

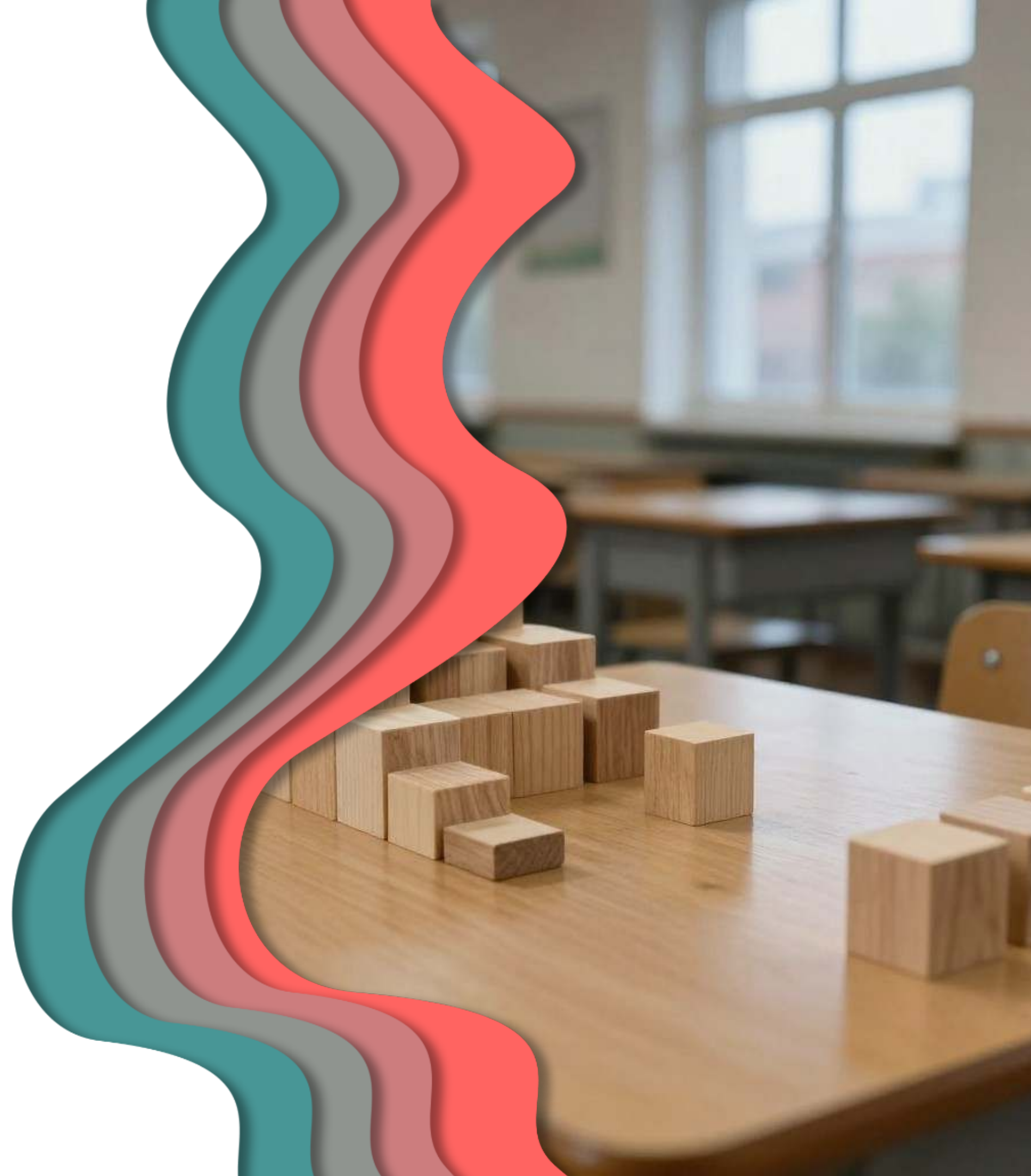
Степень с нулевым и целым отрицательным показателем

Как нулевой и отрицательный показатель
меняют запись и значение степени.

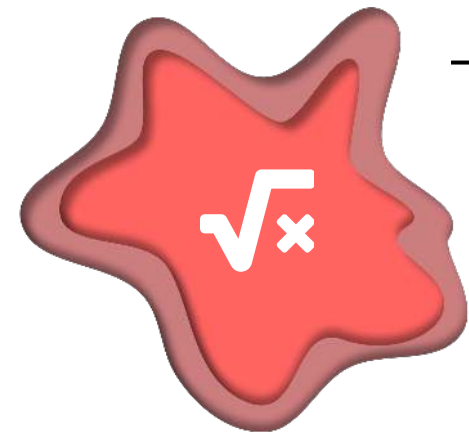


Зачем нужны нулевой и отрицательный показатели

Эти правила помогают продолжить свойства степеней, упростить вычисления и понять, почему одинаковые основания могут давать целые числа, дроби и удобную запись очень больших и очень маленьких величин.

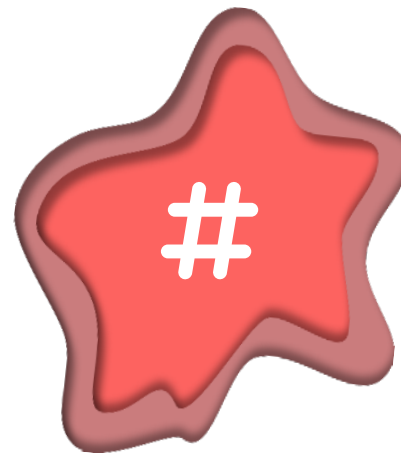


Из чего состоит степень



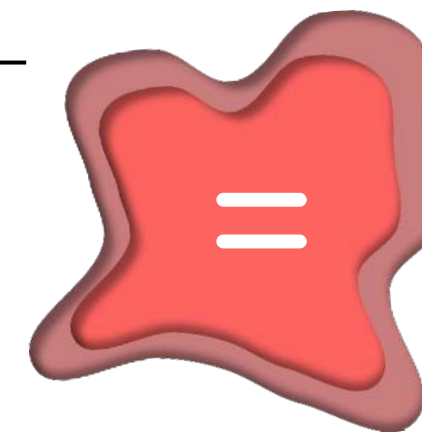
Основание

Основание — это число или выражение, которое повторяется в произведении. Именно оно задаёт, какое значение будет многократно умножаться само на себя при вычислении степени.



Показатель

Показатель показывает, сколько одинаковых множителей входит в запись. Он говорит не о размере числа, а о количестве повторений основания в произведении.



Значение степени

Значение степени — это результат вычисления всего выражения. Например, 2^3 , 5^2 и 10^4 имеют разные основания и показатели, но каждое даёт своё конкретное число.

Почему нулевой показатель не связан с нулём в основании

Только ненулевое основание

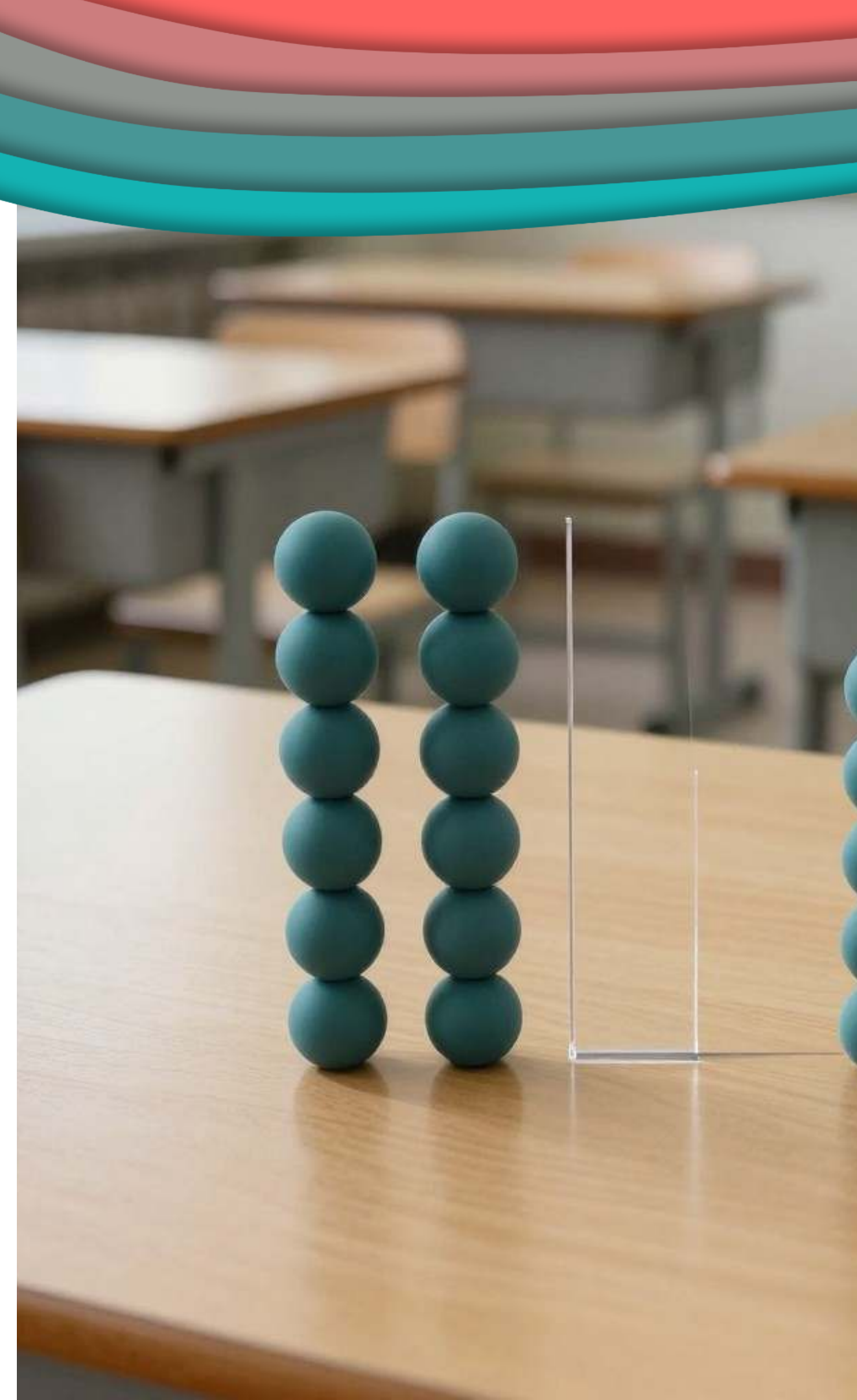
Правило $a^0 = 1$ действует лишь при $a \neq 0$, потому что деление на ноль в математике не определено. Нулевое основание здесь использовать нельзя.

Связь с делением степеней

Нулевой показатель появляется, когда делят одинаковые степени с одним основанием: $a^5 : a^5 = a^0$. Но любое ненулевое число, делённое само на себя, равно 1.

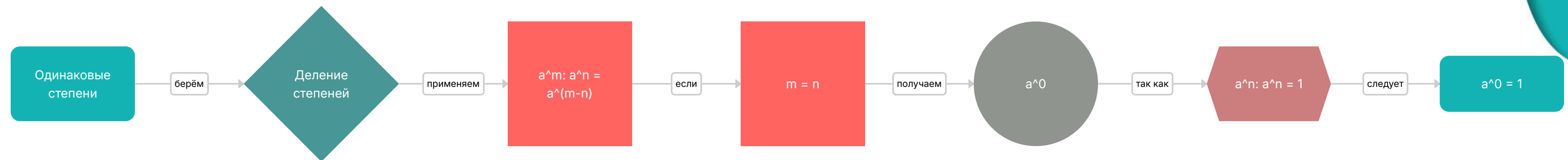
Примеры для наглядности

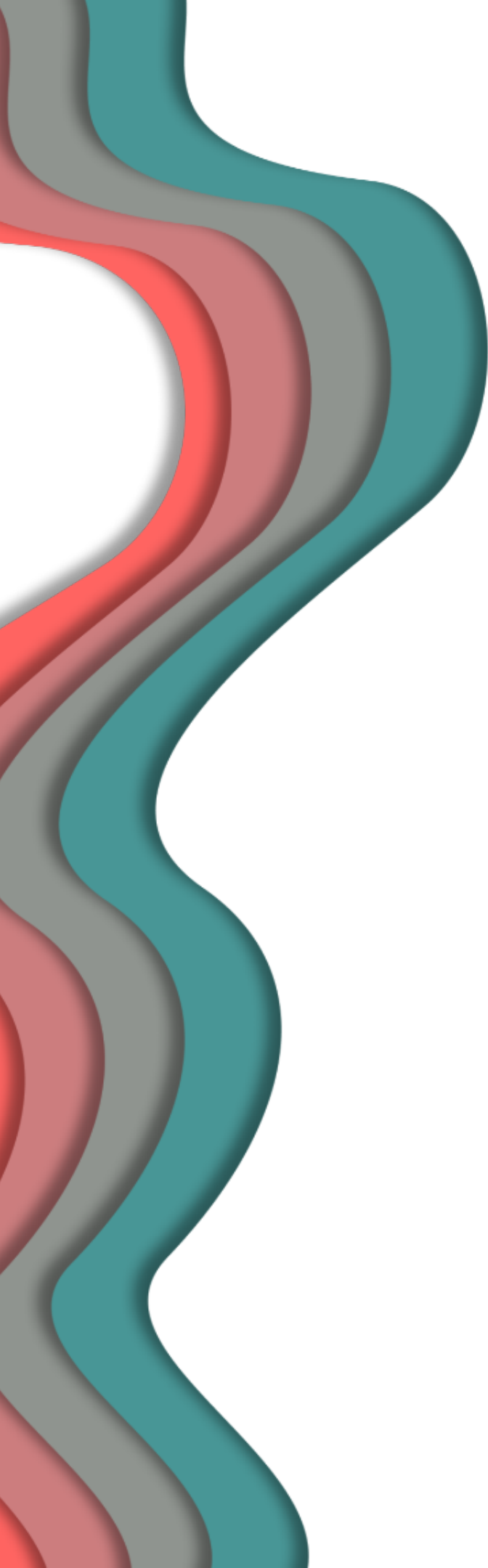
По этой причине верны записи $5^2 : 5^2 = 1$, $7^3 : 7^3 = 1$ и $10^4 : 10^4 = 1$. Во всех случаях результат деления одинаков.



Как получают правило $a^0 = 1$

Вывод из свойства деления степеней с одним и тем же ненулевым основанием





Примеры степеней с нулевым показателем

01

Натуральное число

$7^0 = 1$ — показатель равен нулю, поэтому само основание не меняет результат. Нулевой показатель всегда даёт единицу, если основание не равно нулю.

02

Отрицательное число

$(-3)^0 = 1$ — здесь основание отрицательное, но это не влияет на правило. Важно только то, что основание не равно нулю.

03

Дробь или выражение

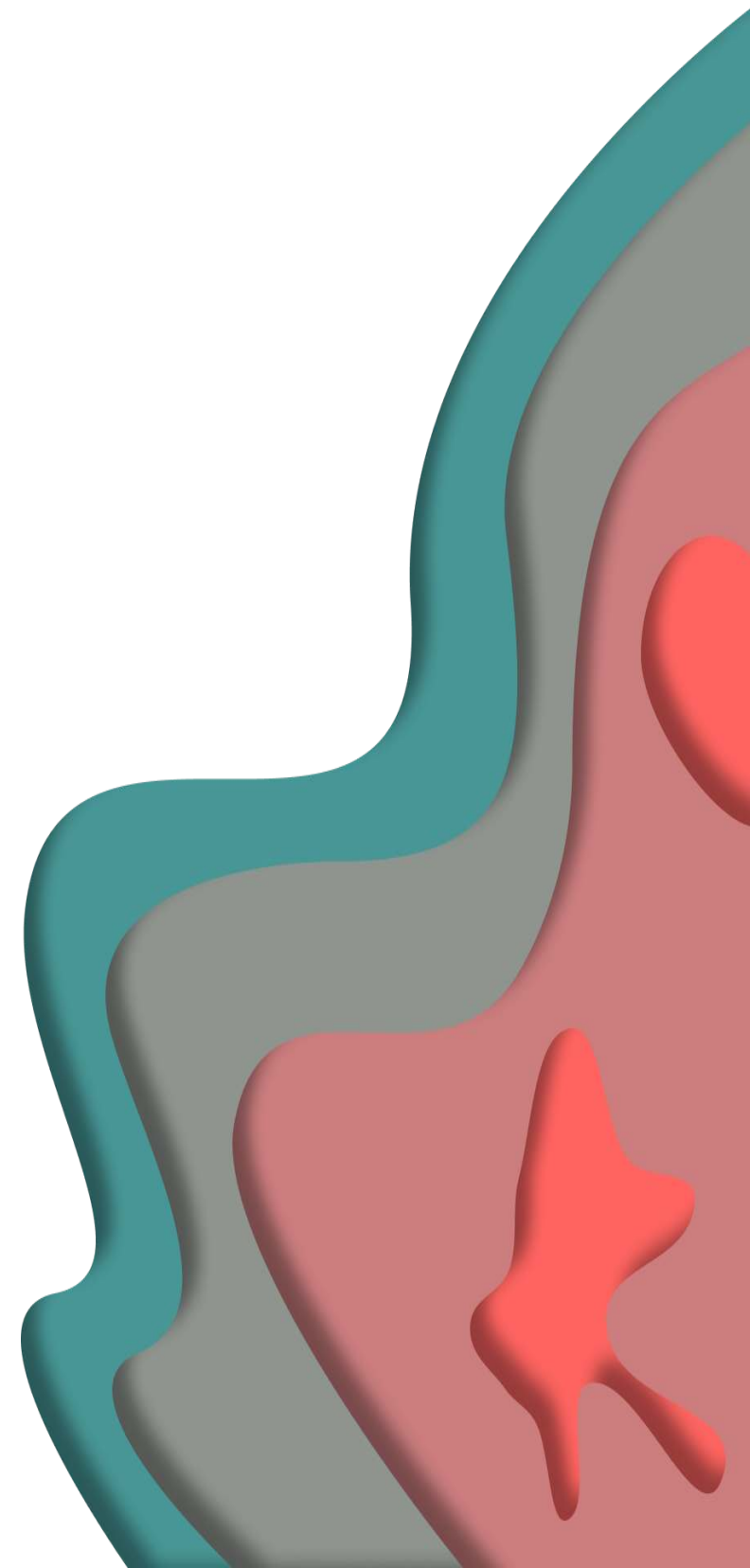
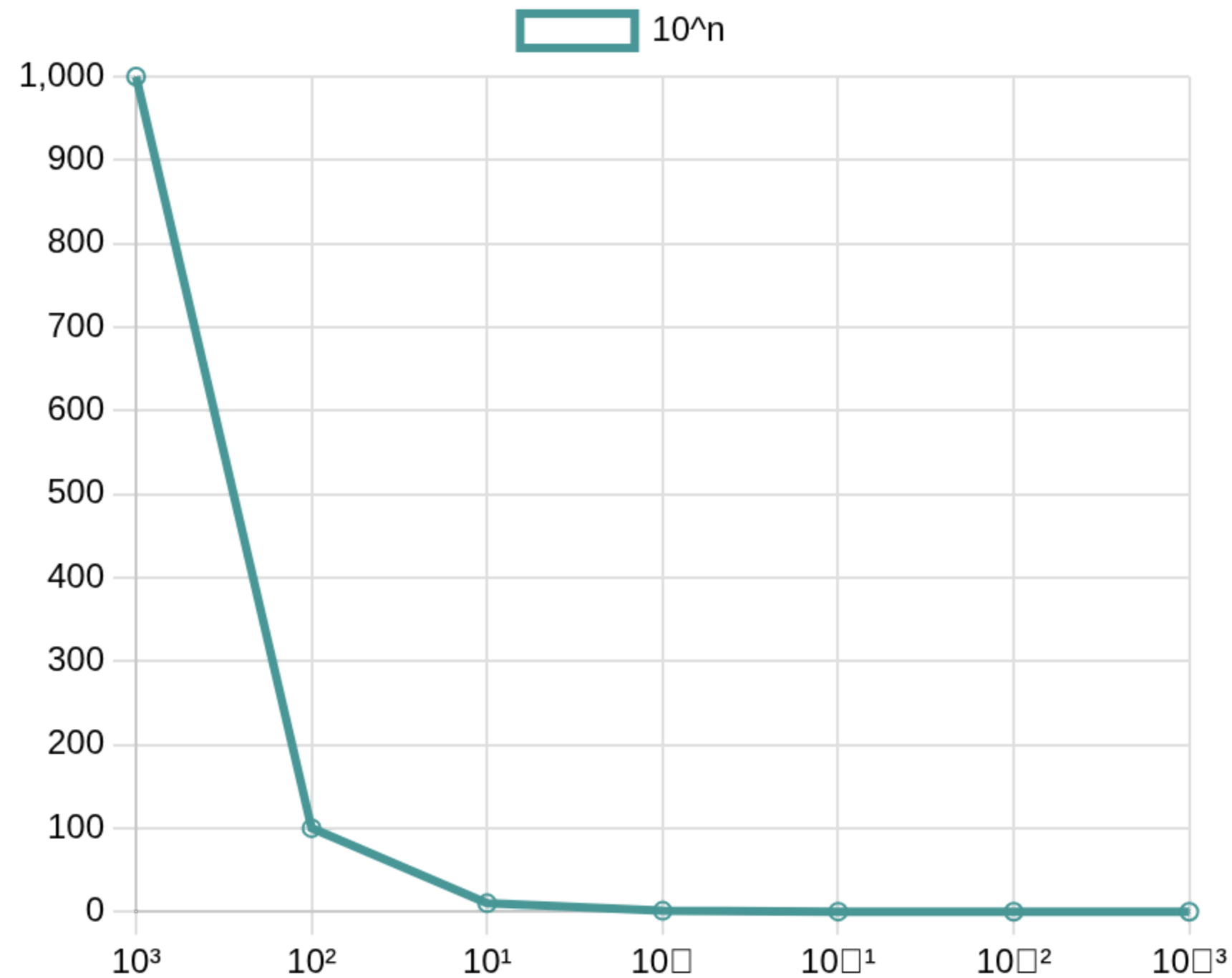
$(2/5)^0 = 1$ — нулевой показатель работает и для дробей, и для выражений, если они не обращаются в ноль при вычислении.

Как меняется значение степени при изменении показателя

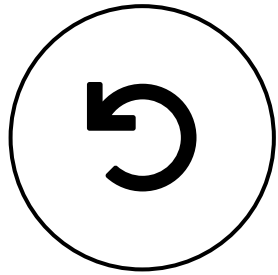
При каждом шаге вниз показатель уменьшается на 1, а значение делится на 10.

Точка $10^0 = 1$ отделяет целые числа от десятичных дробей и показывает единую закономерность.

Учебное правило степеней числа 10; данные для иллюстрации

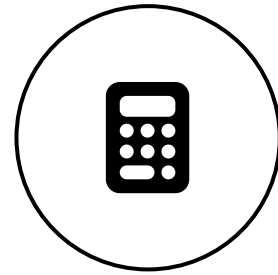


Что означает целый отрицательный показатель



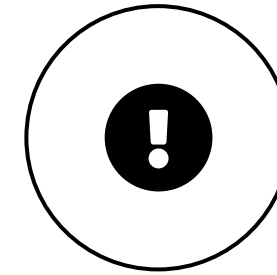
Обратное число

Запись a^{-n} означает, что нужно взять обратное число к a^n . Это не делает само число отрицательным: меняется только способ записи результата.



Примеры вычислений

$2^{-3} = 1/8$, $5^{-2} = 1/25$,
 $10^{-4} = 1/10000 = 0,0001$. Сначала находят положительную степень, а затем записывают обратное число.



Что важно помнить

Минус в показателе относится не к числу целиком, а именно к степени. Поэтому отрицательная степень может дать положительную дробь или десятичное число.

Сравнение положительных, нулевых и отрицательных показателей

Таблица показывает, как одна и та же основа записывается при разных показателях и к чему приводит каждое преобразование.

Показатель влияет на форму записи и величину числа, но вычисление подчиняется одному общему правилу.

Правила степеней с целым показателем

Запись	Преобразование	Результат
3^2	$3 \cdot 3$	9
3^0	—	1
3^{-2}	$1/3^2$	$1/9$
10^3	$10 \cdot 10 \cdot 10$	1000
10^0	—	1
10^{-3}	$1/10^3$	0,001

Почему отрицательная степень превращается в дробь

01 Начинаем с деления

Если разделить степени с одним основанием, показатели вычитаются: $a^m : a^n = a^{(m-n)}$. Когда верхняя степень меньше, разность становится отрицательной.

02 Переход к дроби

Например, $a^1 : a^2 = a^{-1}$. Но $a^1 : a^2 = a/a^2 = 1/a$, значит $a^{-1} = 1/a$. Отрицательный показатель показывает обратное число.

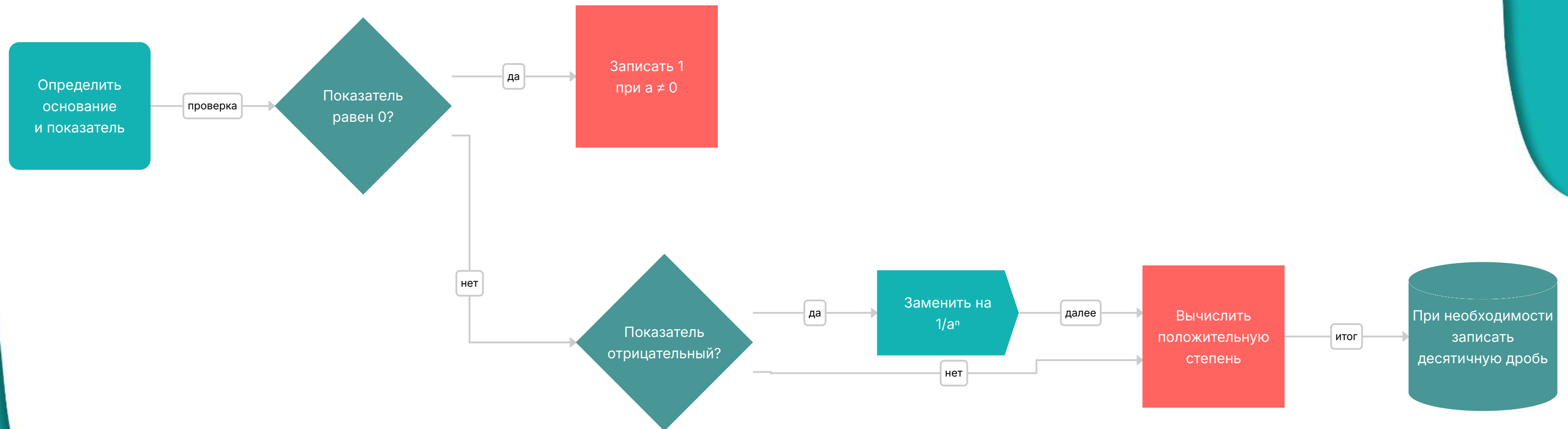
03 Общий вывод

Аналогично получаются $a^{-2} = 1/a^2$ и другие степени. Чем больше модуль отрицательного показателя, тем больше знаменатель и тем меньше значение дроби.



Алгоритм вычисления степеней с нулевым и отрицательным показателем

Пошаговая схема вычисления по правилам $a^0 = 1$ и $a^{-n} = 1/a^n$ при $a \neq 0$



Вычисления по образцу

- **Нулевой показатель**

Если основание не равно нулю, выражение со степенью 0 сразу заменяется числом 1. Поэтому $3^0 = 1$, а вычисления дальше не требуются.

- **Обратная дробь**

Для 4^{-1} сначала находим обычную степень $4^1 = 4$, затем берём обратное число. Получается $4^{-1} = \frac{1}{4}$, то есть 0,25.

- **Степень с минусом**

В примере 2^{-4} вычисляем $2^4 = 16$ и записываем обратную дробь $1/16$. Отрицательный показатель меняет форму записи, но не делает число отрицательным.

- **Частая ошибка**

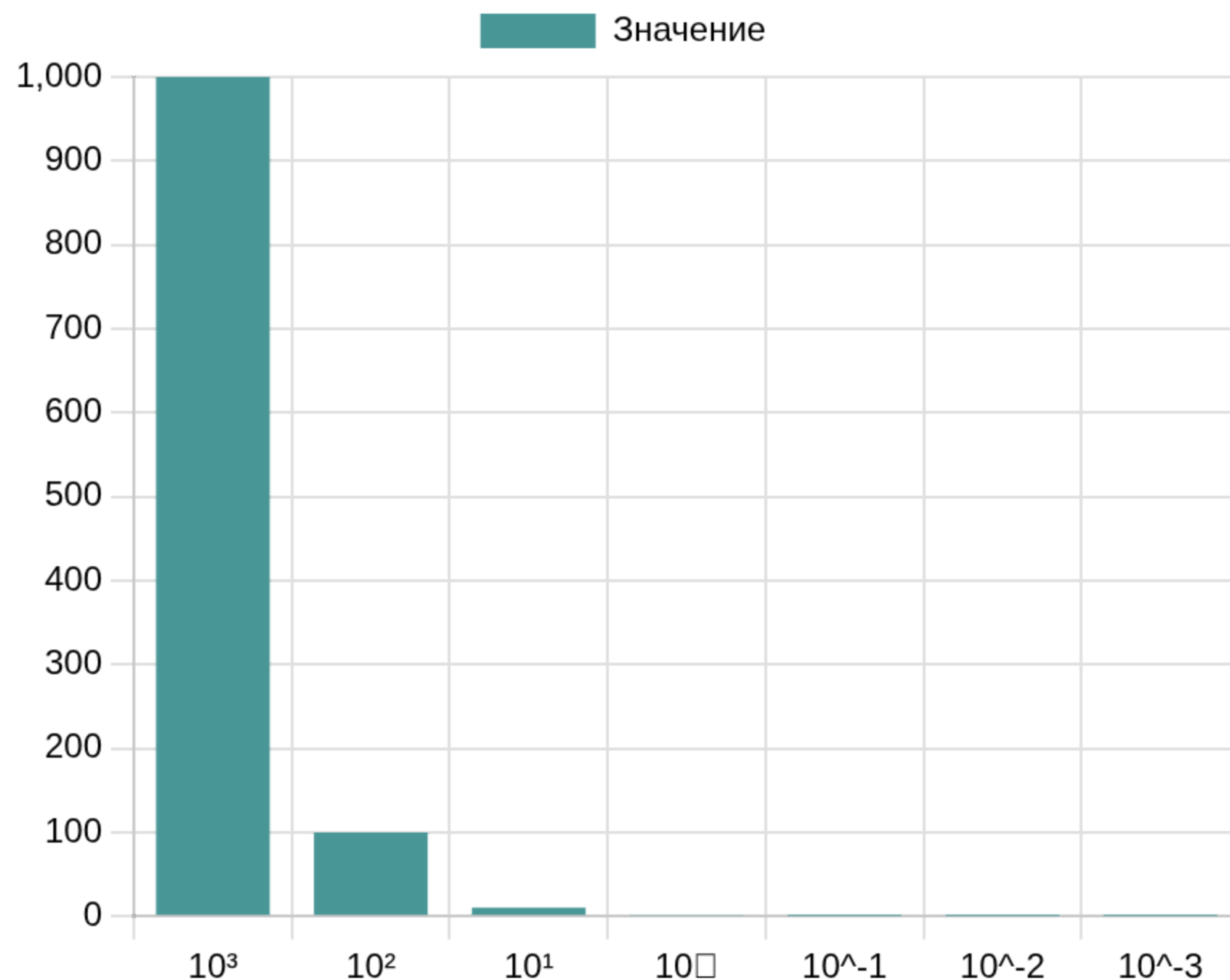
Запись 7^{-2} означает $1/7^2$, а не -7^2 . Ошибка возникает, когда минус относят к числу целиком, а не к показателю степени.

Степени числа 10 и десятичные дроби

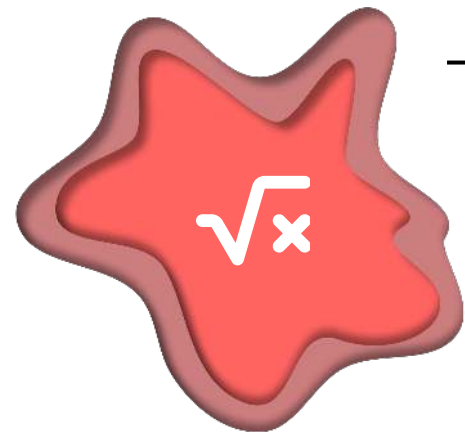
Степени числа 10 удобно показывают, как меняется разрядность числа: каждый шаг вниз уменьшает значение в 10 раз и переводит запись в дробную область.

Нулевая степень отделяет целые числа от дробей, а отрицательные показатели естественно продолжают ряд десятичных дробей.

Школьные правила степеней числа 10



Где встречаются нулевые и отрицательные показатели



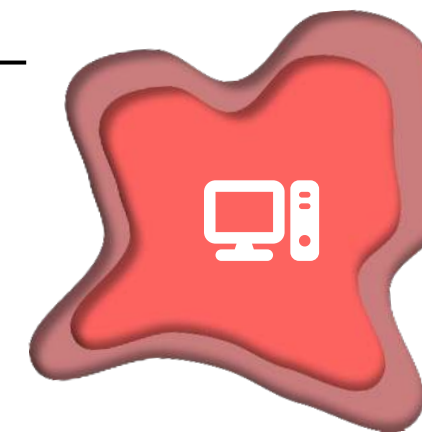
Математика

Такие степени помогают сокращать дроби, преобразовывать выражения и упрощать вычисления. Запись с показателем 0 или отрицательным показателем делает формулы короче и удобнее для сравнения.



Естественные науки

В физике и химии маленькие величины часто записывают через степени числа 10. Это позволяет не переписывать длинные цепочки нулей и быстрее читать результаты измерений.



Информатика

При работе с большими и малыми числами степени числа 10 помогают экономить место и избегать ошибок. Особенно это полезно в таблицах, коде и научных расчётах.

Типичные ошибки при работе со степенями

Ошибка	Верно	Причина
$2^{-3} = -8$	$2^{-3} = 1/8$	Нужна обратная дробь
$0^{\square} = 1$	Не рассматривают	Нулевая основа недопустима
$-2^2 = -4$	$(-2)^2 = 4$	Без скобок минус вне степени
$5^{-1} = -1/5$	$5^{-1} = 1/5$	Минус относится к показателю

Сравните неверную и правильную запись, чтобы запомнить, как влияют скобки, знак и показатель степени.

Большинство ошибок связано не с вычислением, а с неверным чтением записи: важно отличать минус в основании от минуса в показателе.

Правила вычисления степеней

Скобки и знак отрицательного числа в основании

01

Скобки обязательны

Если основание отрицательное, его нужно заключать в скобки. Тогда степень применяется ко всему числу: $(-3)^2 = 9$, $(-3)^3 = -27$.

02

Без скобок смысл меняется

Запись -3^2 читается как минус к результату 3^2 , то есть $-(3^2) = -9$. Скобки показывают, входит ли знак минус в основание степени.

03

Проверяйте запись внимательно

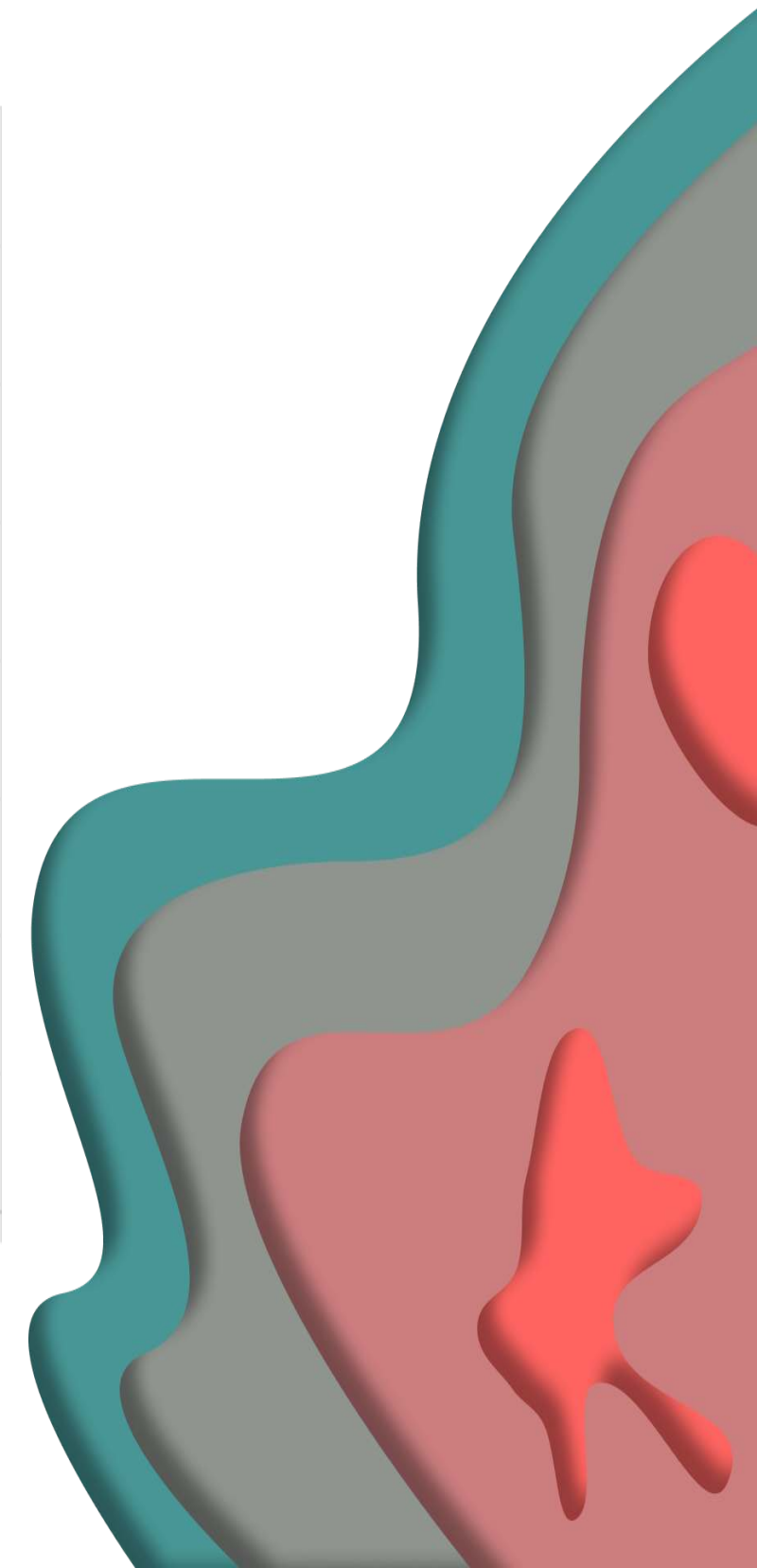
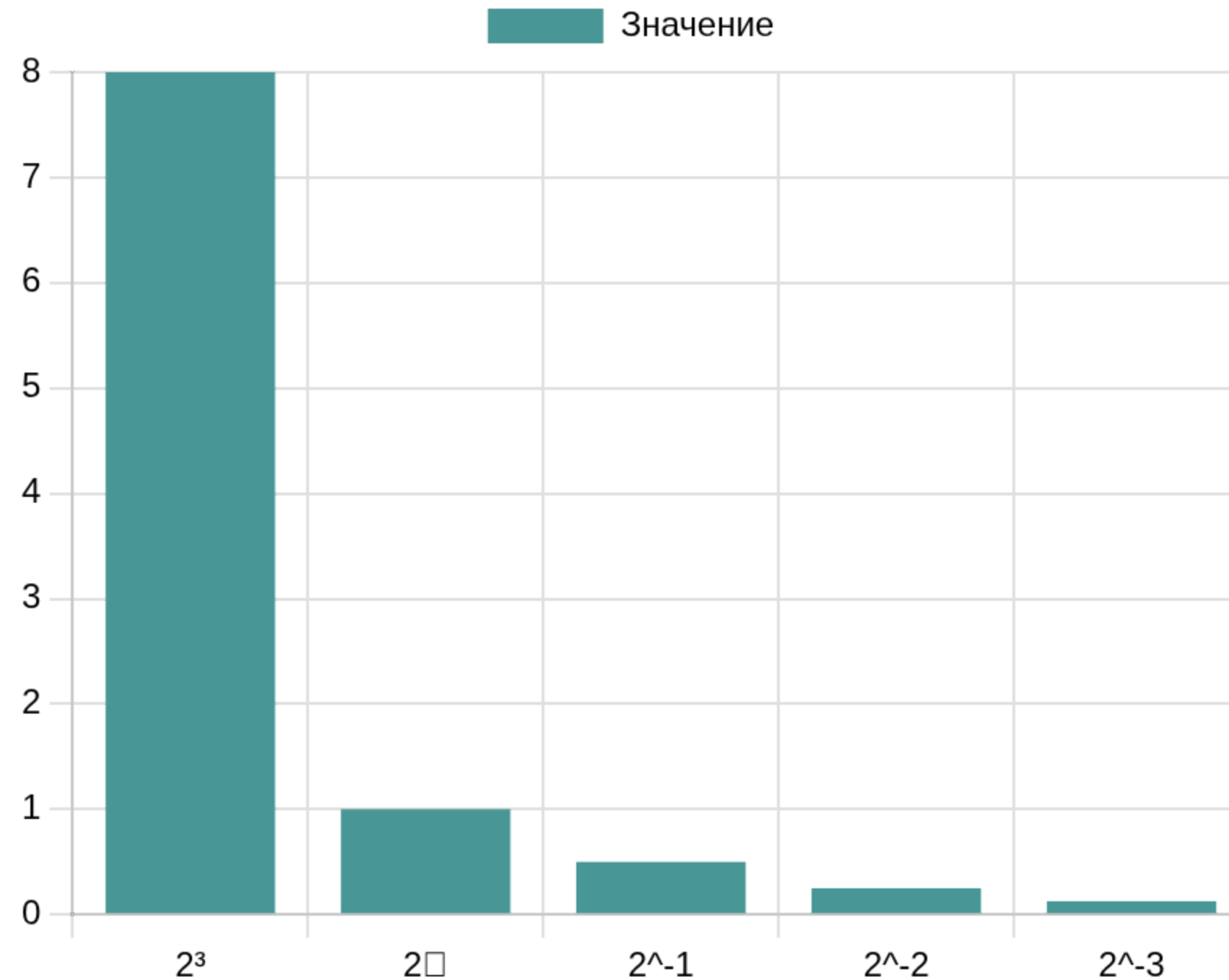
Перед вычислением полезно вслух прочитать выражение и уточнить, что именно возводится в степень. Это помогает избежать ошибок со знаком и правильно записать ответ.

Как быстро уменьшаются степени одного основания

На одном основании удобно сравнивать все три случая: положительный, нулевой и отрицательный показатель. Видно, как число последовательно уменьшается при каждом шаге.

При увеличении модуля отрицательного показателя значение дроби каждый раз делится на 2. Нулевая степень служит переходом к единице.

Школьные правила степеней и их значения



Проверка ответа с помощью обратного действия

01 Найти обратное выражение

Если получена дробь, можно проверить ответ умножением на число, которое стоит в знаменателе. Для 5^{-2} это означает проверку через $25 \cdot 1/25$.

02 Получить единицу

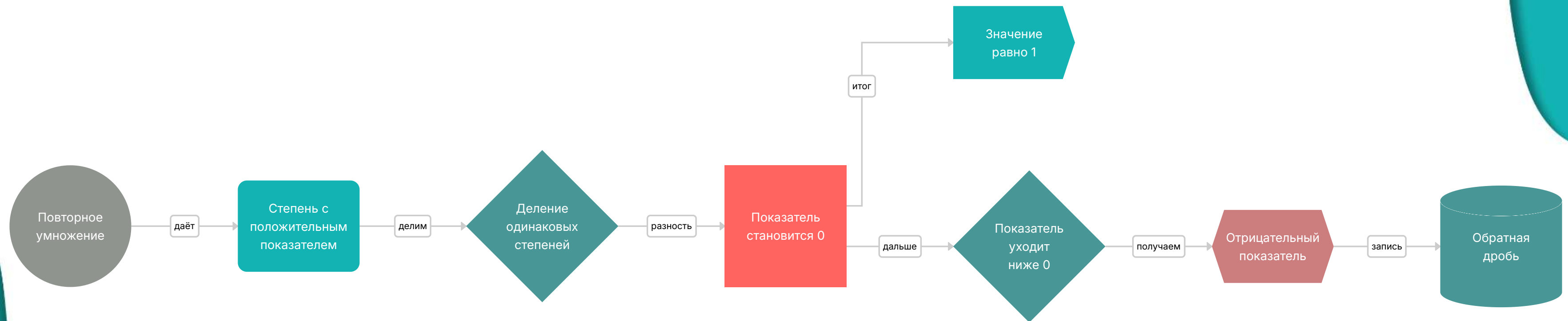
Когда вычисление выполнено верно, произведение степени и её обратного выражения равно 1. Это подтверждает, что правило $a^{-n} = 1/a^n$ применено правильно.

03 Замечать ошибки

Если результат не даёт 1, значит где-то перепутаны скобки, знак или показатель. Такая проверка особенно полезна при преобразовании дробей и упрощении выражений.

Связь всех правил степеней

Одна формула деления степеней объясняет положительные, нулевые и отрицательные показатели



Степени, которые помогают считать быстрее

Нулевая степень ненулевого числа всегда равна 1, а отрицательная степень записывается как обратная дробь. Эти правила делают вычисления короче, а запись больших и малых чисел — понятнее.

