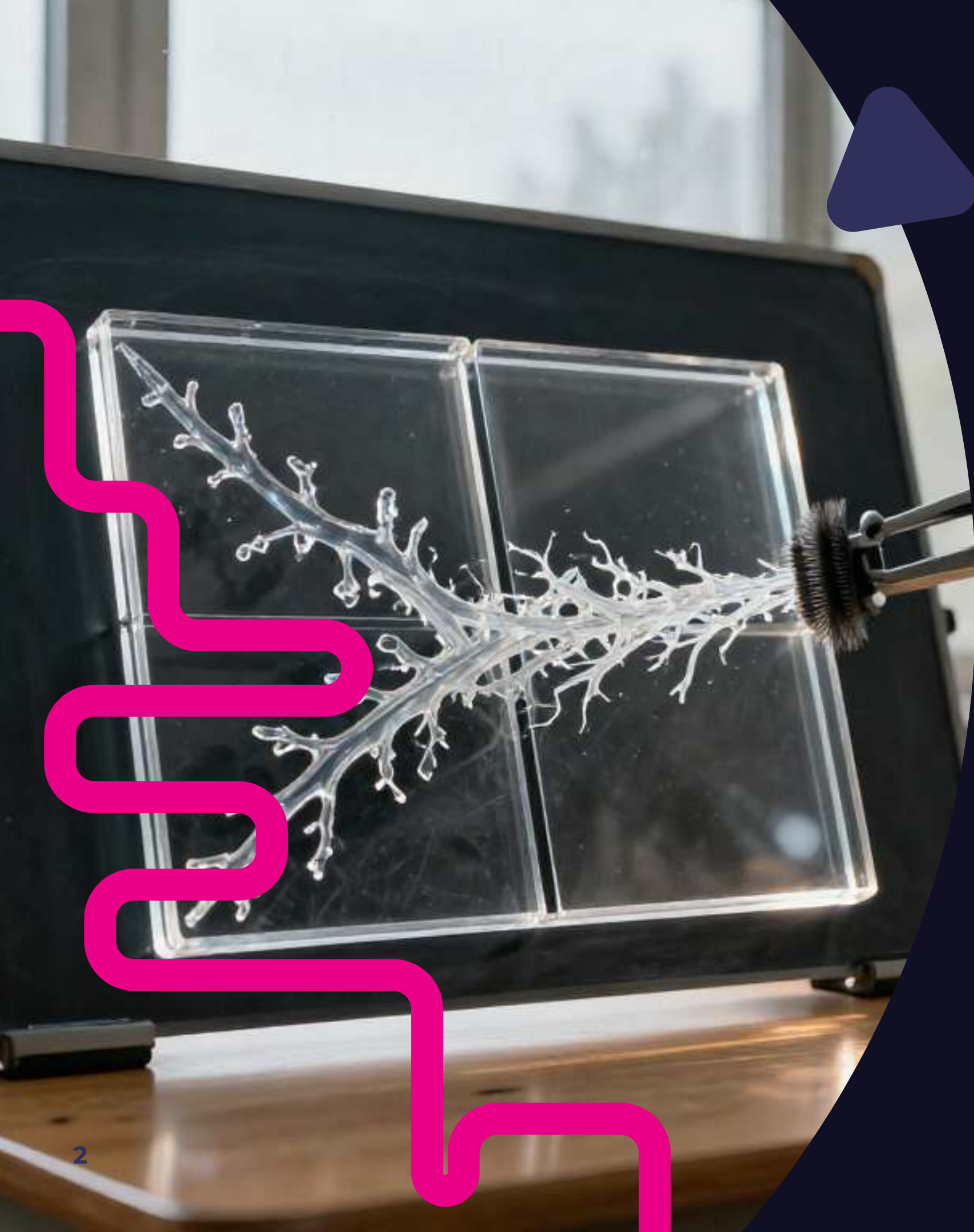


Уничтожение иррациональности в знаменателе и числителе

Рационализация дробей с корнями:
от базовых приёмов к уверенным
преобразованиям.





Зачем убирают корни из дроби

Дроби с радикалами неудобны для вычислений и дальнейших преобразований. Рационализация сохраняет значение выражения, но делает запись стандартной, облегчая сравнение, сокращение и проверку тождеств.

A large pink circle is positioned on the left side of the slide. To its right, there are two horizontal wavy lines in a light pink color, one above and one below the circle. The background is a dark navy blue.

3

из трёх корней обычно начинается разбор типичных школьных примеров такой записи.

В школьной алгебре именно эти примеры чаще всего показывают, где корень мешает удобной форме ответа.

Формулировка темы и типовые школьные примеры из условия задания

Рационализация знаменателя на простом примере

▼ Идея приёма

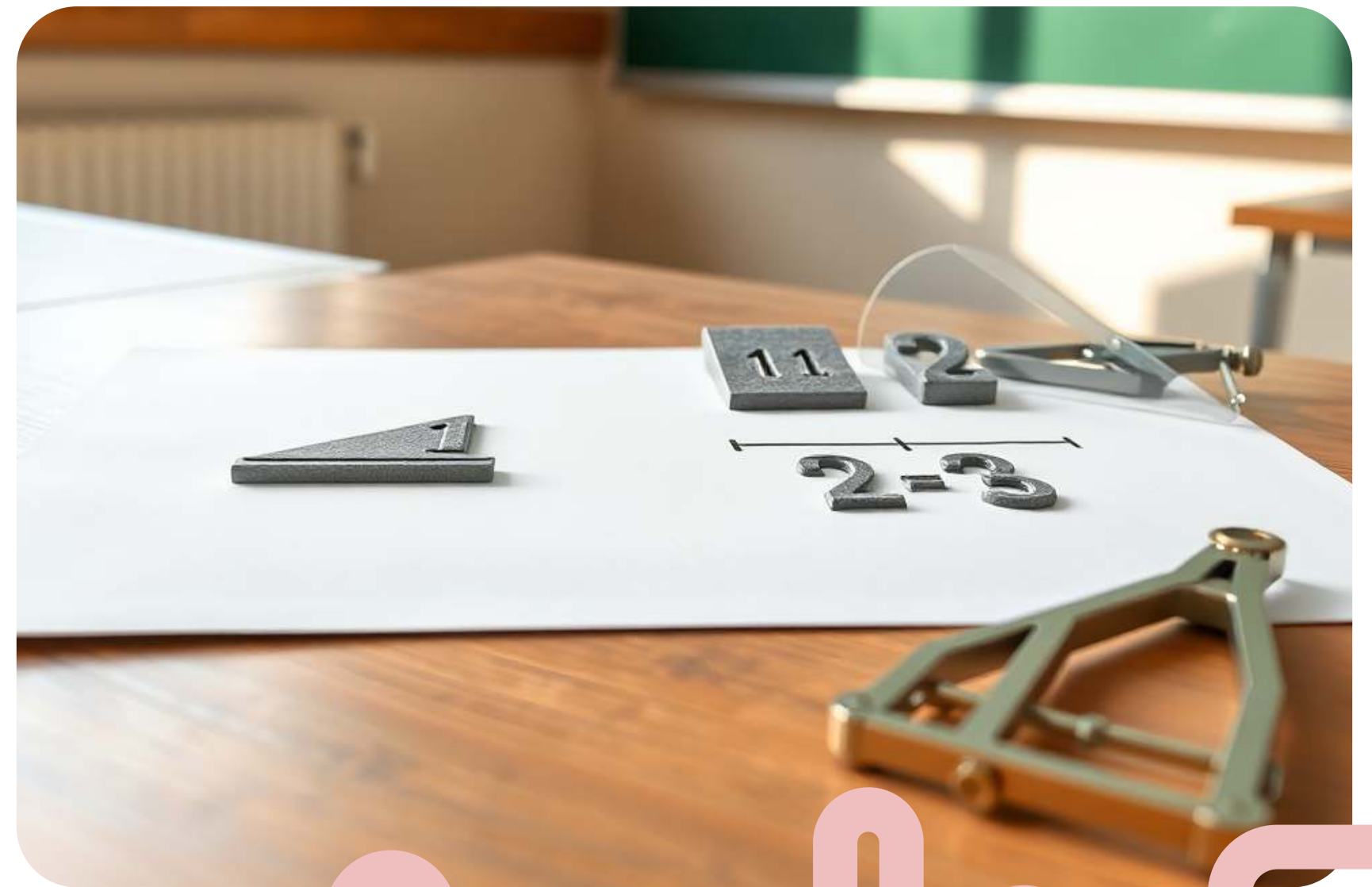
Чтобы не изменить значение дроби, её умножают на выражение, равное единице. В результате корень исчезает из знаменателя, а сама дробь остаётся равносильной исходной.

▼ Классический пример

Для дроби $1/\sqrt{3}$ удобно умножить числитель и знаменатель на $\sqrt{3}$. Получается $\sqrt{3}/3$ — та же величина, но в более привычной алгебраической записи.

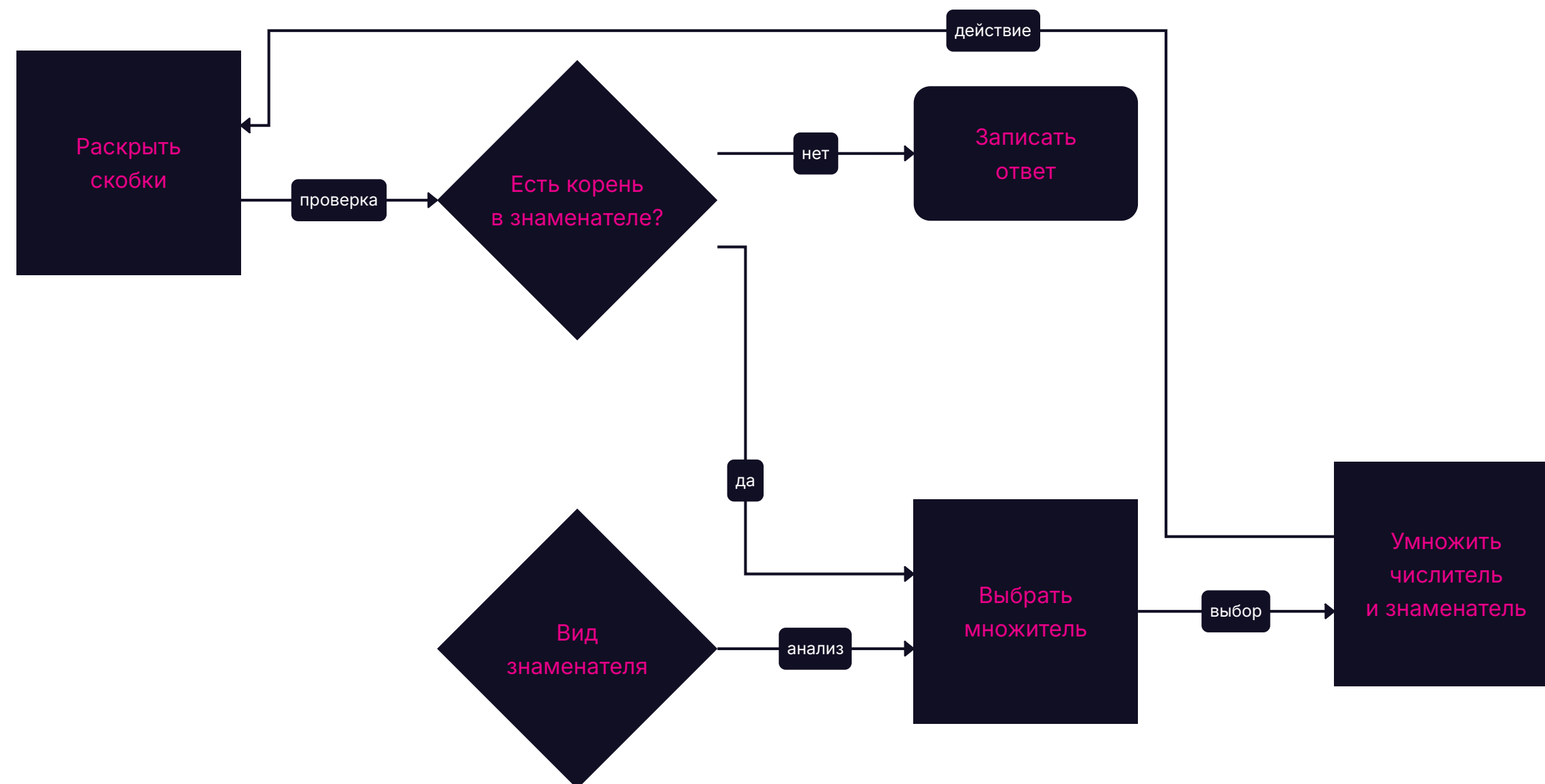
▼ Что важно заметить

Одинаковые по значению выражения могут выглядеть по-разному. Рационализация не меняет число, зато делает дробь удобнее для сравнения, преобразований и последующих вычислений.



Алгоритм устранения иррациональности из знаменателя

Последовательность действий при рационализации дробей с корнями



Случай, когда знаменатель — один квадратный корень

01

Шаг 1. Найти корень

Если в знаменателе стоит одно выражение вида $\sqrt{a}$, рационализация выполняется самым коротким способом: дробь умножают на $\sqrt{a}/\sqrt{a}$ и не меняют её значение.

02

Шаг 2. Убрать радикал

При перемножении $\sqrt{a} \cdot \sqrt{a}$ получается a , поэтому корень исчезает из знаменателя. Этот приём особенно удобен, когда нужно быстро привести дробь к стандартному виду.

03

Шаг 3. Проверить результат

В ответе знаменатель должен стать рациональным числом. Примеры $5/\sqrt{2} = 5\sqrt{2}/2$ и $3/\sqrt{7} = 3\sqrt{7}/7$ показывают, как работает этот способ на практике.



Случай суммы или разности в знаменателе



- **Использовать сопряжённое**

Если знаменатель имеет вид $a+\sqrt{b}$ или $a-\sqrt{b}$, к нему подбирают сопряжённое выражение. Такой выбор превращает произведение в разность квадратов и убирает корень из знаменателя.

- **Работать аккуратно со знаками**

При раскрытии скобок особенно важно не потерять знак минус. В выражениях $1/(2+\sqrt{3})$, $4/(5-\sqrt{2})$ и $3/(1+\sqrt{7})$ именно знак определяет правильный итог.

- **Получить рациональный знаменатель**

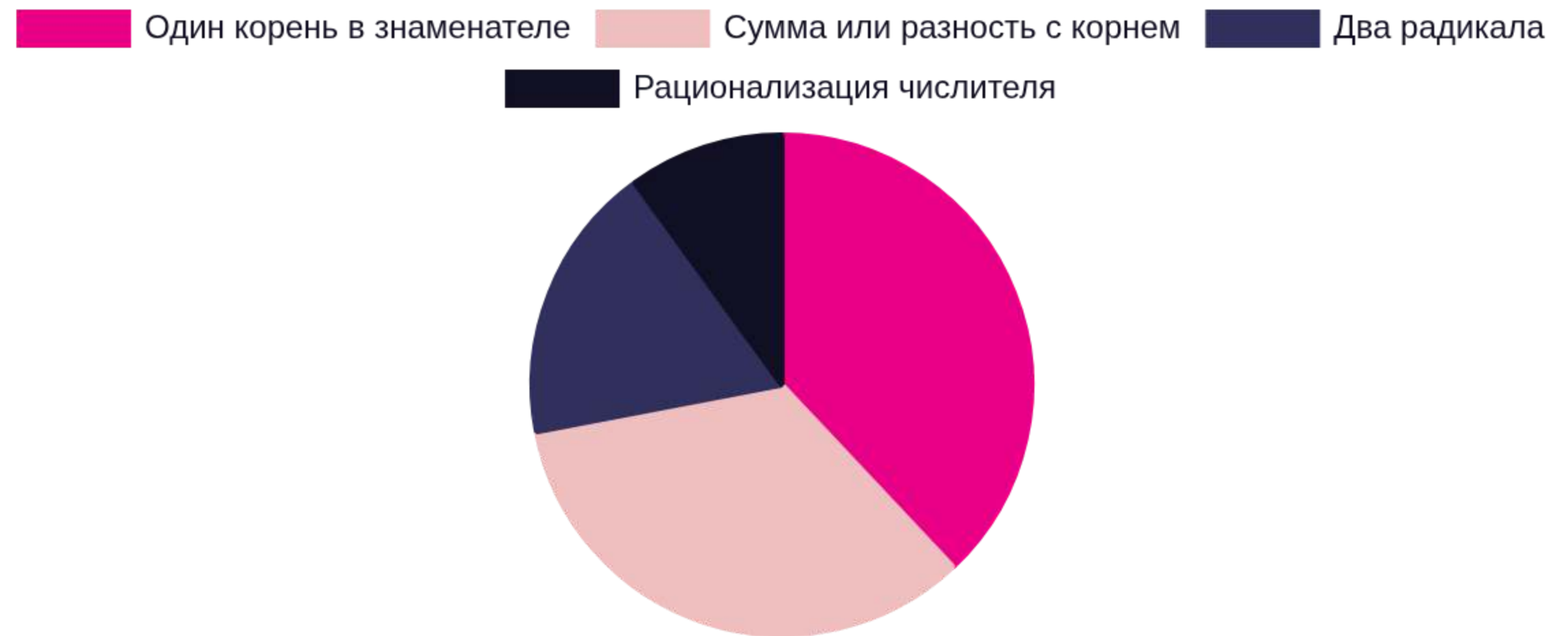
После умножения на сопряжённое дробь становится удобной для дальнейших преобразований. Этот случай требует больше внимания, чем умножение на один корень, но принцип остаётся тем же.

Какие формы иррациональных дробей встречаются чаще всего

Диаграмма показывает, что наибольшую долю составляют самые простые случаи с одним корнем и сопряжёнными выражениями.

Основная практика сосредоточена на двух типах дробей: с одиночным радикалом и с суммой или разностью.

Данные из условия презентации



Тип выражения и способ преобразования

Таблица связывает вид дроби с выбором множителя и конечной формой записи после рационализации.

Выбор множителя определяется структурой дроби: один корень убирают прямым умножением, а сумму или разность — через сопряжённое выражение.

Типовые школьные приёмы рационализации

Вид	Множитель	Итог
$1/\sqrt{a}$	$\sqrt{a}$	a
$a/\sqrt{b}$	$\sqrt{b}$	b
$1/(m+\sqrt{n})$	$m-\sqrt{n}$	m^2-n
$1/(\sqrt{p}-\sqrt{q})$	$\sqrt{p}+\sqrt{q}$	$p-q$

Рационализация числителя как отдельный приём



Когда это нужно

Иногда корень удобнее убрать именно из числителя, если так проще продолжать преобразование. Это помогает получить более ясную алгебраическую форму и подготовить выражение к сокращению.



Сопряжённое выражение

Чаще всего используют умножение на сопряжённое, чтобы сумма или разность в числителе превратилась в разность квадратов. Тогда иррациональность исчезает без изменения значения дроби.



Практический смысл

Приём полезен в выражениях, где нужно получить рациональный коэффициент сверху, например при работе с дробями вида $(\sqrt{5}-2)/(\sqrt{5}+2)$. Он делает дальнейшие шаги заметно короче.

Как преобразуется числитель при умножении на сопряжённое

01

Сопряжённые множители

Если числитель содержит сумму или разность с корнем, его умножают на сопряжённое выражение. Тогда применяется формула разности квадратов, и иррациональная часть исчезает без изменения значения дроби.

02

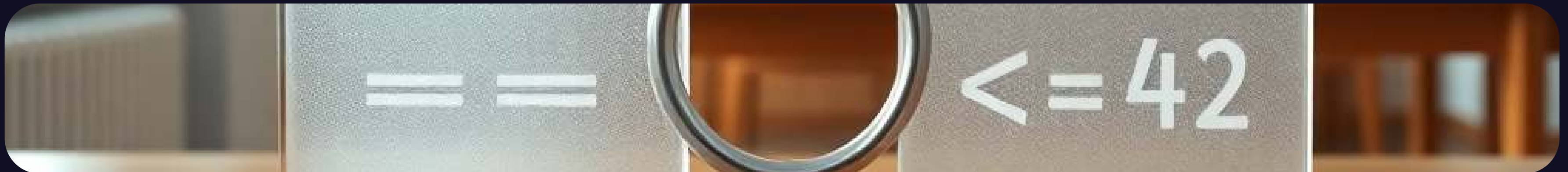
Краткий результат

Например, произведение $(\sqrt{5}-2)(\sqrt{5}+2)$ даёт $5-4=1$. В более сложных выражениях аналогичный приём убирает корни из числителя и делает запись компактнее для дальнейших преобразований.

03

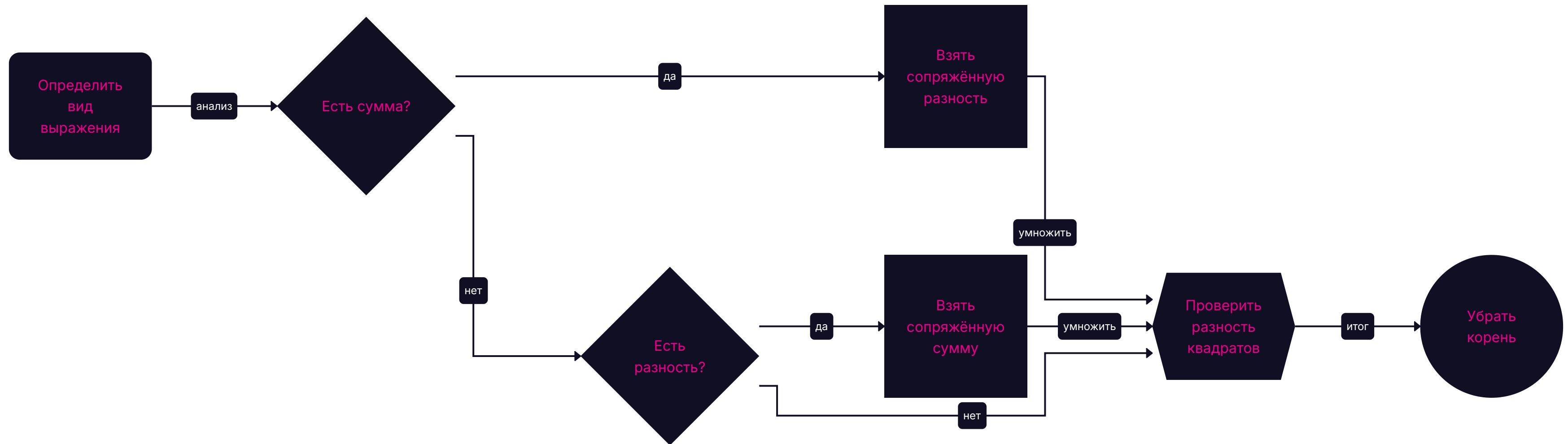
Польза для дробей

Когда числитель и знаменатель содержат общие множители, после рационализации часто появляется возможность сократить дробь. Это особенно удобно в задачах, где требуется получить короткий и рациональный ответ.



Как выбирается сопряжённый множитель

Логика выбора множителя определяется формой суммы, разности и числом иррациональных слагаемых в целевой части дроби.



Формулы сокращённого умножения, которые лежат в основе метода

01

Разность квадратов

Основная формула рационализации — $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$. Она позволяет уничтожить иррациональность в числителе или знаменателе, если одно из слагаемых содержит корень и подходит для сопряжённого множителя.

02

Квадрат разности

Формула $(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$ также полезна, когда выражение нужно возвести в квадрат перед упрощением. В школьных задачах она помогает аккуратно раскрывать скобки и не терять знаки.



Как меняется выражение после рационализации

Преобразование не изменяет значение дроби, но переводит её в более удобную алгебраическую форму для вычислений, сокращения и проверки равенств.

Главный эффект — исчезновение иррациональности из знаменателя; числитель при этом часто упрощается или остаётся с меньшим числом радикалов.

Учебные примеры по алгебре, 11 класс



Типичные ошибки при устранении иррациональности

01

Неумножение всей дроби

Нельзя умножать только числитель или только знаменатель: значение выражения изменится. Множитель должен стоять и сверху, и снизу, иначе рационализация превращается в обычную ошибку вычисления.

02

Неверное сопряжённое

Для суммы выбирают разность, а для разности — сумму. Если перепутать знак, разность квадратов не получится, и корень останется в целевой части дроби.

03

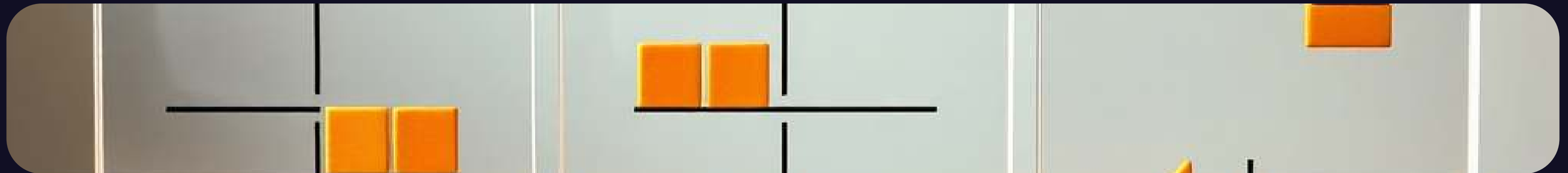
Ошибки со знаками

При раскрытии скобок часто теряют минус перед вторым слагаемым. Особенно это опасно в выражениях вида $a - \sqrt{b}$, где неверный знак меняет весь результат преобразования.

04

Ложное сокращение

Сокращать можно только общие множители, а не отдельные слагаемые и не сам корень. Проверка результата помогает вовремя заметить такие нарушения и сохранить правильное значение дроби.



Пошаговый пример рационализации знаменателя

Первый шаг: выбираем сопряжённое

Исходная дробь $\frac{3}{2-\sqrt{5}}$ неудобна для дальнейших вычислений, потому что в знаменателе стоит разность с корнем. Поэтому к ней подбирают сопряжённый множитель $2+\sqrt{5}$, который не меняет значение выражения. Уже на этом этапе видно, как структура дроби подсказывает ход преобразования.



Второй шаг: раскрываем результат

После умножения получаем $\frac{3(2+\sqrt{5})}{(4-5)}$. Здесь используется формула разности квадратов: $(2-\sqrt{5})(2+\sqrt{5})=4-5$. Знаменатель становится рациональным числом -1 , а вся дробь сводится к $-6-3\sqrt{5}$, где корень уже не находится в знаменателе.



Сравнение исходного и преобразованного вида дробей

Исходная дробь	Множитель	Новый знаменатель	Итог
$\frac{1}{\sqrt{a^3}}$	$\sqrt{a^3}$	3	$\frac{\sqrt{a^3}}{3}$
$\frac{2}{(1+\sqrt{a^2})}$	$1-\sqrt{a^2}$	-1	$\frac{2(1-\sqrt{a^2})}{-1}$
$\frac{4}{(\sqrt{a^7}-1)}$	$\sqrt{a^7}+1$	6	$\frac{4(\sqrt{a^7}+1)}{6}$

Таблица показывает, как один и тот же приём работает для разных типов иррациональных дробей и приводит выражение к более удобному виду.

Во всех случаях метод одинаков: подбирается сопряжённый множитель, после чего знаменатель становится рациональным и дробь легче упрощается.

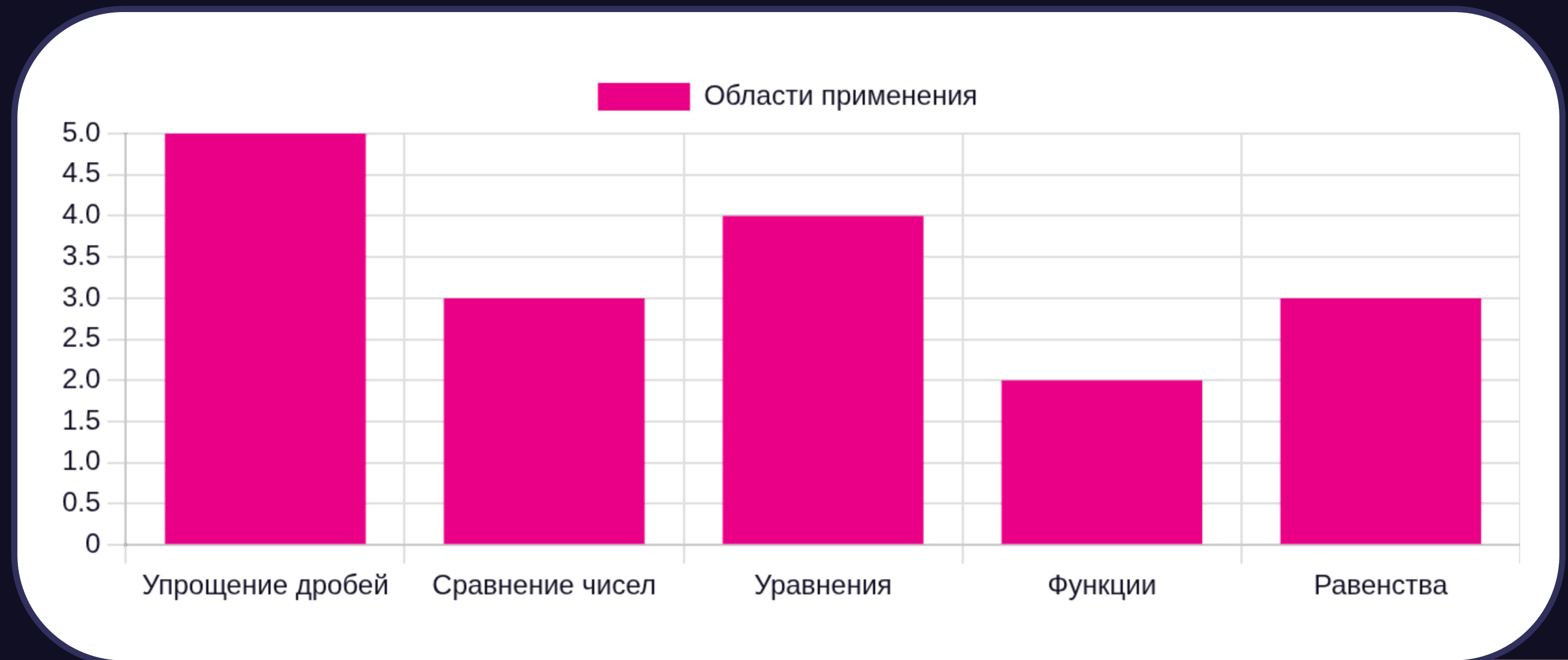
Учебные примеры по алгебре, 11 класс

Где рационализация используется в школьной алгебре

Рационализация чаще всего выступает как промежуточный шаг перед более сложным преобразованием. Она помогает сделать дальнейшие действия короче и точнее.

Наиболее востребована при упрощении дробных выражений и решении уравнений; в остальных разделах она поддерживает вычисления и проверку полученного результата.

Обобщение типовых школьных задач по алгебре



Связь темы с дальнейшими разделами алгебры



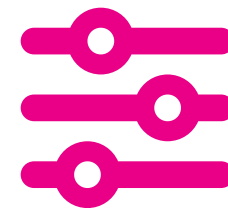
Иррациональные уравнения

Рационализация помогает избавиться от корней в знаменателе при решении уравнений и делает переход к равносильным преобразованиям более прозрачным и контролируемым.



Дробные выражения

При упрощении сложных дробей этот приём часто открывает путь к сокращению и к записи результата в стандартной форме, удобной для проверки.



Параметры

В выражениях с параметрами рационализация облегчает анализ области допустимых значений и позволяет аккуратно сравнивать случаи, не теряя важные условия.



Исследование функций

При изучении функций устранение иррациональности помогает преобразовать формулу к виду, удобному для анализа поведения, вычисления значений и проверки тождеств.

Рационализация: короткий путь к удобной записи

Устранение иррациональности сохраняет значение выражения, но делает его проще для вычислений, сокращения и проверки. Сопряжённые множители и формулы сокращённого умножения — главный инструмент этого метода.