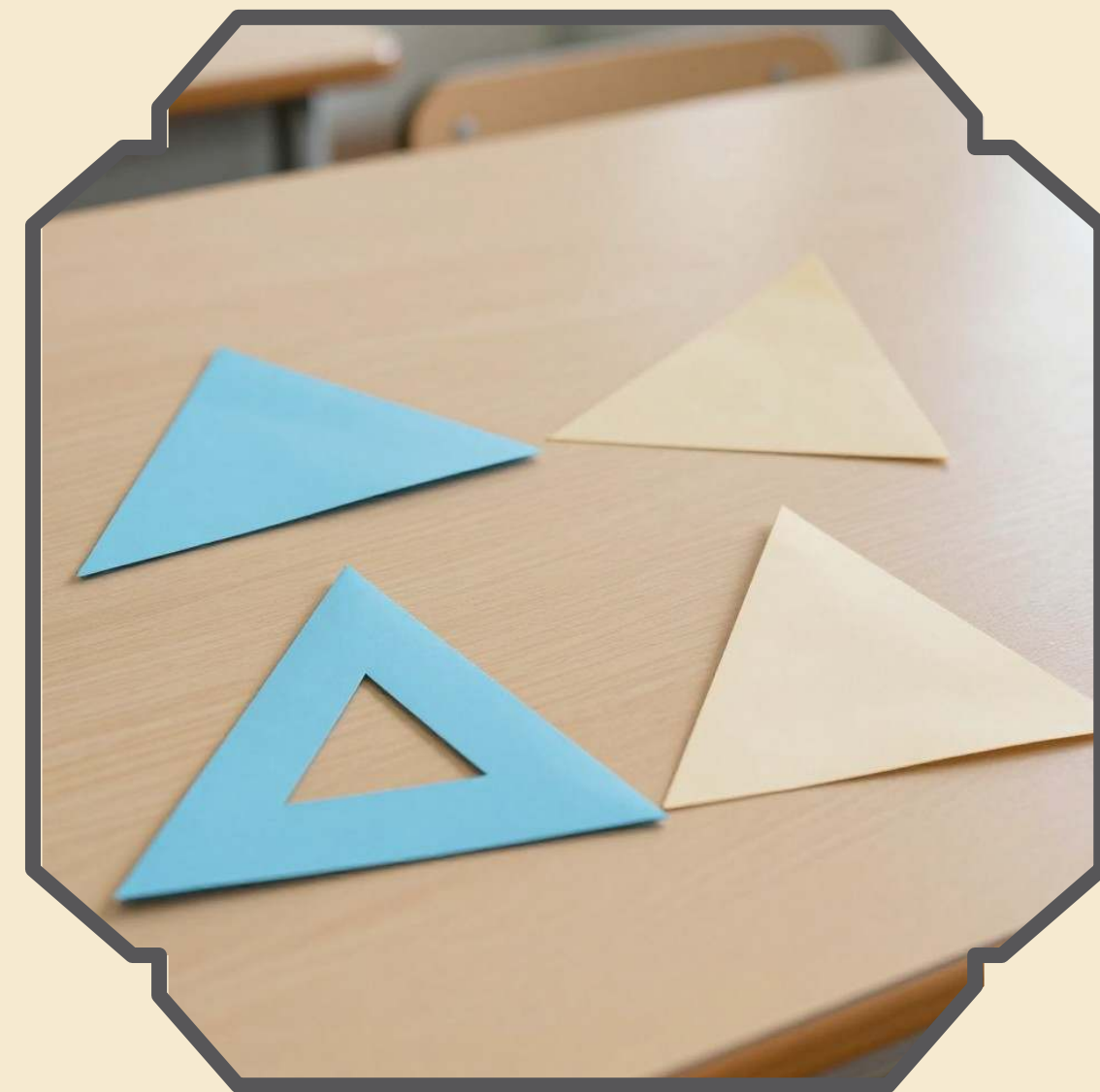
Если совместить один треугольник с другим так, чтобы равные углы совпали, то стороны окажутся направлены одинаково. Тогда можно сравнивать их длины через отношение соответствующих сторон.

2 Параллельные стороны

При таком построении одна пара сторон лежит на одних и тех же лучах, а другая идет параллельно им. Это позволяет увидеть, что масштаб фигур различается, но форма сохраняется.

3 Вывод о пропорции

Из равенства углов следует одинаковое направление сторон, а значит, постоянное отношение всех соответствующих отрезков. Именно поэтому доказательство признака завершается выводом о пропорциональности сторон.



Типовые ошибки в записи соответствия

Порядок вершин

Нужно сразу фиксировать, какая вершина соответствует какой. Если перепутать порядок букв, то правильное равенство углов превратится в неверную запись сторон и вся дальнейшая рассуждение собьется.

Точные пары

Нельзя ограничиваться фразой «два угла равны». В доказательстве обязательно указывают конкретные пары: например, $\sphericalangle A = \sphericalangle P$ и $\sphericalangle B = \sphericalangle Q$. Иначе непонятно, какие вершины должны совпадать.

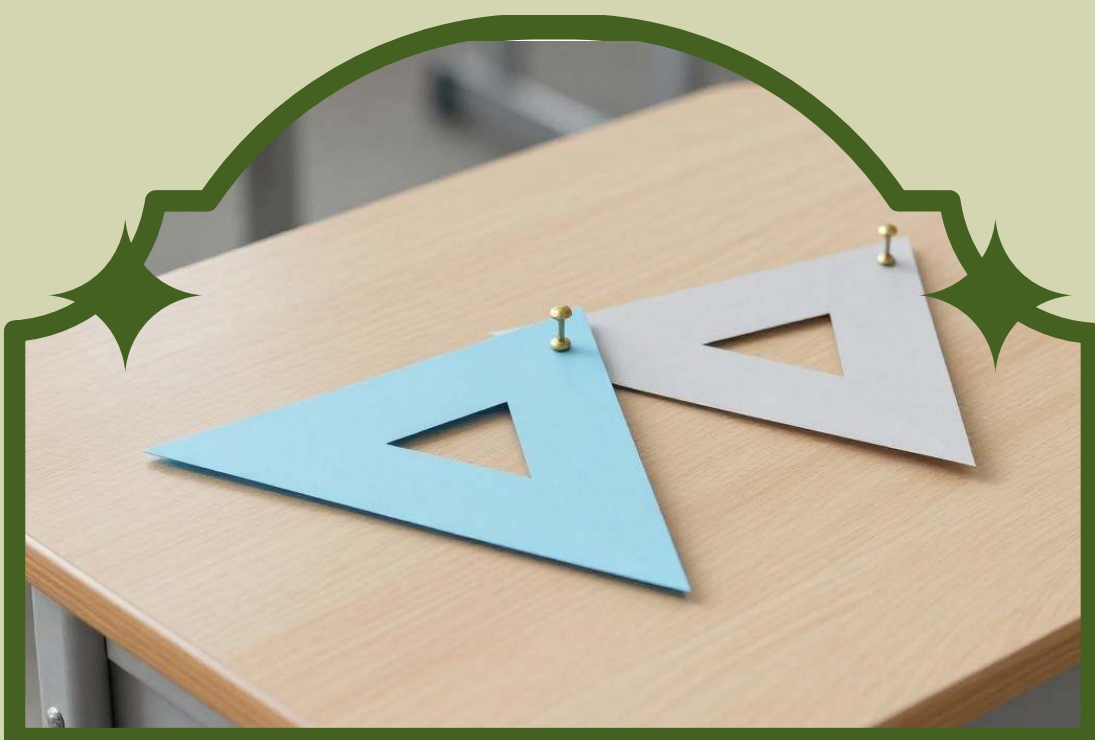
Проверка третьего угла

Третью пару углов нельзя угадывать наугад. Ее находят через сумму углов треугольника, и только после этого записывают полное соответствие вершин и сторон.

Верные стороны

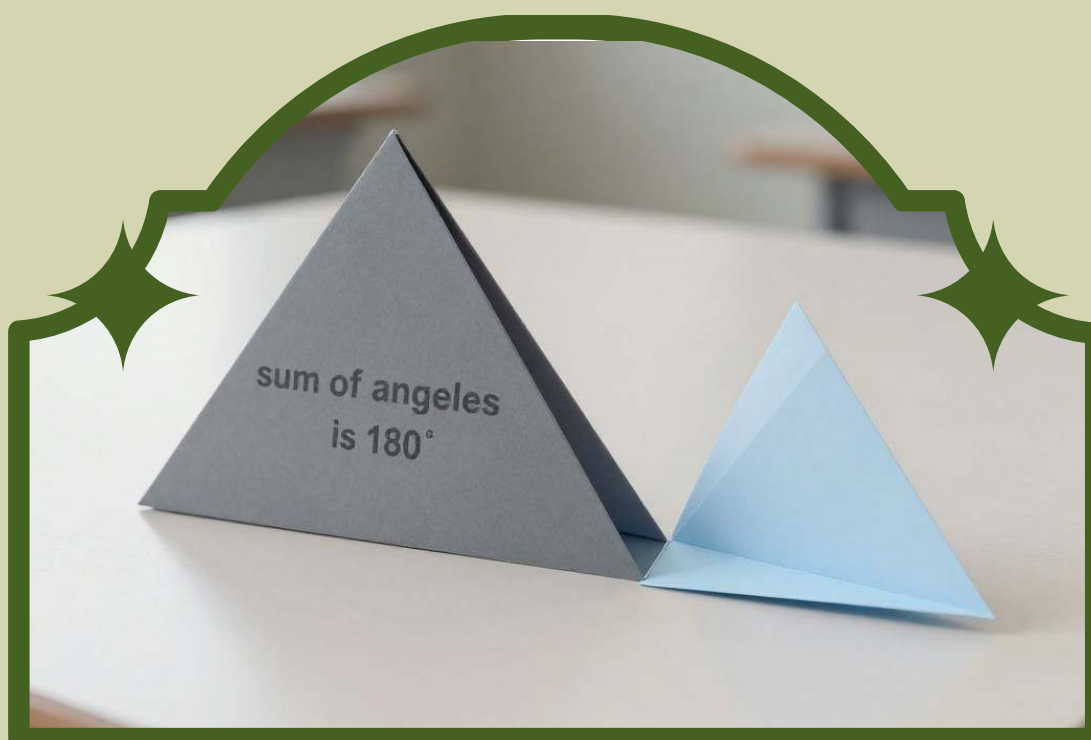
Пропорцию нужно составлять только из соответствующих сторон. Если взять не те отрезки, получится красивое, но неверное равенство, которое не подтверждает подобие.

Разбор доказательства на простом примере



Даны две пары углов

В условии даны две пары равных углов: $\sphericalangle A = \sphericalangle P$ и $\sphericalangle B = \sphericalangle Q$. Значит, можно сразу искать третьи углы, чтобы проверить полное совпадение набора углов в двух треугольниках.



Находим третьи углы

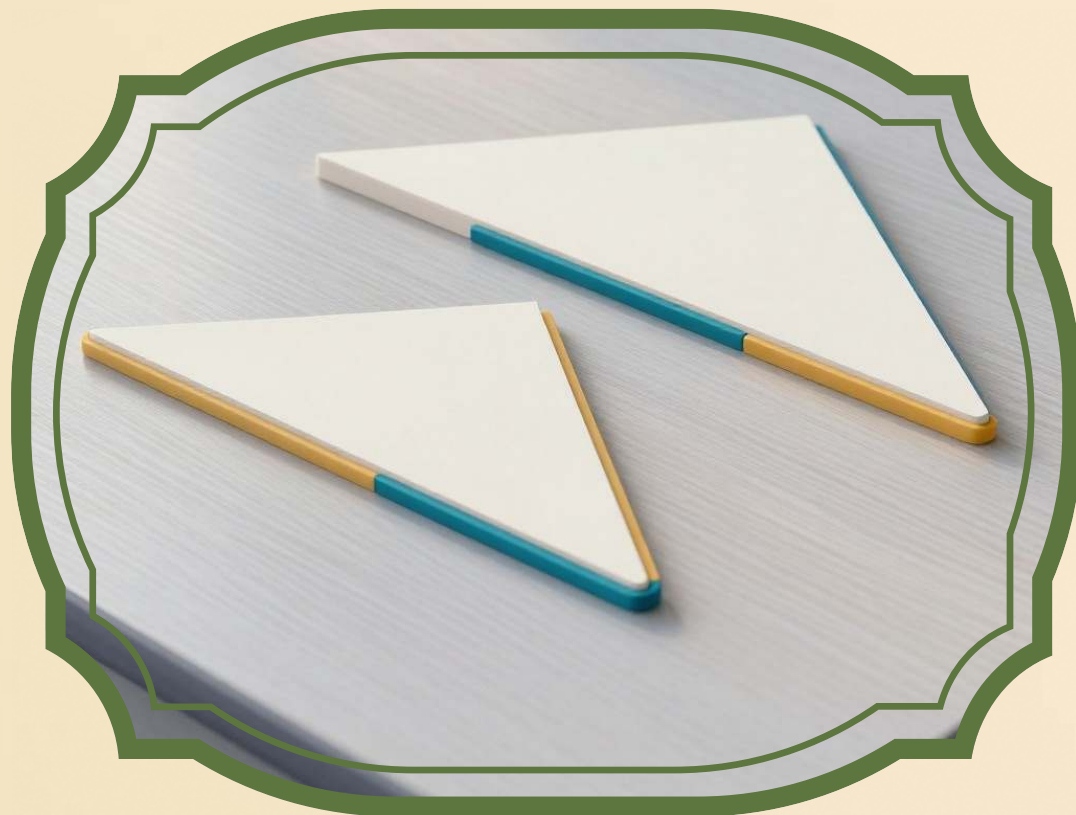
Сумма углов треугольника равна 180° . Поэтому $\sphericalangle C$ и $\sphericalangle R$ оказываются равными как оставшиеся углы, а после этого треугольники можно признать подобными по двум углам.



Итоговое соответствие

Записываем итог: $\triangle ABC \sim \triangle PQR$. При этом соответствуют вершины $A \leftrightarrow P$, $B \leftrightarrow Q$, $C \leftrightarrow R$, а стороны идут в том же порядке: $AB \leftrightarrow PQ$, $BC \leftrightarrow QR$, $AC \leftrightarrow PR$.

Разбор вычисления по коэффициенту



Находим масштаб

После установления подобия можно использовать известную пару сторон, чтобы найти коэффициент подобия. Например, если одна сторона равна 6, а соответствующая ей 9, то отношение сразу показывает масштаб изменения.



Считаем длину

Когда коэффициент k найден, неизвестную сторону получают делением или умножением. Так одна длина превращается в другую без дополнительных построений, только по паре соответствующих отрезков.



Почему это удобно

Этот прием удобен в чертежах и задачах с недоступными измерениями. Достаточно знать хотя бы одну пару сторон, чтобы восстановить остальные по пропорции.

Как найти неизвестный угол



Сумма углов

Если известны два угла, третий находят как 180° минус их сумма. После этого в подобном треугольнике можно сразу отыскать соответствующий угол по уже известной паре.



Прямой расчет

Например, если два угла равны 40° и 70° , то третий равен 70° . В подобном треугольнике такой же угол будет стоять напротив соответствующей вершины.



Быстрый поиск

Этот способ особенно полезен, когда нужно быстро заполнить пропущенное значение в чертеже. Достаточно увидеть равные углы и правильно сопоставить вершины.

Как выбирать соответствующие вершины и стороны

1 Отметить углы

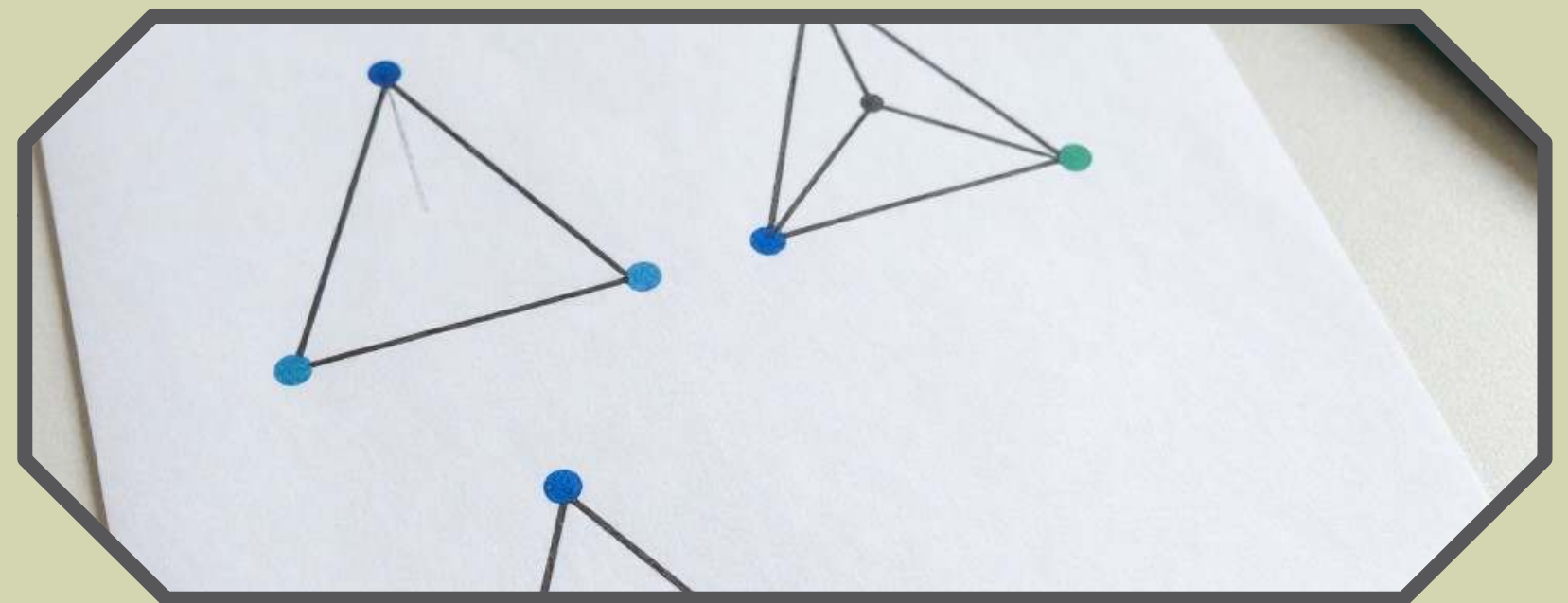
Сначала внимательно отмечают все равные углы на рисунке: дугами, одинаковыми значками или по параллельным линиям. Это помогает увидеть, какие вершины уже связаны между собой.

2 Записать вершины

Затем выписывают соответствие вершин в одном порядке, не меняя его в середине записи. Если A соответствует P , то B и C тоже должны идти по своей паре.

3 Сравнить стороны

После этого читают стороны в том же порядке: AB с PQ , BC с QR , AC с PR . Такая последовательность защищает от путаницы и делает доказательство аккуратным.



Проверка признака по трем мини-задачам

Задание	Вывод
1	$\triangle ABC$ $\triangle PQR$
2	$\triangle MNO$ $\triangle XYZ$
3	$\triangle KLS$ $\triangle RST$

В каждом задании нужно определить, достаточно ли двух равных углов для вывода о подобии, и затем правильно назвать соответствующие вершины.

Во всех трех случаях достаточно признака по двум углам: совпадающие пары углов сразу задают подобие.

Задания по теме «Признак подобия треугольников по двум углам»

Практика с коэффициентом подобия

В этих задачах важно сначала установить коэффициент подобия по соответствующим сторонам, а затем использовать его для нахождения неизвестной длины.

Если известны соответствующие стороны, коэффициент подобия находится по их отношению, а затем помогает восстановить неизвестный отрезок.

Задания по теме «Коэффициент подобия»

Дано	Что найти
6 и 9	k
8 и 12	сторону

Частые ошибки и как их избежать

● Неверный порядок

Путаница с порядком вершин меняет все соответствия. Чтобы не ошибиться, нужно каждый раз проверять, какая вершина стоит напротив какой, прежде чем писать стороны и углы.

● Не забывать третий угол

Нельзя пропускать проверку третьего угла. Даже если он не задан в условии, его легко найти, и именно он завершает доказательство подобия.

● Аккуратные пометки

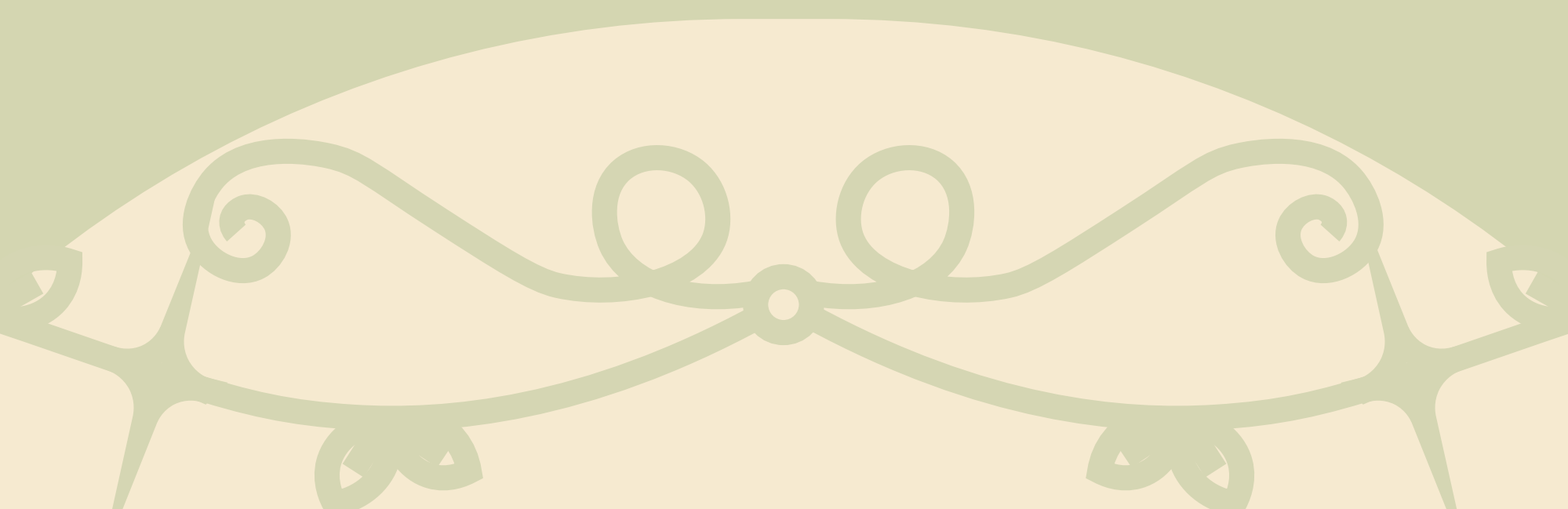
На рисунке полезно одинаково отмечать пары углов и вершин. Тогда соответствие видно сразу, а доказательство получается короче и аккуратнее.

● Мало одного угла

Одна равная пара углов еще не доказывает подобие. Для вывода обязательно нужны две пары, а третья уже определяется автоматически по сумме углов треугольника.

● Верная пропорция

Пропорцию составляют только из соответствующих сторон. Если перепутать отрезки, получится неверное отношение, и ответ не будет подтверждать теорему.

A decorative vine graphic with leaves and circular motifs, rendered in a light green color, arching over the title.

Главная идея

Запомните главное: два равных угла в двух треугольниках уже дают подобие. Дальше важно правильно сопоставить вершины и использовать это соответствие для решения задач.