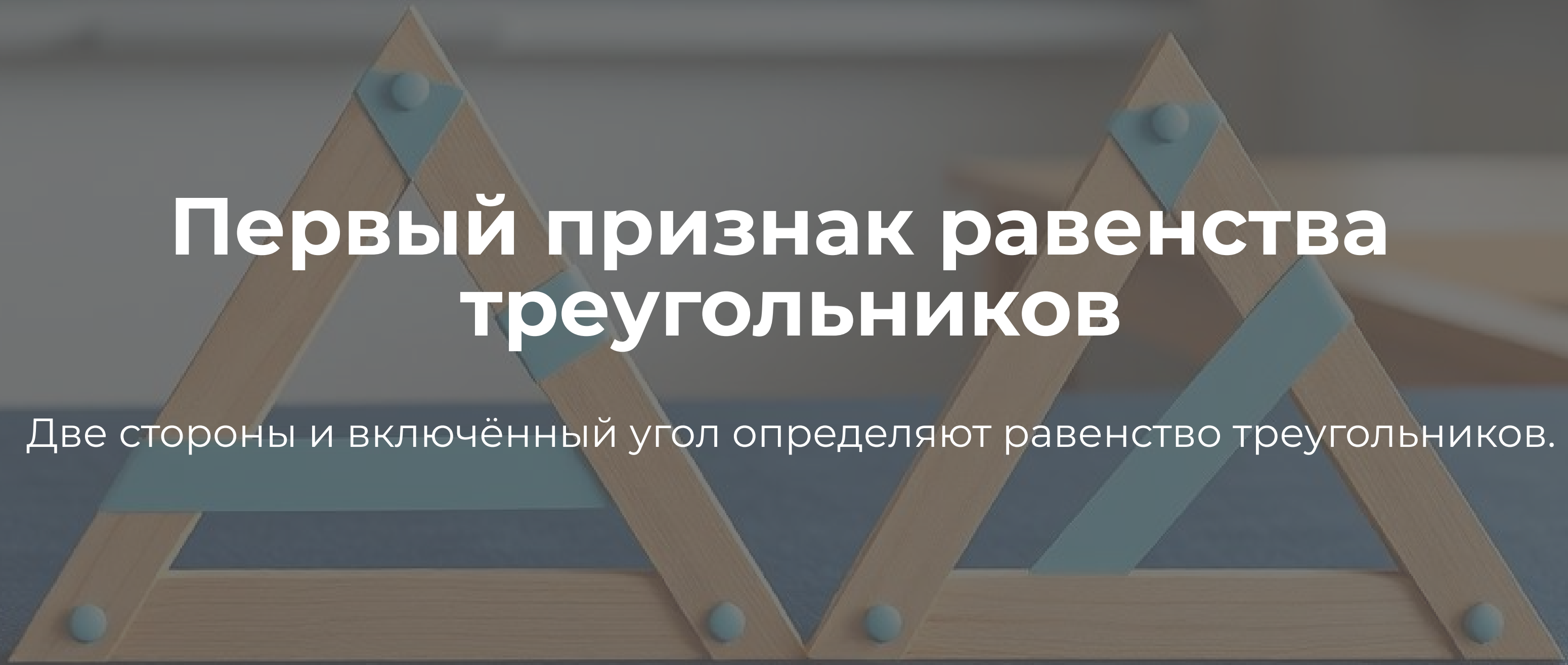


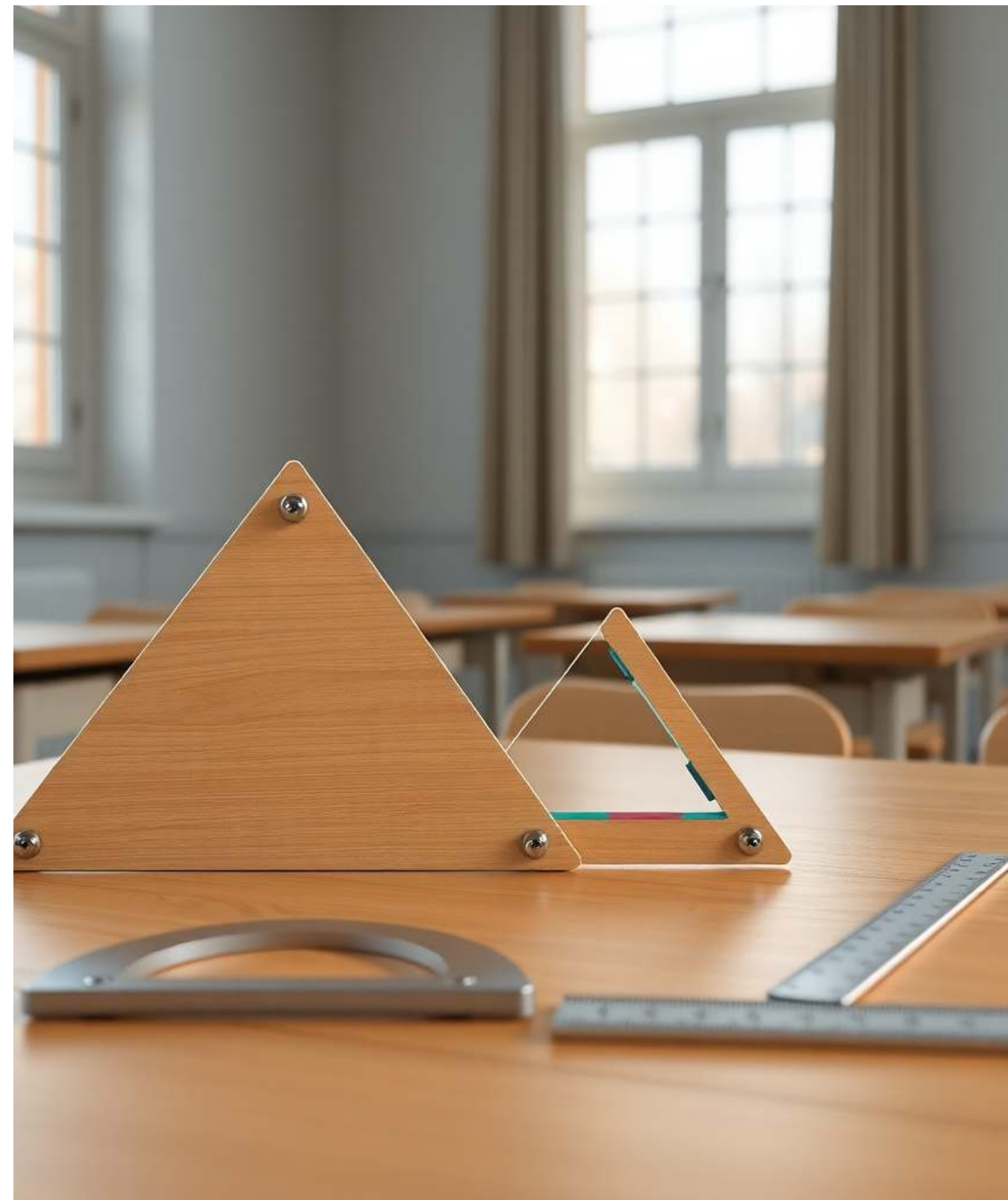
Первый признак равенства треугольников

Две стороны и включённый угол определяют равенство треугольников.



Почему это важно в геометрии

Первый признак помогает быстро сравнивать треугольники, доказывать свойства фигур и находить неизвестные элементы без лишних вычислений. В 8 классе он становится одним из главных инструментов строгого доказательства.



Что означает равенство треугольников

Совпадение при наложении

Равные треугольники полностью совпадают, если мысленно или на чертеже наложить один на другой. Их форма и размеры одинаковы, поэтому все соответствующие элементы тоже равны.

Равные стороны и углы

У равных треугольников совпадают не только длины сторон, но и величины всех соответствующих углов. Это позволяет сравнивать фигуры как целое, а не по отдельности каждую линию.

Порядок вершин

Чтобы не перепутать соответствующие элементы, вершины записывают в одинаковом порядке: например, ABC и A1B1C1. Тогда сразу ясно, какие стороны и углы сравниваются между собой.

Одинаковые размеры

Если два треугольника равны, то они различаются только положением на плоскости. Их можно повернуть или переместить, но после наложения они совпадут без зазоров и смещений.

Формулировка первого признака

01

Две стороны

Сначала рассматривают два треугольника и находят в каждом по две соответствующие стороны. Именно эти стороны должны быть равны по длине, иначе признак не сработает.

03

Вывод о равенстве

Если совпадают две стороны и угол между ними, треугольники равны. Это и есть первый признак равенства, который часто используют в школьных доказательствах.

02

Включённый угол

Затем проверяют угол, который расположен между выбранными сторонами. Он должен быть равен в обоих треугольниках, потому что именно он задаёт форму фигуры однозначно.

Как выглядит признак на чертеже

- **Засечки на сторонах**

На равных отрезках ставят одинаковые засечки. Они показывают, какие стороны в первом и втором треугольнике следует считать соответствующими и сравнивать между собой.

- **Дуги у углов**

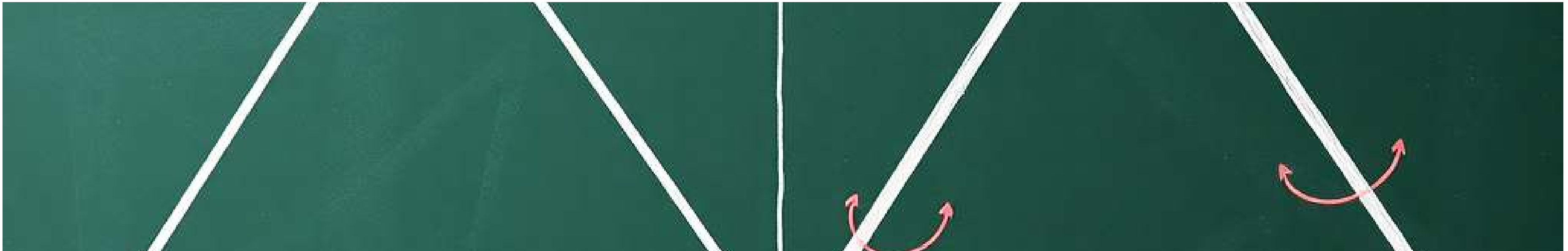
Равные углы отмечают одинаковыми дугами. Это помогает сразу увидеть, что сравнивается именно угол между двумя выбранными сторонами, а не любой другой угол на рисунке.

- **Пары вершин**

Подписи вершин показывают соответствие треугольников, например $A — A_1$, $B — B_1$, $C — C_1$. Такая запись делает чертёж понятным и помогает не ошибиться в доказательстве.

- **Три элемента сразу**

Чертёж подчёркивает, что для вывода нужны сразу три условия: две стороны и угол между ними. Только совместная проверка этих элементов даёт точный результат.



Три элемента, которые надо проверить

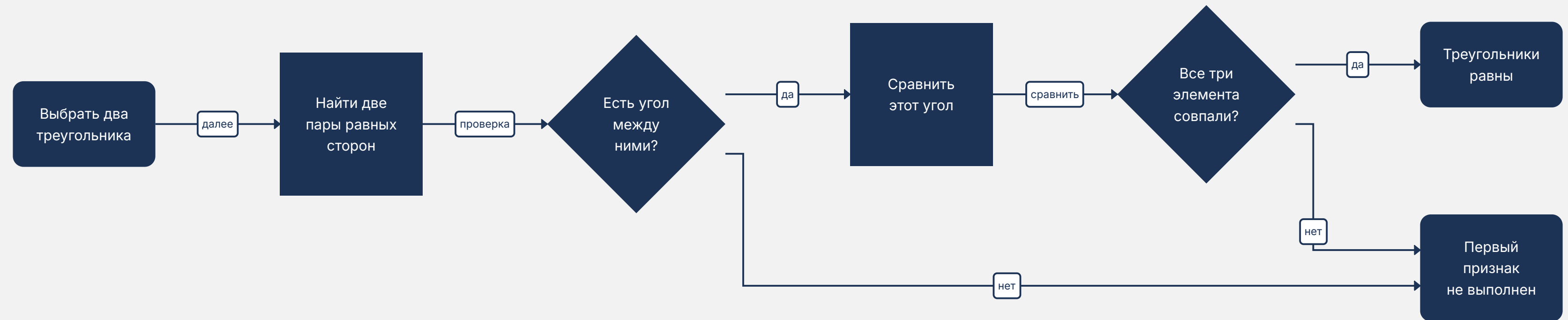
Чтобы применить первый признак, нужно проверить не просто несколько равенств, а правильное сочетание двух сторон и угла между ними.

Равенство всех трёх элементов работает только тогда, когда они взяты в нужном порядке и образуют один комплект.

Элемент	Первый треугольник	Второй треугольник	Вывод
Первая сторона	равна	равна	совпадает
Вторая сторона	равна	равна	совпадает
Угол между ними	равен	равен	треугольники равны

Как проверить первый признак

Последовательность проверки в школьной геометрии



Почему нужен именно угол между сторонами



Длины недостаточно

Две равные стороны сами по себе не всегда задают один-единственный треугольник. Без дополнительного условия фигура может изменяться, оставаясь построенной на тех же отрезках.



Угол фиксирует форму

Когда известен угол между сторонами, треугольник становится определённым. Этот угол задаёт, насколько фигура раскрыта, и не позволяет построить другой треугольник с теми же сторонами.



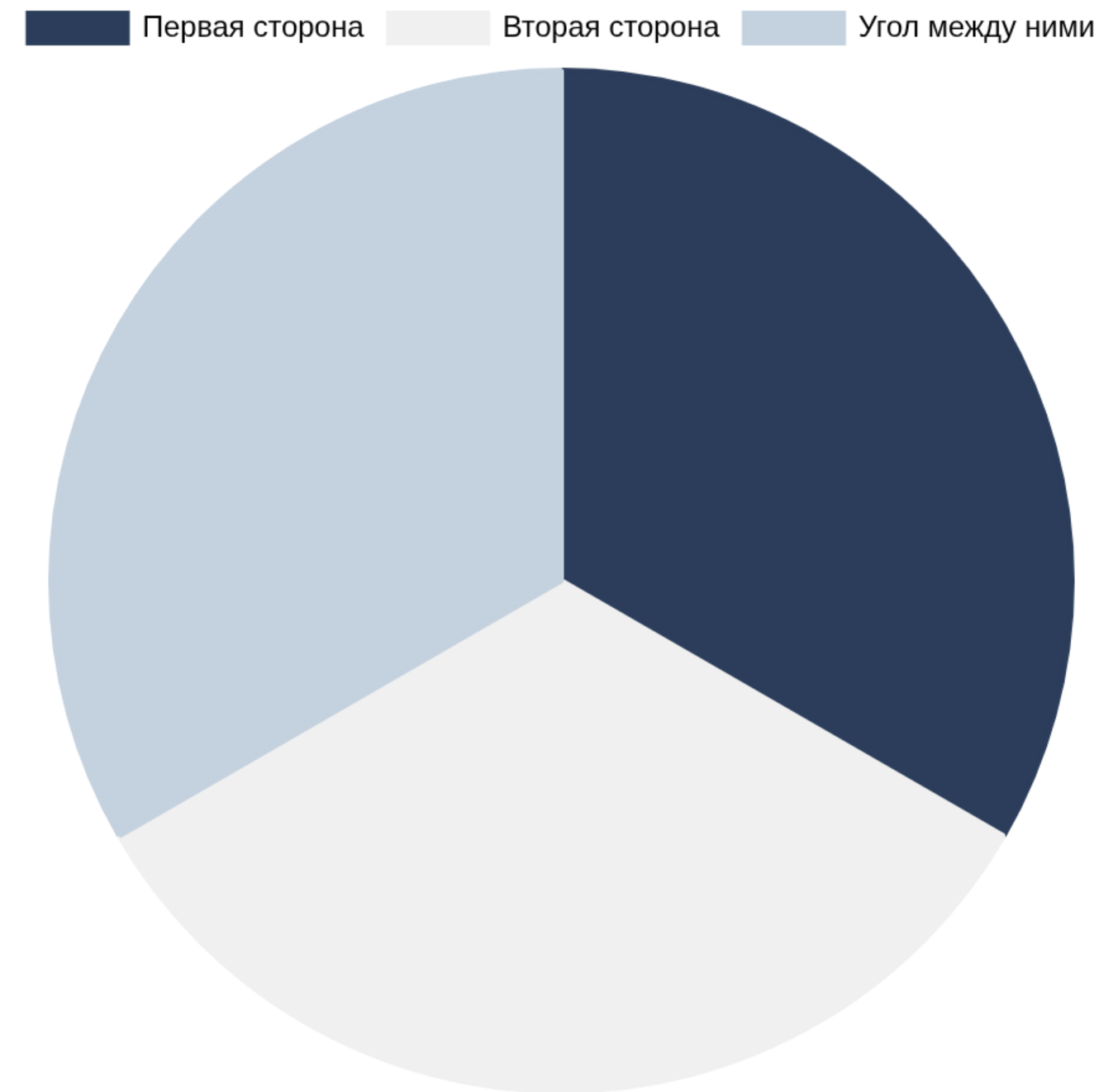
Точный вывод

Именно поэтому в первом признаке учитывают не любые углы, а только заключённый между выбранными сторонами. Тогда сравнение становится строгим и однозначным.

Из чего состоит первый признак

Диаграмма помогает увидеть, что каждый элемент признака обязателен и не может быть пропущен.

Равные треугольники получаются только при полном совпадении двух сторон и включённого угла.



Как записывают соответствие вершин

1. Сохраняют порядок

При записи равенства треугольников вершины указывают в одном и том же порядке. Это помогает сразу понять, какие стороны и углы являются соответствующими.

3. Для доказательств

Правильная запись защищает от путаницы и делает доказательство понятным. Благодаря ей можно верно использовать первый признак и затем работать с равными сторонами и углами.

2. Пример соответствия

Если $AB = A_1B_1$, $AC = A_1C_1$ и $\angle A = \angle A_1$, то вершина A соответствует A_1 , B — B_1 , а C — C_1 . Порядок записи здесь очень важен.

Пример из равнобедренного треугольника



Высота делит фигуру на два треугольника

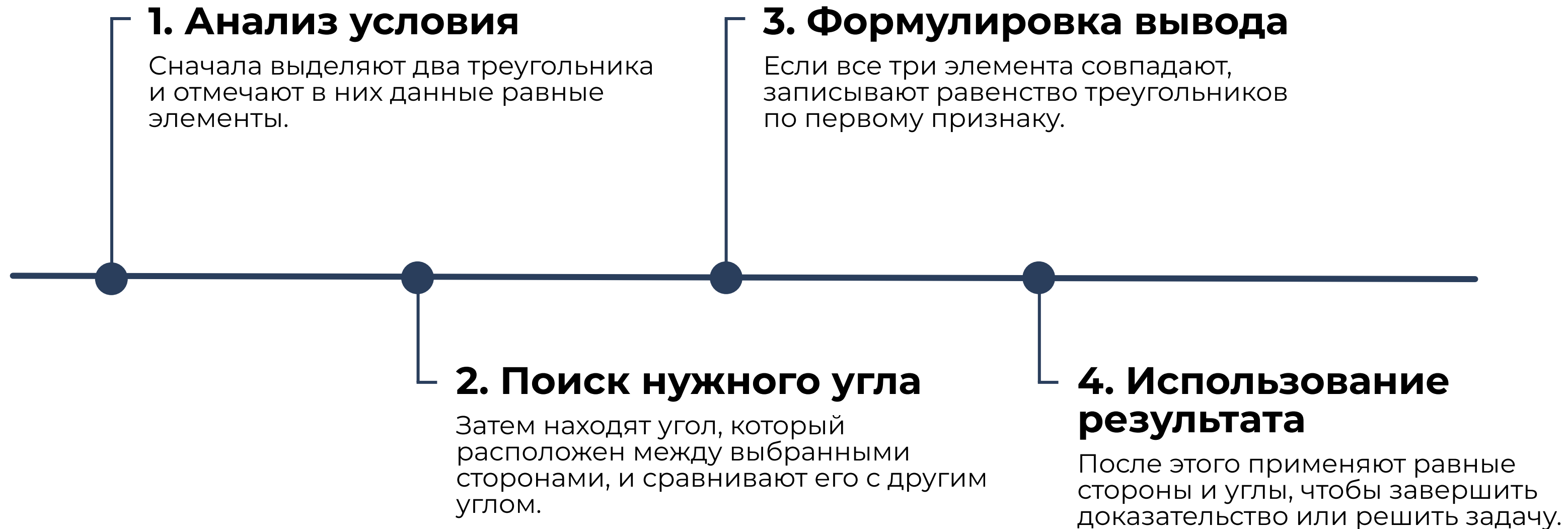
В равнобедренном треугольнике высота, проведённая к основанию, часто делит фигуру на два меньших треугольника. В них легко заметить равные стороны и общий угол при вершине, что делает первый признак особенно наглядным.



Доказательство новых свойств

Когда равенство этих треугольников установлено, сразу становятся ясны равенство углов у основания и совпадение соответствующих отрезков. Так одна короткая схема помогает доказать важные свойства равнобедренного треугольника без лишних вычислений.

Типичный ход доказательства



Сравнение трёх признаков равенства треугольников

Признак	Равные элементы	Главное условие
1-й	2 стороны + угол	угол между ними
2-й	сторона + 2 угла	прилежащие углы
3-й	3 стороны	все стороны равны

В таблице показано, какие элементы нужно сравнить в каждом признаке и на что обращать внимание при выборе данных на чертеже.

Первый признак удобен там, где на чертеже сразу видны две равные стороны и включённый угол; он даёт быстрый и строгий вывод.

Частые ошибки при применении признака

Неверный угол

Иногда берут любой равный угол, хотя нужен именно тот, который расположен между выбранными сторонами. Без него признак уже не работает однозначно.

Путаница в вершинах

Если записать треугольники в неверном порядке, можно перепутать соответствующие стороны и углы. Тогда правильные равенства на чертеже будут использованы неправильно.

Недостаточно данных

Две равные стороны сами по себе ещё не доказывают равенство треугольников. Нужно обязательно проверить и третий элемент — включённый угол.

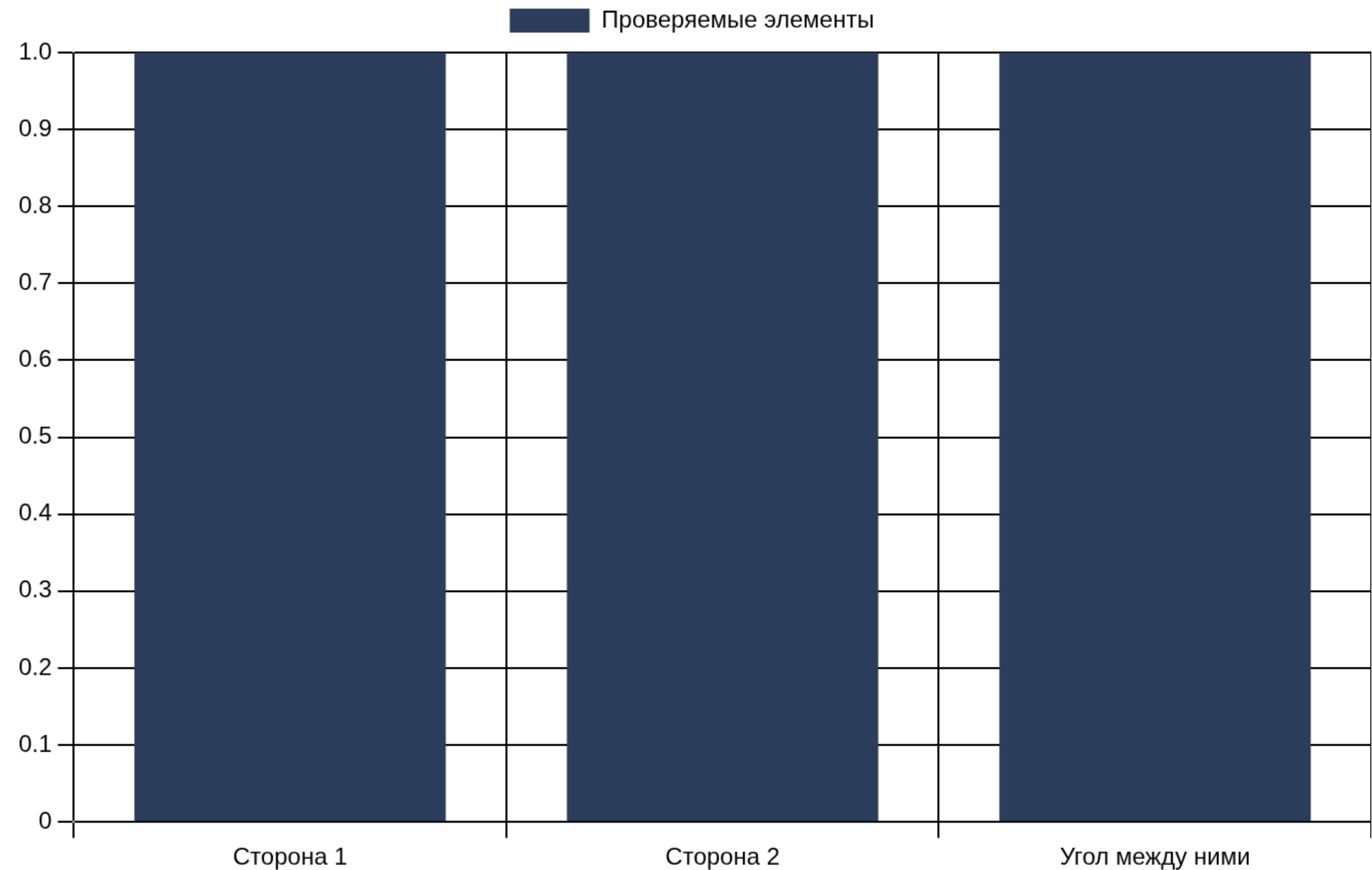
Преждевременный вывод

Нельзя утверждать равенство до полной проверки всех трёх элементов. В геометрии важна точность: один пропущенный шаг делает доказательство неверным.

Почему три элемента дают точный вывод

Каждый из трёх элементов нужен не отдельно, а в сочетании с другими. Только вместе они фиксируют форму треугольника без двусмысленности.

Равенство двух сторон и включённого угла полностью определяет треугольник, поэтому вывод получается однозначным.



Где применяется первый признак

Нахождение отрезков



Признак помогает доказать равенство отрезков на рисунке, когда они принадлежат равным треугольникам. После этого можно уверенно сравнивать длины без прямых измерений.

Проверка симметрии



При осевой или зеркальной симметрии часто возникают пары равных треугольников. Первый признак позволяет быстро подтвердить, что части фигуры совпадают.

Задачи на построение



В построениях он нужен для проверки, что полученная фигура действительно совпадает с требуемой. Это особенно полезно, когда известны две стороны и угол между ними.

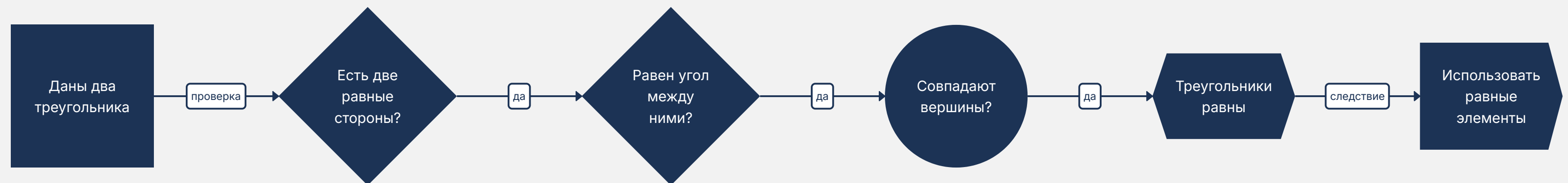
Доказательства свойств



В школьных задачах признак часто становится ключевым шагом в доказательстве равенства углов, равнобедренности и других свойств геометрических фигур.

От условия к выводу в задаче

Последовательность рассуждений, характерная для доказательств в курсе геометрии 8 класса.



Что даёт доказанное равенство треугольников

01

Известны все соответствия

После доказательства равенства можно сразу утверждать равенство всех соответствующих сторон и углов. Это сильно сокращает решение и убирает необходимость в дополнительных построениях.

03

Завершается доказательство

Во многих задачах именно этот шаг становится последним: после установления равенства треугольников нужное свойство уже следует из равенства соответствующих элементов.

02

Можно находить неизвестное

Если один элемент в равных треугольниках неизвестен, его легко определить через соответствующий элемент другого треугольника. Так решаются многие задачи на длины и углы.

Короткий пример для запоминания

1. Три данных элемента

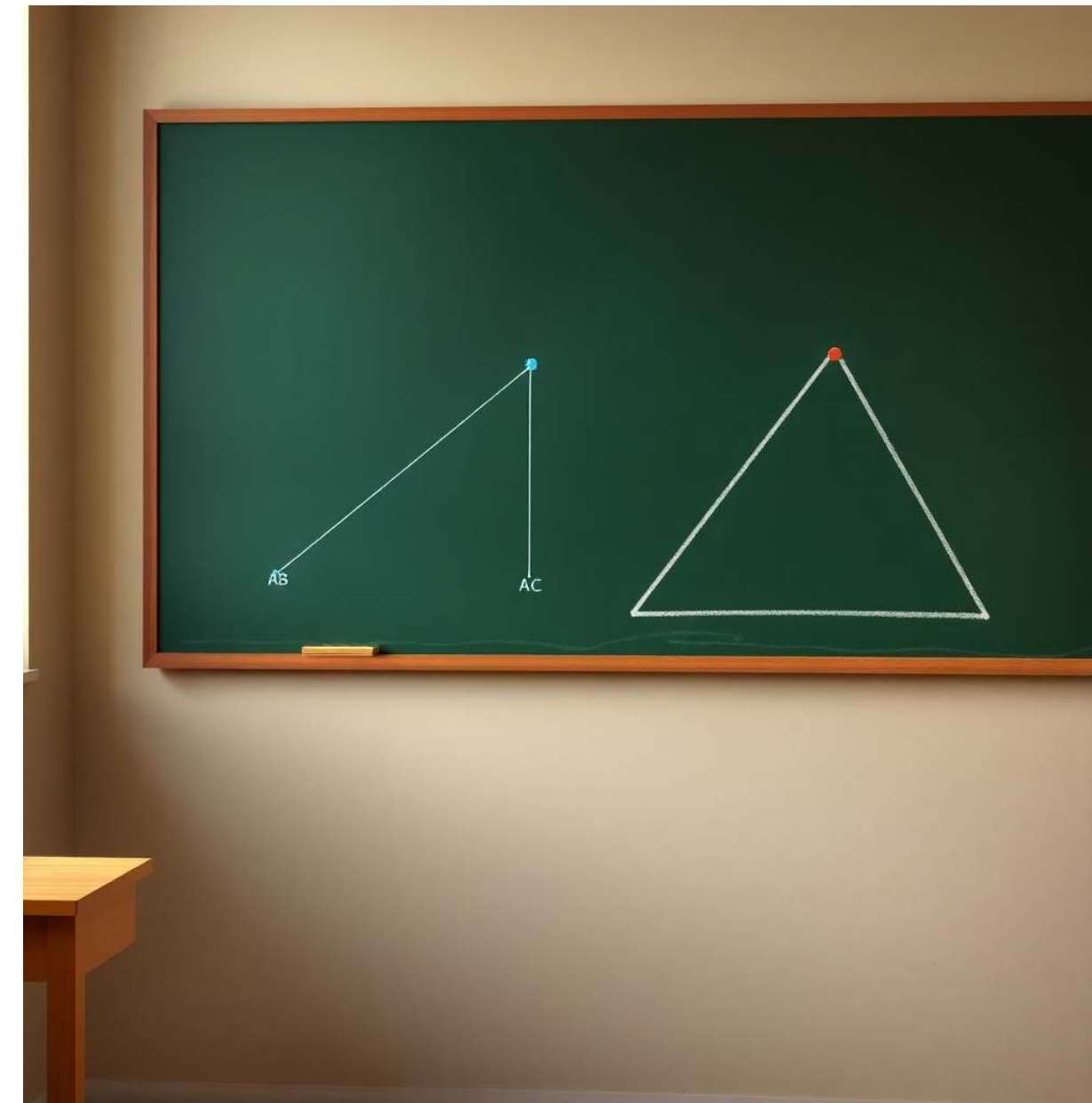
Если $AB = A'B'$, $AC = A'C'$ и $\angle A = \angle A'$, то в двух треугольниках совпадают две стороны и угол между ними. Этого достаточно для применения первого признака.

3. Удобная проверка

Такой пример легко запомнить как короткий шаблон для решения задач. Если на чертеже видны именно эти три совпадения, вывод о равенстве делается без лишних шагов.

2. Правильная запись

Треугольники ABC и $A'B'C'$ записаны в соответствующем порядке, поэтому сразу видно, какие вершины и стороны нужно сравнивать. Это помогает не ошибиться в доказательстве.



Первый признак — основа точного доказательства

Первый признак равенства треугольников помогает по двум сторонам и углу между ними быстро получать строгий вывод. Он делает геометрию понятной, наглядной и удобной для решения задач.