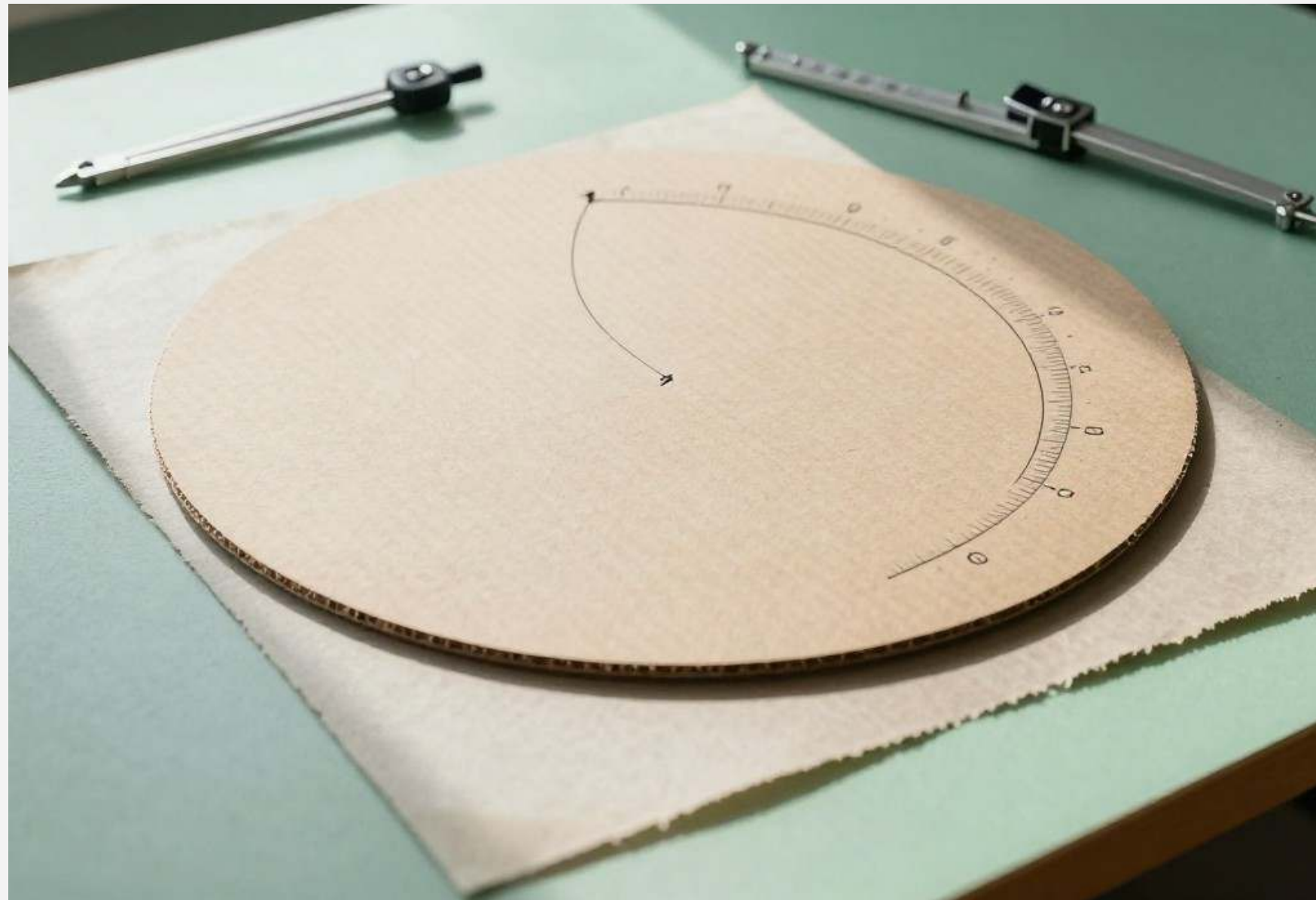


Измерение углов дугами окружностей

Дуга подсказывает меру угла
без транспортира.



Основа работы с окружностью



Окружность, радиус, хорда и дуга — основные элементы рисунка. Чтобы измерять углы, нужно уметь читать их связь с дугами в градусах.

Зачем нужны дуги в задачах



Быстрый путь

На чертеже дуга помогает заменить измерение транспортиром: достаточно понять, какая часть окружности лежит под углом, и связать её с известным правилом.

Подсказки на схеме

Если на рисунке отмечен центр и подписаны точки, проще увидеть, где расположен центральный угол, а где вписанный, и не перепутать их.

Выделение дуги

Цветное выделение дуг показывает, к какой части окружности относится каждый угол. Это особенно удобно в задачах на сравнение и проверку ответа.

Чтение обозначений

Буквенные обозначения вершин и концов дуги помогают читать условие без лишних догадок. Тогда решение строится по самому рисунку, а не наугад.

Основные понятия и названия

Окружность и центр

Окружность — это линия, все точки которой одинаково удалены от центра. Её удобно рассматривать как основу для всех дальнейших измерений в задаче.

Радиус и хорда

Радиус соединяет центр с точкой окружности, а хорда соединяет две точки окружности. Эти отрезки часто помогают увидеть, где находится нужный угол.

Что такое дуга

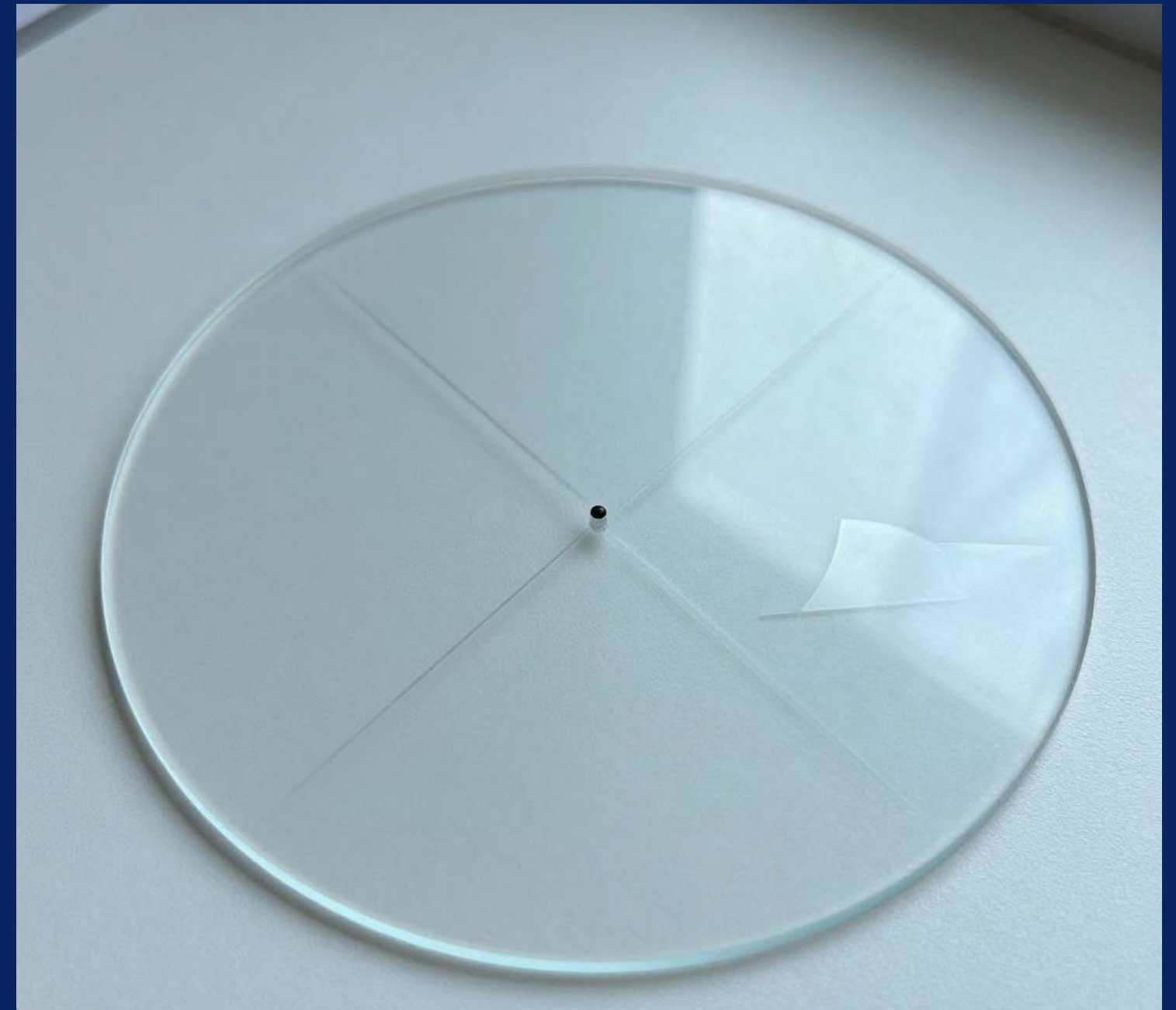
Дуга — это часть окружности между двумя точками. Именно её градусную меру используют, когда переводят рисунок в число и обратно.

Два вида углов

Центральный угол имеет вершину в центре, а вписанный — на окружности. От их положения зависит, как именно связать угол с дугой.

Сегмент круга

Сегмент — часть круга, которая отделена хордой и дугой. Если помнить это название, легче понимать, какие углы лежат в одной области.



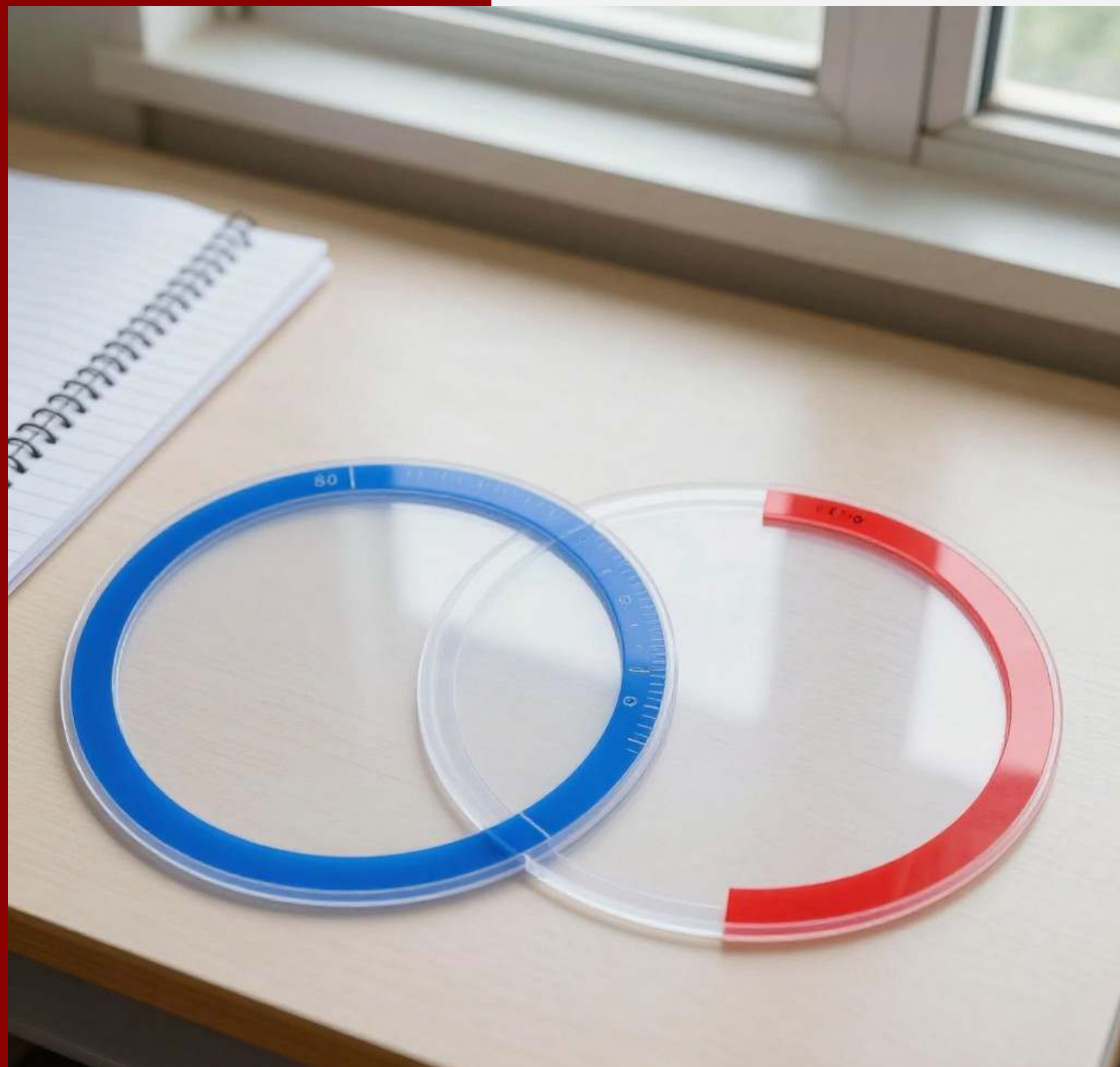
74°

— именно такой будет и дуга,
на которую он опирается.

Свойство центрального угла окружности

**Это число связывает рисунок
с ответом: у центрального угла
и его дуги мера совпадает.**

Теорема о вписанном угле



01. Найти исходную дугу

Сначала находят центральный угол или дугу, на которую он опирается. Это позволяет установить исходную меру, от которой затем строится вся задача.

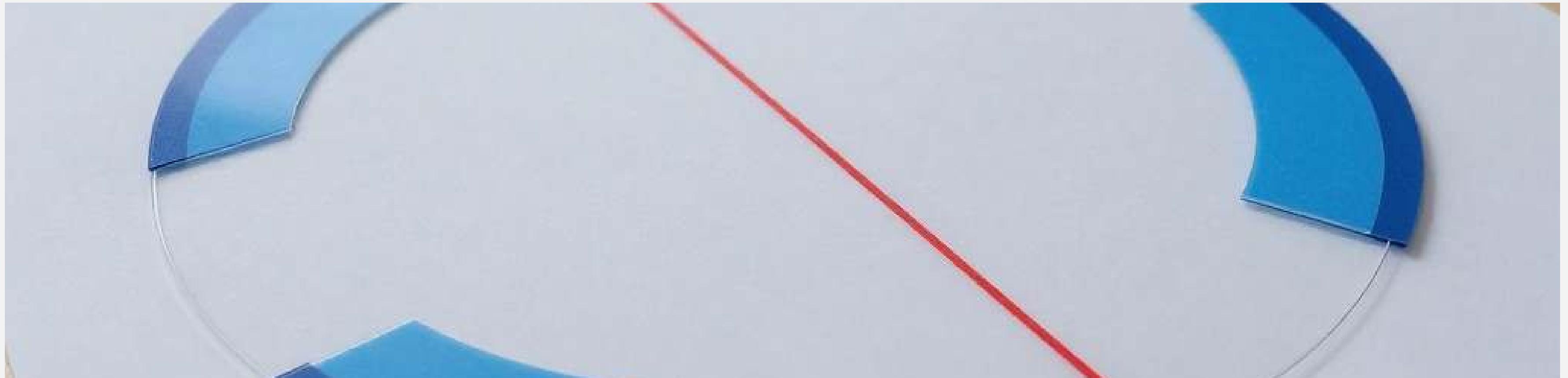
02. Применить правило половины

Если вписанный угол опирается на ту же дугу, его мера всегда вдвое меньше центрального. Поэтому важно сравнивать именно одну и ту же часть окружности.

03. Проверить на примере

При дуге 80° центральный угол равен 80° , а вписанный — 40° . Такой переход часто помогает быстро получить ответ без дополнительных построений.

Следствия: равные углы в одном сегменте



Одинаковая дуга

Два вписанных угла, которые опираются на одну дугу, имеют одинаковую градусную меру. Это удобно, когда на рисунке нужно сравнить несколько углов сразу.

Одна хорда

То же верно для углов, опирающихся на одну хорду: их значения совпадают, потому что они связаны с одной и той же частью окружности.

Один сегмент

Такие углы лежат в одном сегменте, поэтому их легко искать и проверять по одному и тому же участку рисунка без лишних вычислений.

Как выбрать нужную дугу

■ Найти концы

Сначала посмотрите на стороны угла и отметьте точки, где они пересекают окружность. Именно эти точки задают концы дуги, которую нужно использовать.

■ Определить вид угла

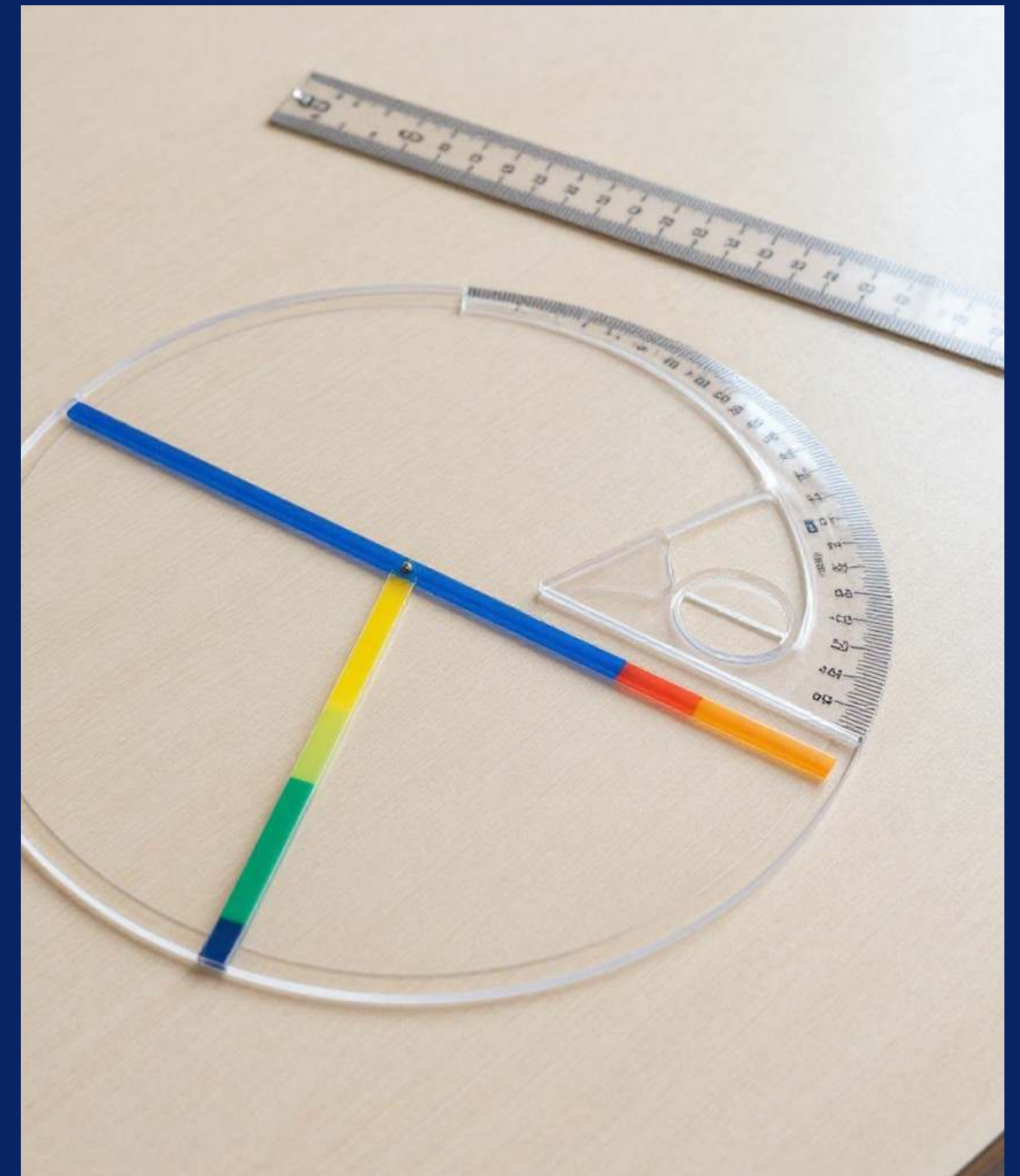
После этого сравните положение вершины угла с центром окружности. Если вершина в центре, работает правило центрального угла; если на окружности — вписанного.

■ Проверить размер

Затем проверьте, какая дуга перед вами: малая или большая. От этого зависит ответ, потому что разные дуги могут иметь разные градусные меры.

■ Избежать ошибки

В конце убедитесь, что не перепутаны внутренний и внешний сектор. Такая проверка помогает избежать самой частой ошибки в задачах на дуги.



Пример 1: дуга и два угла

Дана дуга АВ

На рисунке дуга АВ выделена отдельно, поэтому именно её мера известна: 126° . Это основной ориентир, от которого дальше находят оба угла.

Центральный угол

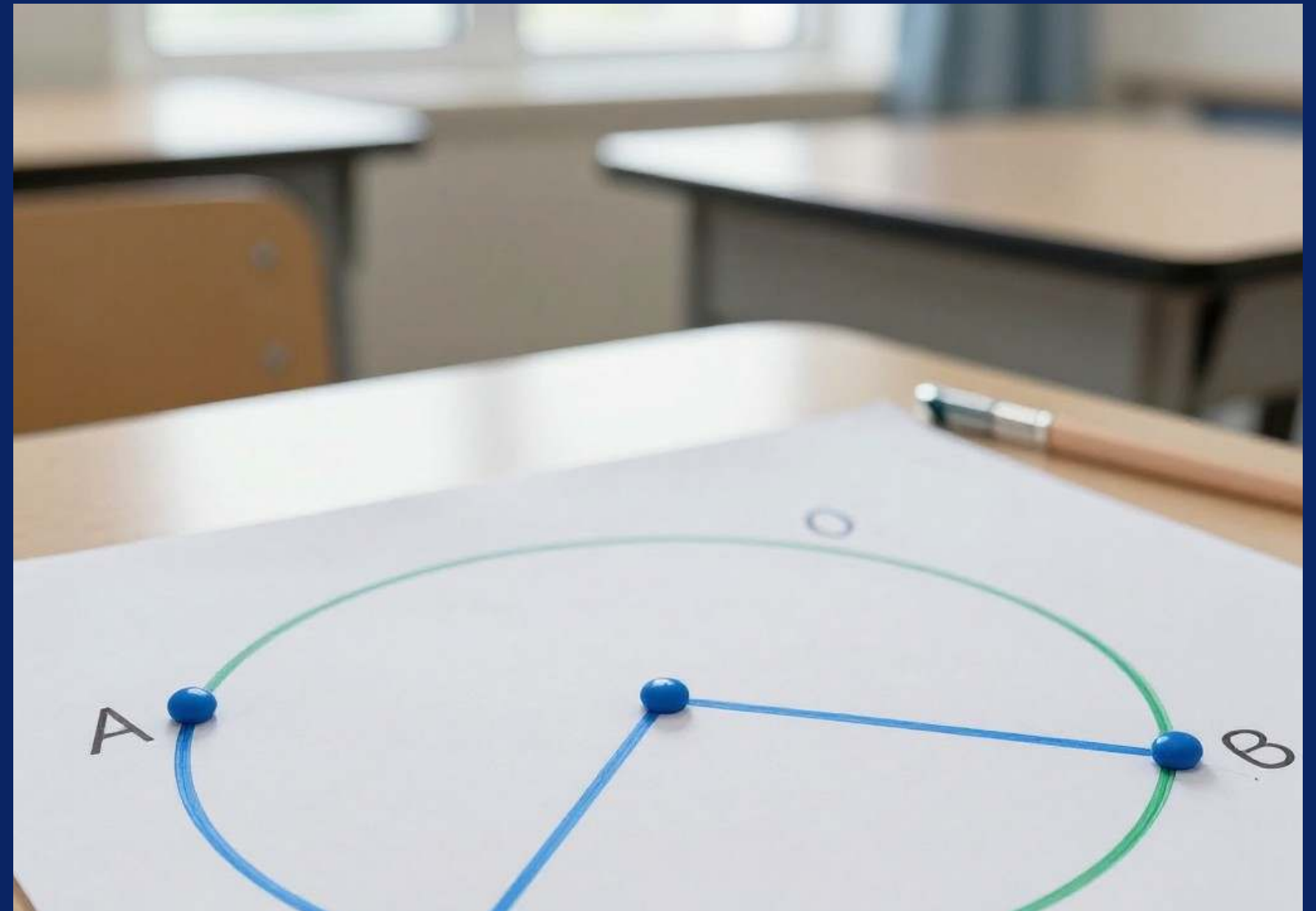
Центральный угол с вершиной в точке О опирается на ту же дугу АВ. Значит, его градусная мера совпадает с мерой дуги.

Вписанный угол

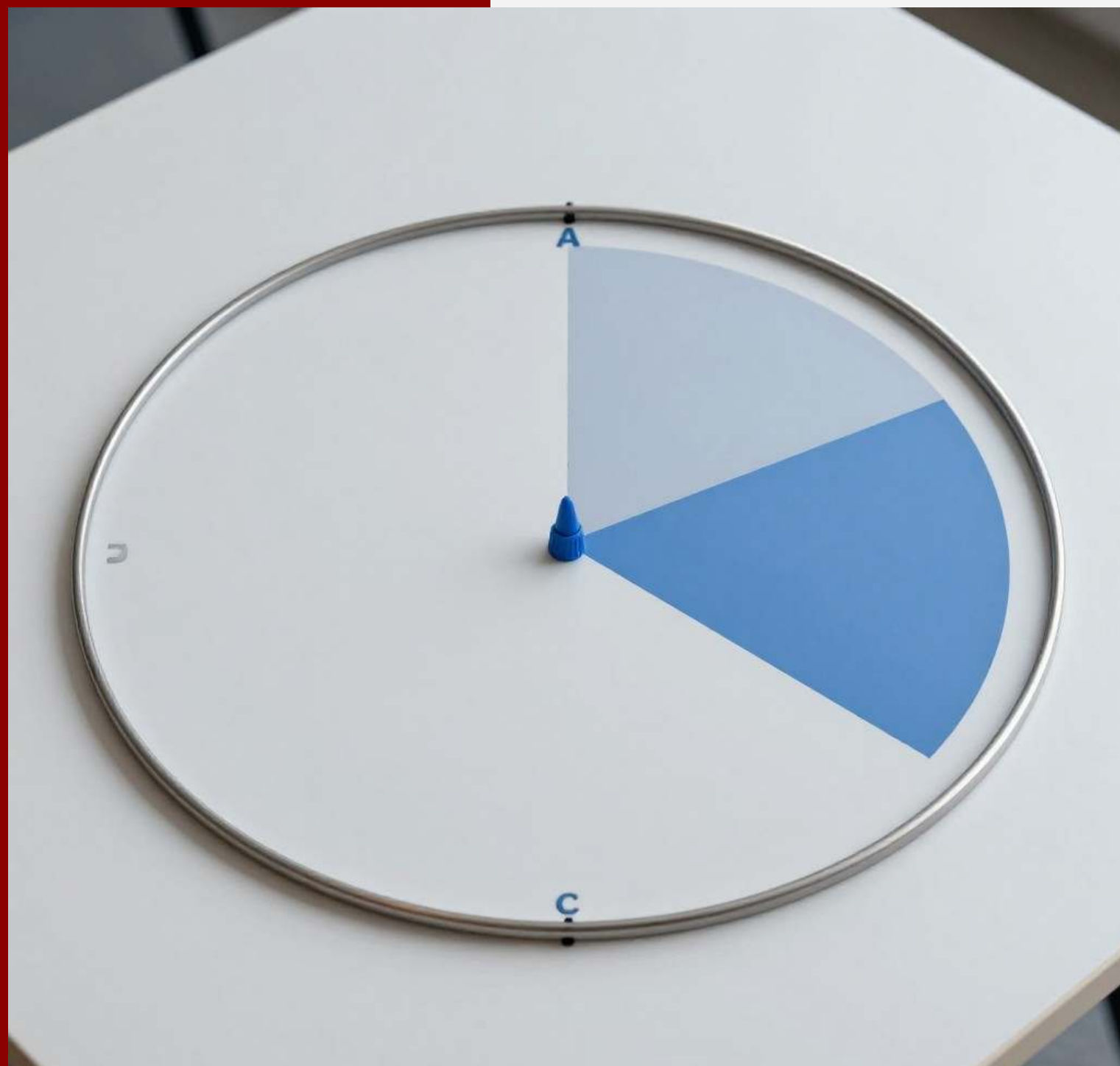
Вписанный угол расположен на окружности и опирается на ту же дугу АВ. Поэтому его мера вдвое меньше: 63° .

Чтение рисунка

Такая схема показывает связь между цветной дугой, центром О и углом на окружности. По подписи легко понять, какое правило применять.



Пример 2: от центрального к вписанному



01. Шаг 1: найти дугу

Сначала отмечают точки А, О и В и понимают, что угол АОВ — центральный. Его вершина в центре сразу задаёт меру дуги АВ.

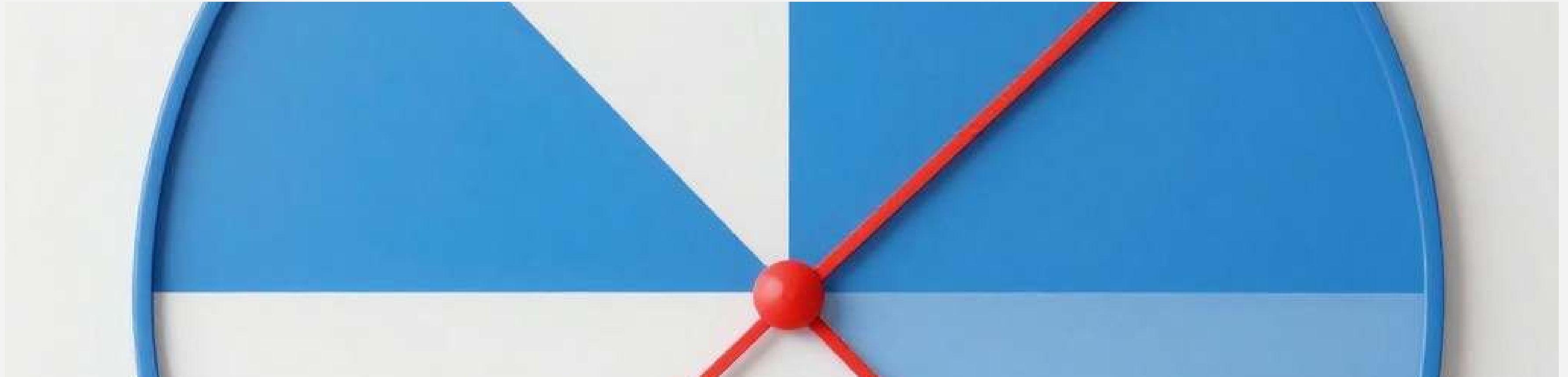
02. Шаг 2: перейти к дуге

Если центральный угол АОВ равен 48° , то дуга АВ тоже имеет 48° . Это значение переносится на ту же часть окружности без изменений.

03. Шаг 3: разделить пополам

Теперь смотрят на вписанный угол АСВ, который опирается на дугу АВ. Его мера вдвое меньше: 24° . Так получают ответ по рисунку.

Пример 3: большая дуга и вписанный угол



Центральный угол

Дуга 150° сразу задаёт меру центрального угла: он равен ей полностью. Это удобная опора для вычислений, когда на чертеже подписана именно дуга, а не сам угол.

Вписанный угол

Для вписанного угла на ту же дугу работает правило половины. Значит, при дуге 150° вписанный угол равен 75° и легко проверяется по рисунку.

Одна и та же дуга

Если видна хорда АВ, важно связать её с дугой АВ, а не с другой частью окружности. Тогда оба угла считаются по одной и той же основе.

Пример 4: найти дугу по углу

■ Шаг 1. Найти дугу

Сначала читаем не угол, а то, на что он опирается. Если вписанный угол равен 37° , то речь идёт о той же дуге, что и у центрального угла.



■ Шаг 2. Удвоить

Поскольку центральный угол вдвое больше вписанного, его мера равна 74° . Именно эта величина совпадает с градусной мерой дуги, на которую он опирается.

■ Шаг 3. Записать дугу

Теперь ответ уже известен: дуга тоже равна 74° . Такой обратный ход особенно полезен, когда на чертеже указаны только углы и нужно восстановить дугу.

Пример 5: быстрая проверка ответа

Проверка числа

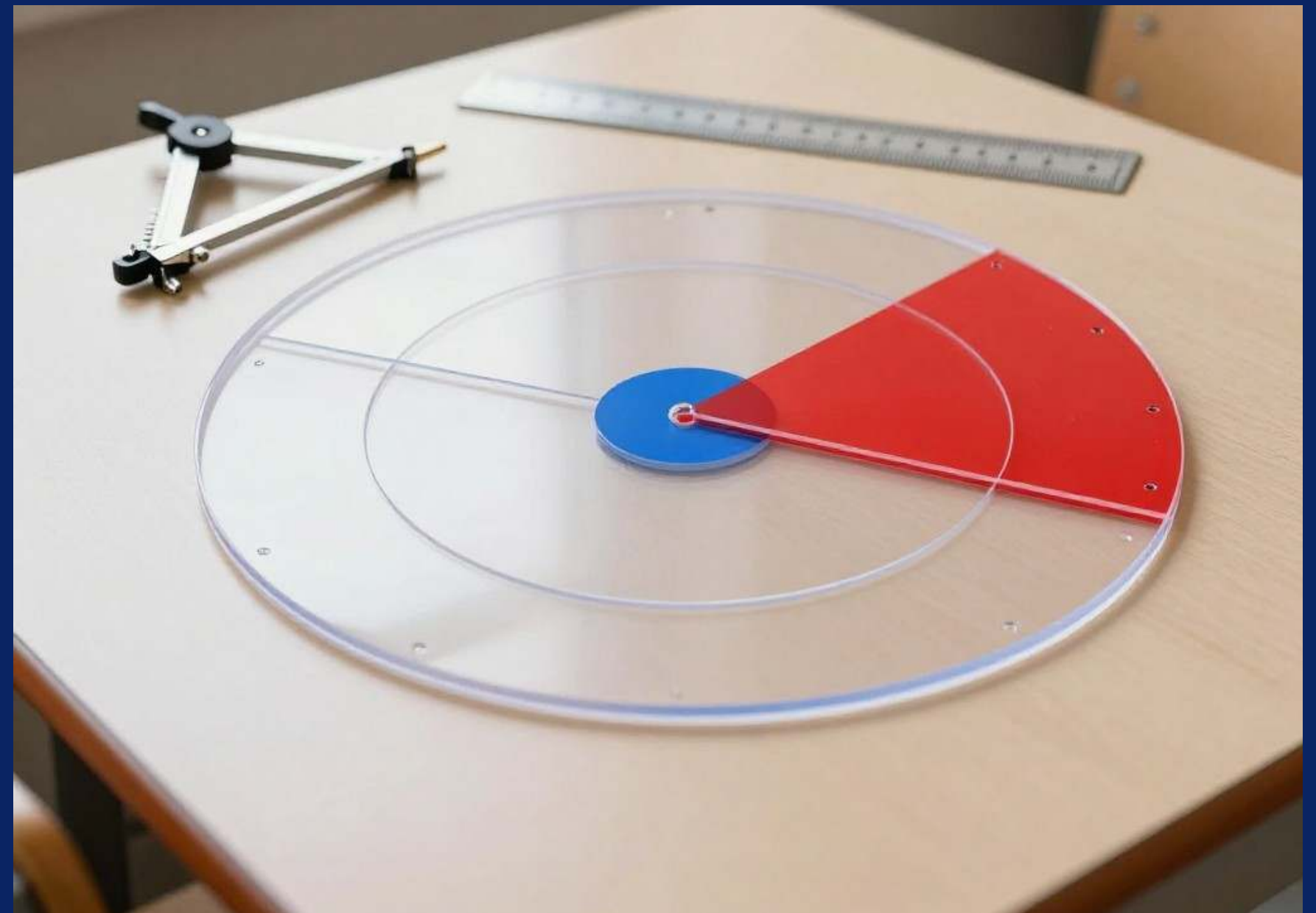
Если вписанный угол равен 41° , то соответствующий центральный угол обязан быть 82° . Это первое и самое быстрое сравнение, которое помогает отсеять неверный вариант.

Несовпадение видно сразу

Когда на рисунке стоит 80° , правило не совпадает с найденной парой 41° и 82° . Значит, угол относится к другой дуге или имеет иной вид.

Быстрая самопроверка

Такой контроль экономит время: вместо долгого пересчёта достаточно проверить половину или удвоение. Если связь не работает, нужно заново выбрать дугу и вершину угла.



Задача с несколькими углами

В таблице видно, что два угла на дугу 110° равны между собой и заметно больше третьего угла, связанного с дугой 60° .

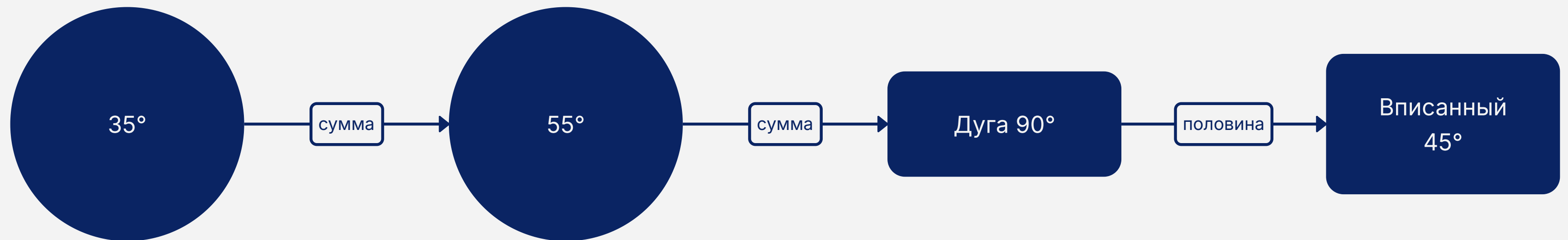
Углы одинаковы, если опираются на одну дугу; меньшая дуга 60° даёт меньший вписанный угол 30° . Привязка к дуге решает задачу без лишних вычислений.



Учебный пример по теме «Измерение углов дугами окружностей»

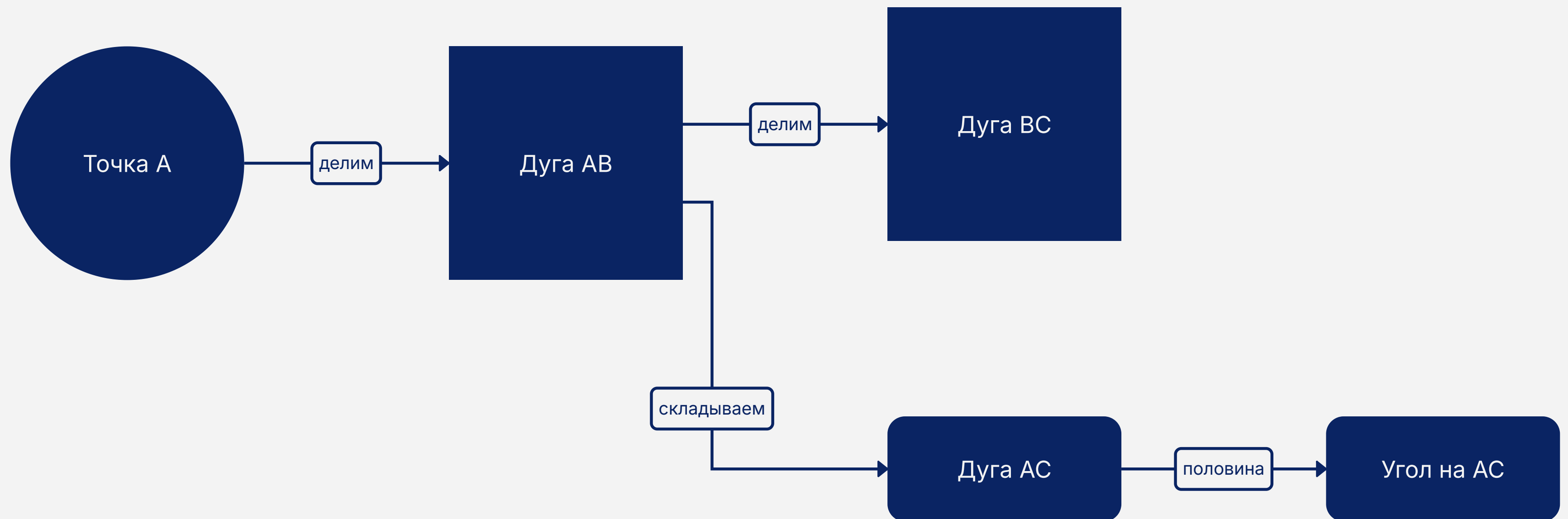
Разбиение дуги на части

Последовательность основана на сложении соседних центральных углов и переходе к вписанному углу на ту же дугу.

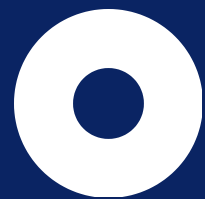


Пошаговое решение через промежуточные дуги

Схема показывает, как по частям дуги переходят к общей дуге и затем находят соответствующие углы.



Типичные ошибки и исправления



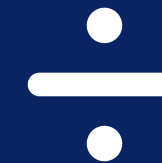
Неверная вершина

Путают центральный угол с вписанным и берут неправильное число. Сначала проверьте, где находится вершина: в центре окружности или на её границе.



Не та дуга

Берут противоположную дугу, хотя угол смотрит на ближайшую хорду. Полезно провести глазами обе стороны угла и отметить именно нужные концы дуги.



Нет деления пополам

Забывают, что вписанный угол вдвое меньше центрального. После вычисления быстро сравните ответ с половиной или удвоением, чтобы не оставить арифметическую ошибку.



Не отмечен центр

Отсутствует центр O , и поэтому трудно понять тип угла. Простая отметка центра сразу помогает отличить центральный угол от всех остальных на рисунке.



Полезная проверка

Помогает короткая проверка по схеме: выделить дугу, прочитать вершину, затем сопоставить число с правилом. Так решение становится короче и надёжнее.

Мини-контроль по рисункам

Задание	Что найти	Опора
1	дугу	хорда
2	центр. угол	дуга
3	вписанный	та же дуга
4	равенство	одна дуга

Контрольные вопросы по теме «Измерение углов дугами окружностей»

Мини-контроль помогает быстро проверить, умеете ли вы читать дуги, хорды и вершины углов на схеме без дополнительных измерений.

Во всех заданиях решающими остаются только подписи на рисунке: дуга, хорда и положение вершины угла. Именно они задают правильное действие.

Краткая памятка из трёх правил

 **Центральный угол = дуга**

Центральный угол всегда имеет ту же градусную меру, что и дуга, на которую он опирается. Это первое правило позволяет сразу переводить рисунок в число.

 **Вписанный угол — половина**

Вписанный угол на ту же дугу всегда равен половине дуги. Если известен угол, можно восстановить дугу, просто удвоив значение.

 **Одна дуга — равные углы**

Два вписанных угла, опирающиеся на одну и ту же дугу, равны между собой. Это удобно для проверки ответов и поиска неизвестных углов.

Три правила для любых задач

Запомните три опоры: центральный угол равен дуге, вписанный угол составляет половину той же дуги, а углы на одну дугу равны. С ними задачи решаются быстро и уверенно.

