

График функции $y = ax^2 + bx + c$

Парабола: коэффициенты, вершина, ось симметрии и нули функции.



Зачем изучать параболу в 9 классе

Квадратичная функция соединяет формулу, таблицу значений и график. Она помогает понимать уравнения, видеть нули функции и решать задачи на движение, площадь и поиск наибольших и наименьших значений. Важно уметь читать её свойства по виду параболы и по коэффициентам.



Что называется квадратичной функцией

1. Общий вид

Квадратичная функция записывается как $y = ax^2 + bx + c$, где $a \neq 0$. Именно наличие члена x^2 делает график не прямой, а изогнутой линией.

2. График функции

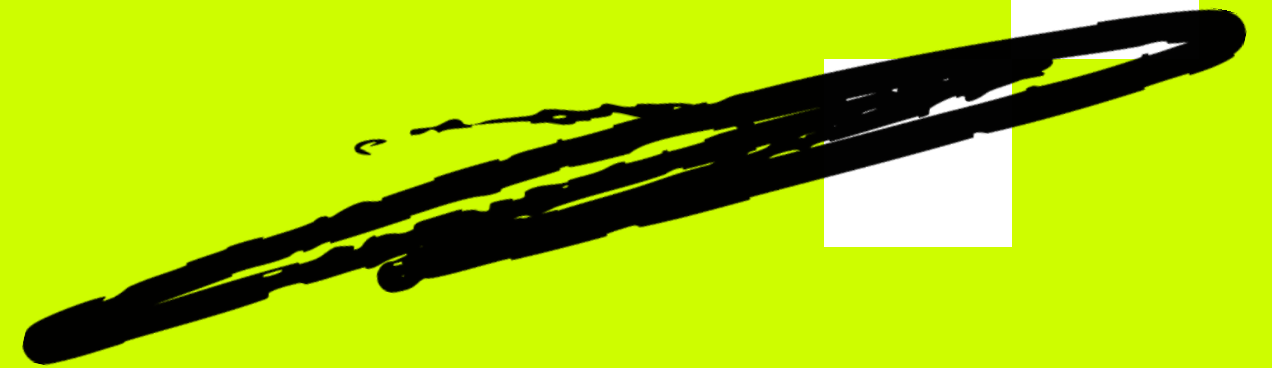
Графиком квадратичной функции всегда является парабола. Она имеет одну вершину и две ветви, которые по обе стороны от оси симметрии ведут себя одинаково.

3. Направление ветвей

Если $a > 0$, ветви направлены вверх, а если $a < 0$ — вниз. По знаку a сразу видно, будет ли вершина самой нижней или самой верхней точкой.

4. Новый тип графика

По сравнению с линейной функцией здесь появляется изгиб, поэтому график передаёт не только изменение, но и его «ускорение». Это делает параболу особенно важной в алгебре.



Как коэффициент a влияет на параболу

Знак коэффициента

Если a положительный, парабола открывается вверх. Если a отрицательный, она открывается вниз. Этот знак сразу показывает, где будет вершина: внизу или вверху.

Ширина графика

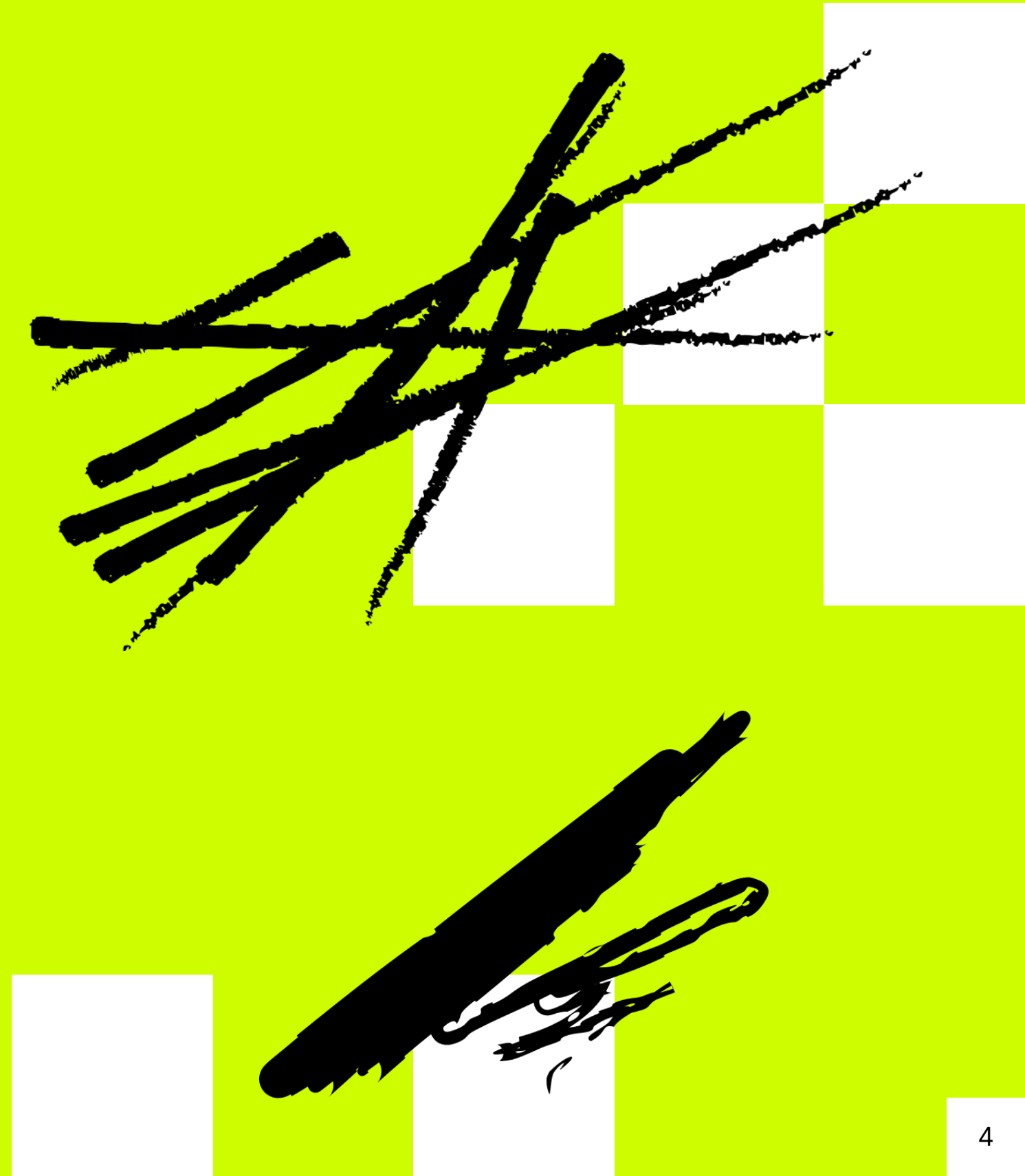
Чем больше модуль $|a|$, тем парабола уже и круче. Чем меньше $|a|$, тем она шире и более пологая, поэтому точки расходятся медленнее.

Сравнение формул

Графики $y = x^2$, $y = 2x^2$ и $y = 0,5x^2$ имеют одну вершину в начале координат, но выглядят по-разному. Это удобно для сравнения влияния коэффициента a .

Практический вывод

Из одного только числа a можно понять не только направление ветвей, но и общую форму графика. Это помогает быстрее строить параболу без лишних вычислений.



Как коэффициент b связан с положением вершины

1.

Горизонтальный сдвиг

Коэффициент b влияет на то, где окажется парабола относительно оси y . Он не меняет её тип, но сдвигает вершину по горизонтали и изменяет положение оси симметрии.

2.

Формула вершины

Абсцисса вершины находится по формуле $x = -b/(2a)$. Это значение показывает, в какой точке по оси x парабола достигает своей главной точки.

3.

Сравнение парабол

Если a и c одинаковые, но b разное, вершины будут находиться в разных местах. Поэтому один только коэффициент b заметно меняет рисунок графика на плоскости.

Как коэффициент c задаёт пересечение с осью y



Значение при $x = 0$

Коэффициент c показывает значение функции в точке $x = 0$. Значит, при подстановке нуля мы сразу получаем $y = c$ без дополнительных вычислений.

Точка на оси y

График всегда проходит через точку $(0; c)$. Эта точка лежит на оси y и помогает быстро начать построение параболы на координатной плоскости.

Проверка построения

Если найденная точка не совпадает с пересечением графика и оси y , значит, в вычислениях допущена ошибка. Поэтому коэффициент c удобен для самопроверки.



Вершина параболы как её главная точка

1. Самая важная точка

Вершина — это самая нижняя точка при $a > 0$ и самая верхняя при $a < 0$. Она показывает, где функция достигает минимума или максимума.

2. Как найти координаты

Сначала находят x вершины по формуле $x = -b/(2a)$, а затем подставляют это значение в функцию. Так получают и вторую координату вершины.

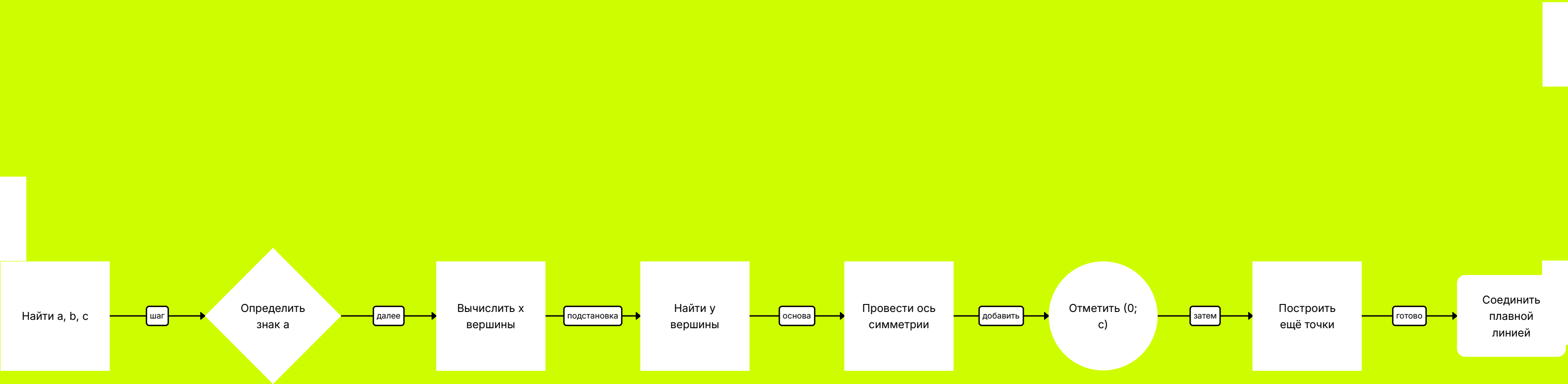
3. Что сообщает вершина

По вершине удобно понимать общий вид графика и сравнивать разные параболы. Если вершина известна, легче построить рисунок и быстрее определить свойства функции.



Как построить график квадратичной функции

Последовательность шагов для построения параболы по формуле $y = ax^2 + bx + c$.



Сравнение парабол с разными значениями a



Все три графика имеют общую вершину в начале координат, поэтому хорошо видно только влияние коэффициента a на форму параболы.

При большем $|a|$ график становится круче, при меньшем — шире; знак a в этой подборке положительный, значит ветви направлены вверх.



Школьный курс алгебры 9 класса; значения выбраны для наглядного сравнения

Ось симметрии параболы

Главная прямая

Ось симметрии — это вертикальная прямая $x = -b/(2a)$. Она проходит через вершину и делит параболу на две зеркально равные части.

Зеркальные точки

Если две точки находятся на одинаковом расстоянии от оси, их значения y совпадают. Поэтому одну сторону графика можно строить по уже найденной другой стороне.

Проверка рисунка

Ось симметрии помогает быстро заметить ошибки в построении. Если точки не отражаются друг относительно друга, значит, график нужно исправить.



Что определяют коэффициенты a, b и c



Коэффициенты квадратичной функции отвечают за разные свойства параболы: направление ветвей, положение вершины и точку пересечения с осью y .

Каждый коэффициент изменяет свою часть графика, поэтому свойства параболы удобно читать прямо по формуле.

Коэффициент	Влияние	Пример
a	Ветви и ширина	$y = 2x^2$
b	Вершина и ось	$x = -b/(2a)$
c	Пересечение с Oy	$(0; c)$



Пересечения графика с осями координат

Пересечение с Oy

С осью y парабола всегда пересекается в одной точке: при $x = 0$ получается значение c . Это помогает быстро начать построение и проверить вычисления.

Пересечения с Ox

С осью x график может не встретиться вовсе, коснуться её в одной точке или пересечь в двух точках. Всё зависит от корней уравнения.

Связь с уравнением

Чтобы найти точки на оси x, решают уравнение $ax^2 + bx + c = 0$. Полученные значения x показывают нули функции и координаты пересечений.



Связь графика с квадратным уравнением

1.

Записать уравнение

Нули функции ищут, приравнявая выражение к нулю: $ax^2 + bx + c = 0$. Так график и уравнение описывают одну и ту же зависимость.

2.

Найти корни

Если уравнение имеет два действительных корня, парабола пересекает ось x в двух точках. Один корень означает касание, а отсутствие корней — отсутствие пересечения.

3.

Сопоставить с графиком

Каждому найденному корню соответствует точка на оси x . По графику легко проверить, правильно ли решено уравнение, и заметить возможную ошибку в вычислениях.

4.

Сделать вывод

График помогает не только увидеть корни, но и понять их число заранее. Поэтому парабола служит удобной проверкой решения квадратного уравнения.

Дискриминант и число корней



Дискриминант позволяет заранее определить, сколько решений имеет квадратное уравнение, не строя график и не вычисляя корни полностью.

Знак D сразу показывает число действительных корней и количество пересечений параболы с осью x .



Школьный курс алгебры, 9 класс

Вершинная форма квадратичной функции

1. Удобная запись

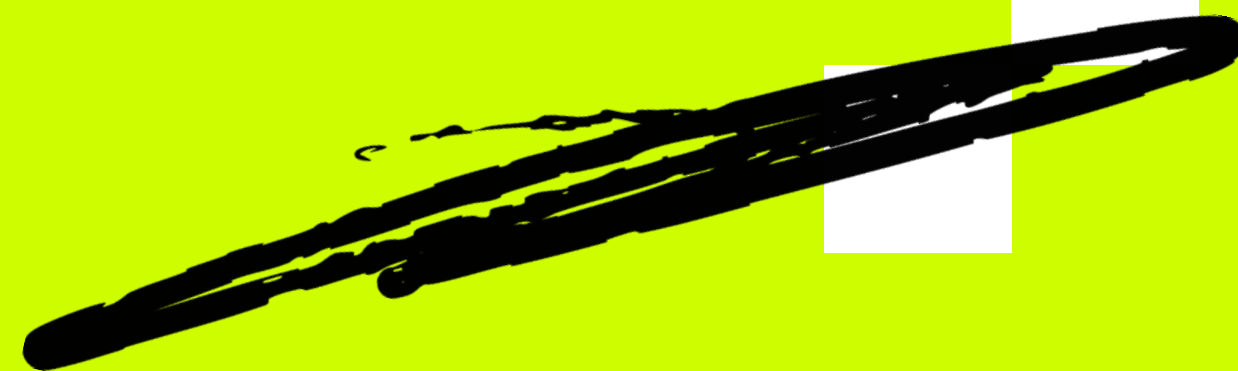
Форму $y = a(x - h)^2 + k$ используют, чтобы сразу видеть главные свойства параболы без длинных вычислений. Она особенно полезна при анализе сдвигов графика.

2. Вершина сразу видна

Из этой записи сразу следует, что вершина имеет координаты $(h; k)$. По ним легко определить наибольшее или наименьшее значение функции в зависимости от знака a .

3. Применение в задачах

В вершинной форме проще сравнивать несколько парабол, находить минимум или максимум и быстро проверять, как изменится график после переноса вдоль координатных осей.



Типичные ошибки при построении параболы

Неверный знак a

Если перепутать знак коэффициента a , ветви параболы будут направлены не туда. Это сразу меняет вид графика и приводит к неправильному выводу о максимуме или минимуме.

Ошибка в вершине

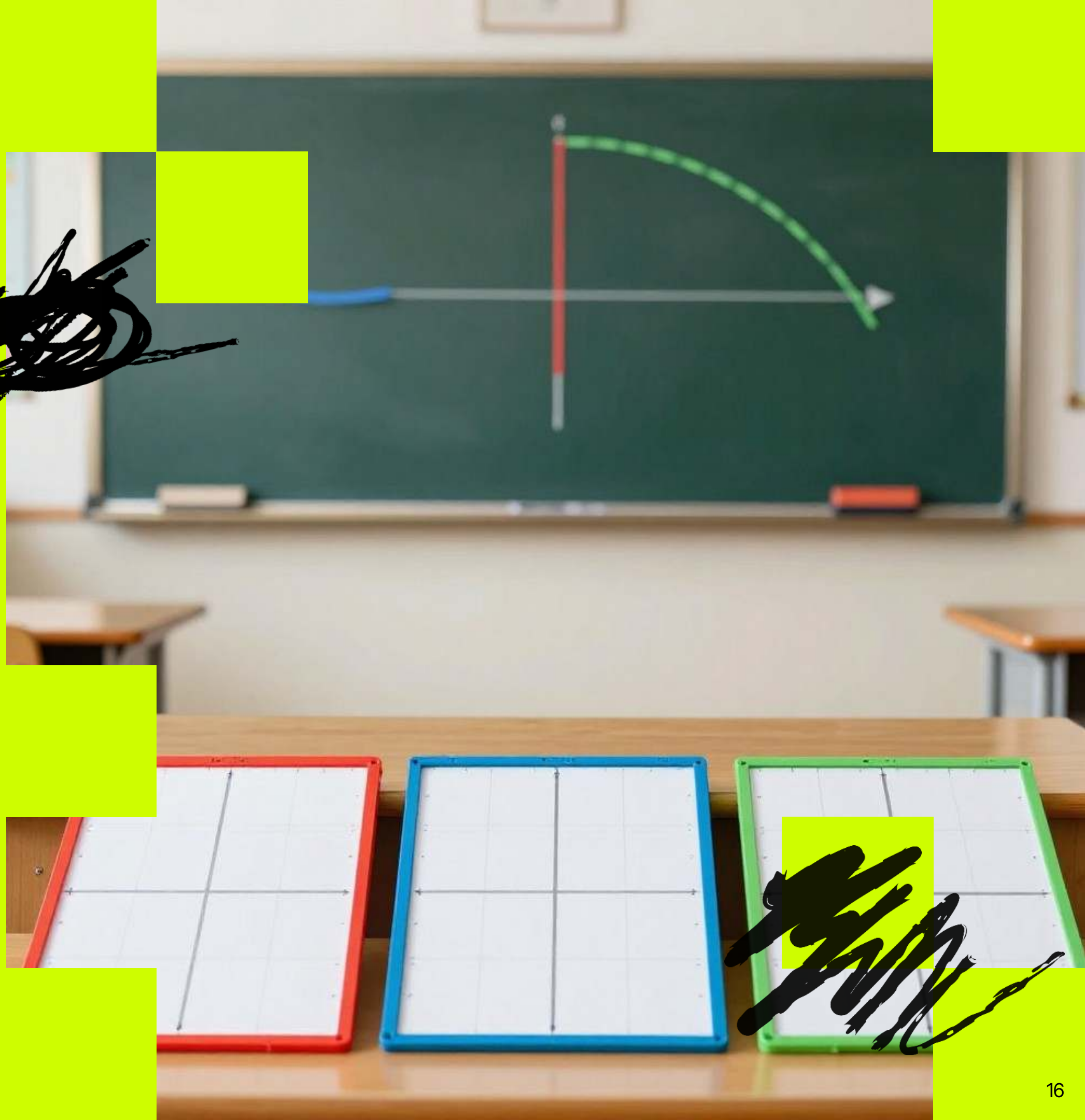
Часто неверно находят абсциссу вершины по формуле $x = -b/(2a)$. Тогда смещается вся парабола, а ось симметрии проходит не через нужную точку.

Путаница с осями

Ось симметрии не совпадает с осью y , кроме частного случая. Если их перепутать, симметричные точки окажутся на неверных местах и график потеряет правильную форму.

Неточная точка c

Точка пересечения с осью y обязана иметь вид $(0; c)$. Ошибка в этом значении мешает начать построение и проверить, правильно ли найдены остальные точки.



Примеры парабол с разными коэффициентами



Сравнение трёх графиков помогает увидеть, как один и тот же вид функции меняется при разных коэффициентах a и c .

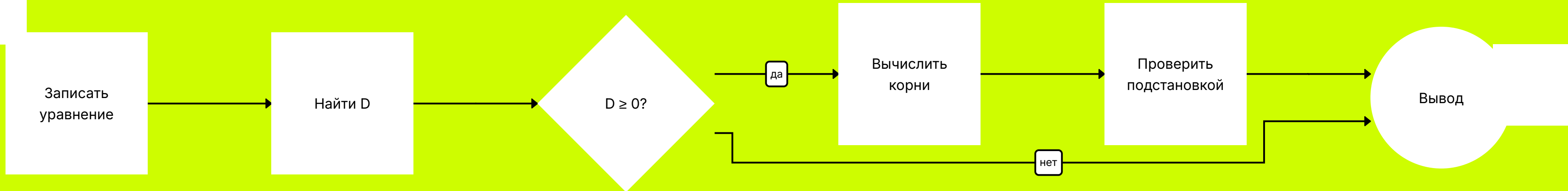
Модуль a меняет крутизну, знак a — направление ветвей, а c сдвигает график по вертикали.



Школьный курс алгебры, 9 класс

Алгоритм нахождения нулей функции

Последовательность действий для решения квадратного уравнения и проверки пересечений графика с осью x.



Где встречается парабола в жизни и в задачах



Траектория полёта

При броске мяча под углом к горизонту его путь в модели без сопротивления воздуха описывается параболой. Это помогает предсказывать высоту и дальность полёта.



Струя воды

Поток воды из фонтана или шланга часто образует дугу, близкую к параболе. По ней удобно оценивать, куда попадёт струя и как изменится её высота.



Отражатели и антенны

Параболическая форма используется в прожекторах и спутниковых антеннах, потому что она помогает собирать или направлять лучи в одной точке или в одном направлении.



Поиск лучших значений

В задачах по алгебре парабола помогает находить наибольшее или наименьшее значение, а также проверять решения уравнений, не теряя связи между формулой и графиком.





Парабола как ключ к пониманию функции

График $y = ax^2 + bx + c$ показывает, как коэффициенты управляют формой и положением параболы. Умение читать вершину, ось симметрии и нули функции помогает уверенно решать задания.

