



## Возведение в степень произведения и степени: два важных правила

Степень и скобки помогают быстро упрощать выражения.

# Что изучает этот раздел алгебры

Степень — это удобная запись повторного умножения. На уроке вы научитесь раскрывать скобки в степенях, упрощать выражения и не путать похожие правила.





$$3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$$

— так раскрывается запись  $3^4$ , где основание повторяется четыре раза.

Школьный курс алгебры, 7 класс

Так удобно видеть смысл степени:  
одно и то же число умножается  
само на себя.

# Правило степени произведения



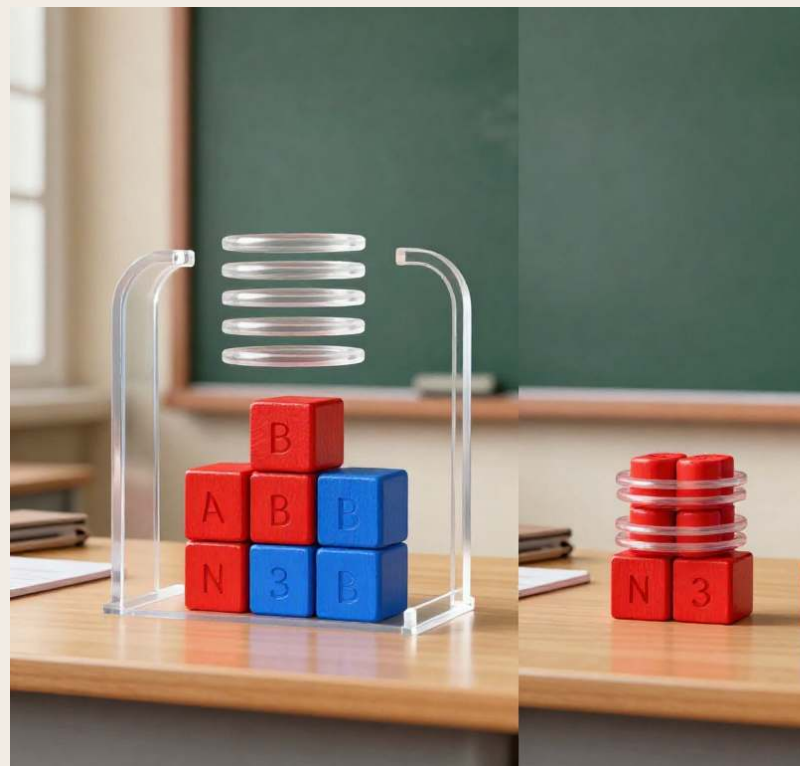
## Главная формула

Если произведение заключено в скобки и возводится в степень, каждый множитель получает тот же показатель. Поэтому запись можно раскрыть по отдельности без изменения значения.



## Как читать выражение

В выражении  $(ab)^n$  сначала рассматривают произведение внутри скобок, а затем возводят в степень и  $a$ , и  $b$ . Скобки подсказывают, что степень относится ко всему произведению.



## Пример вычисления

В записи  $(2 \cdot 5)^3$  каждый множитель возводится в третью степень: получается  $2^3 \cdot 5^3$ . Затем вычисление даёт  $8 \cdot 125$ , то есть 1000.

# Сравнение исходной записи и записи после преобразования



На примерах видно, как правило помогает переписать выражение короче и аккуратнее, не меняя его значение.

Записи отличаются видом, но результат сохраняется; главное — правильно распределить степень на каждый множитель.

Примеры из школьного курса алгебры, 7 класс

# Примеры применения правила $(ab)^n$

| Исходное        | Преобразование  | Ответ          |
|-----------------|-----------------|----------------|
| $(3 \cdot 4)^2$ | $3^2 \cdot 4^2$ | 144            |
| $(2 \cdot 7)^3$ | $2^3 \cdot 7^3$ | 2744           |
| $(a \cdot 5)^2$ | $a^2 \cdot 25$  | $a^2 \cdot 25$ |

Сравните исходную запись, преобразование и ответ в простых случаях.

Во всех строках каждый множитель получает один и тот же показатель степени; числовую часть удобно сразу считать отдельно.

Примеры из школьного курса алгебры, 7 класс

# Правило степени степени

## Запомнить формулу

Когда степень возводят в степень, показатели не складываются, а перемножаются. Поэтому запись  $(a^m)^n$  превращается в  $a^{m \cdot n}$ , где основание остаётся тем же.

1

## Проверить на примере

Для  $(2^3)^4$  получаем  $2^{(3 \cdot 4)}$ , то есть  $2^{12}$ . Если написать  $2^7$  или  $2^{16}$ , получится неверный результат, потому что показатели были изменены не по правилу.

3



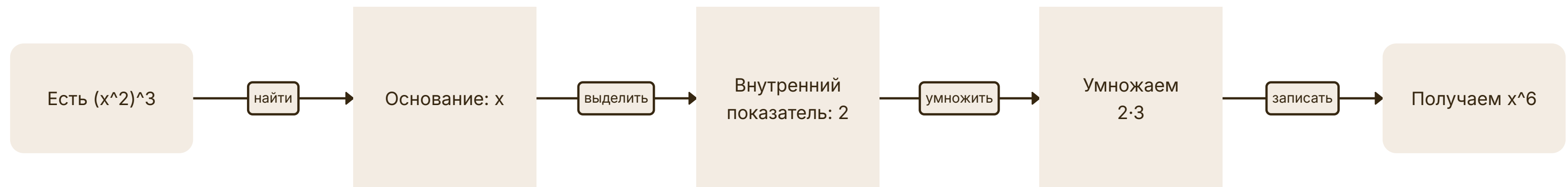
## Почему так происходит

Внутренняя степень  $a^m$  повторяется  $n$  раз, а значит, общее число одинаковых множителей  $a$  становится в  $m$  раз больше в каждом повторе. Отсюда и произведение показателей.

2

# Как преобразовать степень степени

Шаги перехода от записи со скобками к короткой записи без скобок.



# Наглядный пример с буквенным выражением

## Разложение на множители

Запись  $(x^2)^3$  можно раскрыть как  $x^2 \cdot x^2 \cdot x^2$ . Так видно, что одна и та же степень повторяется три раза подряд, а значит, множителей становится больше.

## Связь с формулой

После раскрытия получается  $x^6$ , потому что внутри каждой группы два множителя  $x$ , а таких групп три. Это наглядно показывает, почему показатели при возведении степени в степень перемножаются.

## Удобство проверки

Если пересчитать все одинаковые множители  $x$ , их будет шесть. Такой способ помогает не только понять правило, но и проверить, правильно ли выполнено преобразование.



# Когда показатели складываются, а когда умножаются

Похожие записи требуют разных действий: здесь важно смотреть не на буквы, а на структуру выражения и расположение скобок.

Одинаковые основания дают сложение показателей, а степень степени — их умножение; путаницу помогает снять внимательное чтение записи.

Примеры из школьного курса алгебры, 7 класс

# Типичные ошибки при работе со степенями

| Ошибка                           | Верно           | Почему                        |
|----------------------------------|-----------------|-------------------------------|
| $(2 \cdot 3)^2 \neq 2^2 \cdot 3$ | $2^2 \cdot 3^2$ | Каждый множитель в степени    |
| $(x^3)^2 \neq x^5$               | $x^6$           | Показатели умножаются         |
| $(a \cdot b)^3 \neq a^3 + b^3$   | $a^3 \cdot b^3$ | Степень не действует на сумму |



Сравните неверные и верные записи: так проще увидеть, где правило применено неправильно и как выглядит правильное преобразование.



Ошибки чаще всего связаны с пропуском одного множителя, сложением вместо умножения показателей и неверным применением степени к сумме.

Правила возведения произведения и степени в степень из курса алгебры 7 класса.

# Почему эти формулы работают



## Повторение множителей

Степень показывает, сколько раз повторяется умножение. Поэтому в записи  $(ab)^n$  и  $a$ , и  $b$  входят в произведение ровно  $n$  раз, без изменений в структуре выражения.



## Разложение на шаги

Если раскрыть скобки, становится видно одинаковое повторение. Так легко понять, почему каждый множитель получает тот же показатель, а итоговое значение остаётся прежним.



## Общая закономерность

Во второй формуле внутренняя степень повторяется целиком. Отсюда появляются  $m \cdot n$  одинаковых множителей  $a$ , и правило работает для любых чисел и букв.

# Где встречаются степени в математике и жизни



## Площадь и объём в геометрии

Степени помогают коротко записывать формулы для фигур. У квадрата со стороной  $a$  площадь равна  $a^2$ , потому что умножаются две одинаковые стороны. У куба объём равен  $a^3$ , так как длина, ширина и высота одинаковы.



## Научные записи и большие числа

В науке степени используют, чтобы не писать длинные числа. Записи  $10^3$  и  $10^6$  сразу показывают порядок величины и делают вычисления удобнее. Такой способ часто встречается в физике, химии и информатике.



## Повторяющиеся величины вокруг нас

Свойства степеней нужны не только на уроке, но и в реальных расчётах. Когда величина повторяется несколько раз, степень позволяет заменить длинное произведение короткой записью. Это экономит время и уменьшает риск ошибки.

# Как быстро растут значения степеней

Даже небольшое изменение показателя заметно увеличивает результат, поэтому при вычислениях важно внимательно следить за структурой записи.

Степень степени может дать очень большое число даже при маленьком основании, а рост значения происходит быстрее, чем кажется по записи.

Вычисления по определению степени:  $2^3=8$ ,  $2^4=16$ ,  $2^5=32$ ,  $(2^2)^2=16$ ,  $(2^3)^2=64$ .

# Упрощение выражений с буквами и числами

1

## Сначала числовая часть

В выражении с числом и буквой сначала возводят в степень числовой множитель. Так, в  $(3x)^2$  число 3 превращается в 9, а буква  $x$  получает показатель 2.

3

## Короткая и удобная запись

После преобразования выражение становится компактнее и удобнее для дальнейших действий. Формула помогает быстро записать ответ без лишних скобок и длинных произведений.

2

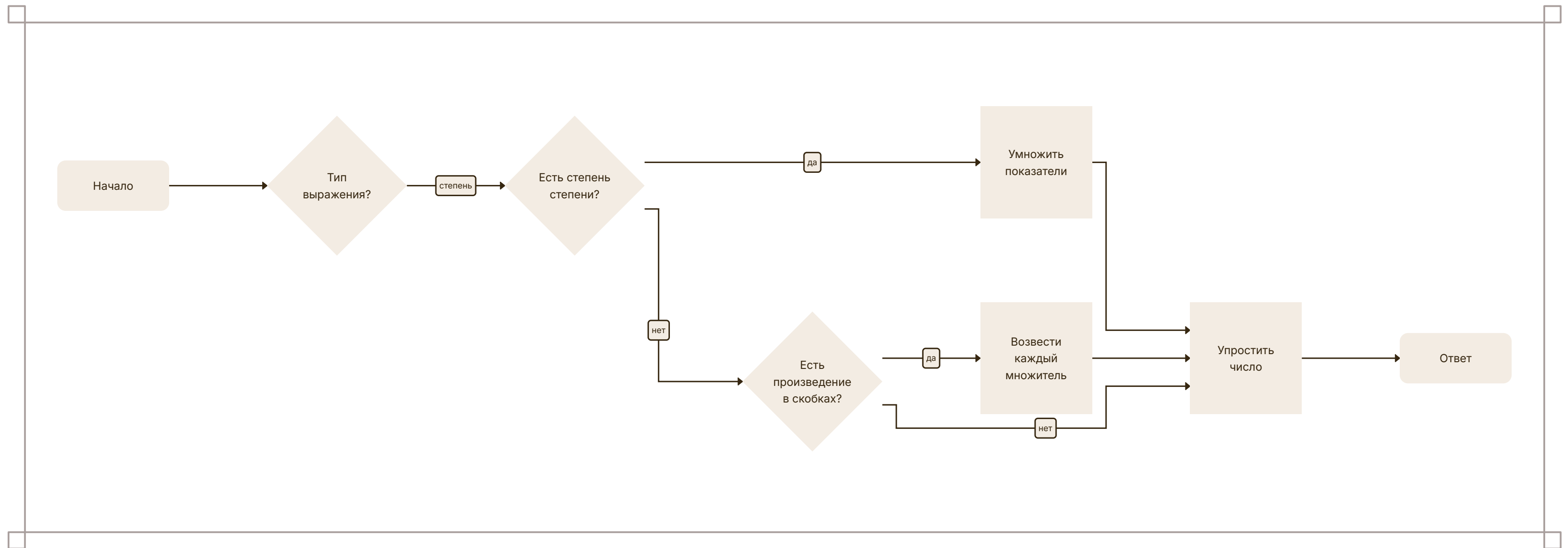
## Потом буквенная часть

Если внутри скобок есть степень, показатели умножаются. В записи  $(2a^3)^2$  число 2 возводится в квадрат, а показатель у  $a$  становится  $3 \cdot 2$ , то есть 6.



# Алгоритм работы с выражениями со степенями

Последовательность действий для типовых заданий на свойства степеней.



# Тренировочные преобразования

| Выражение       | Преобразование  | Ответ     |
|-----------------|-----------------|-----------|
| $(5 \cdot 2)^2$ | $5^2 \cdot 2^2$ | 100       |
| $(m^2)^3$       | $m^6$           | $m^6$     |
| $(4a)^3$        | $4^3 a^3$       | $64a^3$   |
| $(p \cdot q)^2$ | $p^2 q^2$       | $p^2 q^2$ |

Проверьте, как работают правила в числовых и буквенных примерах: от раскрытия скобок до короткой записи ответа.

Правила одинаково работают с числами, буквами и смешанными выражениями; важно сохранить показатель для каждого множителя или перемножить показатели в степени степени.

Типовые примеры по теме свойств степеней для 7 класса.

# Проверка ответа через обратное раскрытие

## Вернуть к умножению

Самый надёжный способ проверки — раскрыть степень обратно и посмотреть, совпадает ли запись с исходным выражением. Это особенно полезно, если ответ получился длинным.

1

## Сравнить показатели

Если при раскрытии выходит другое число множителей или другой показатель, значит, в преобразовании допущена ошибка. Такой контроль помогает заметить неточность сразу, а не в конце задания.

2

## Проверить исходную форму

Например,  $(2^3)^2$  можно записать как  $2^3 \cdot 2^3$ , а затем как  $2^6$ . Если раскрытие даёт тот же вид, ответ выбран верно.

3

# Что нужно запомнить о двух правилах



## Степень произведения

Если в скобках стоит произведение, то в степень возводится каждый множитель отдельно:  $(ab)^n = a^n \cdot b^n$ . Это правило удобно применять, когда нужно упростить запись.



## Степень степени

Если степень возводят в степень, показатели перемножаются:  $(a^m)^n = a^{m \cdot n}$ . Здесь важно не складывать показатели, а именно умножать их.



## Не путать с другой формулой

Формула  $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$  относится к умножению одинаковых оснований, а не к возведению в степень. В похожих записях нужно внимательно смотреть на скобки.



# Итоги урока: как применять свойства степеней

Теперь вы умеете распознавать два важных случая: степень произведения и степень степени. Эти правила помогают быстрее считать, короче записывать выражения и увереннее работать с алгебраическими преобразованиями.