

Арифметический корень: идея и задачи

Как найти число по его степени.



Как появляется идея корня

Корень появляется там, где нужно восстановить число по известной степени. Сначала проверяют умножением, а потом переходят к квадратам и кубам — именно так идея становится понятной.



Зачем нужны корни

Найти исходное число

В вычислениях часто известно произведение одинаковых множителей, но само число скрыто. Корень помогает вернуть исходное значение и проверить ответ умножением.

Обратный вопрос

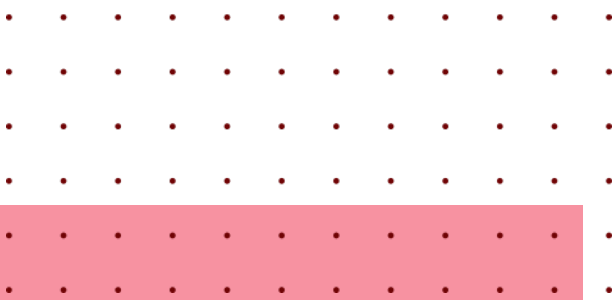
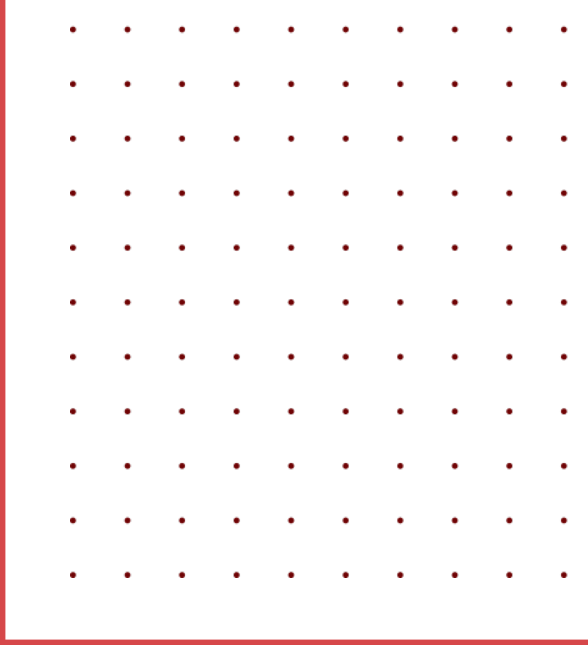
Если известно значение степени, можно спросить: какое число надо возвести в эту степень, чтобы получить результат? Именно так формулируется задача на корень.

Удобство в задачах

Корни удобны в задачах на сравнение, оценку и упрощение выражений. Они позволяют работать не только с точными ответами, но и с промежуточными значениями.

Простые примеры

Школьные примеры обычно берут из квадратов и кубов, потому что их легко проверить устно. Это помогает быстро увидеть связь между степенью и корнем.



Напоминание о степени

Повторное умножение

Степень записывают как повторяющееся умножение одного и того же числа. Это значит, что основание берётся столько раз, сколько указано в показателе.

Квадрат и куб

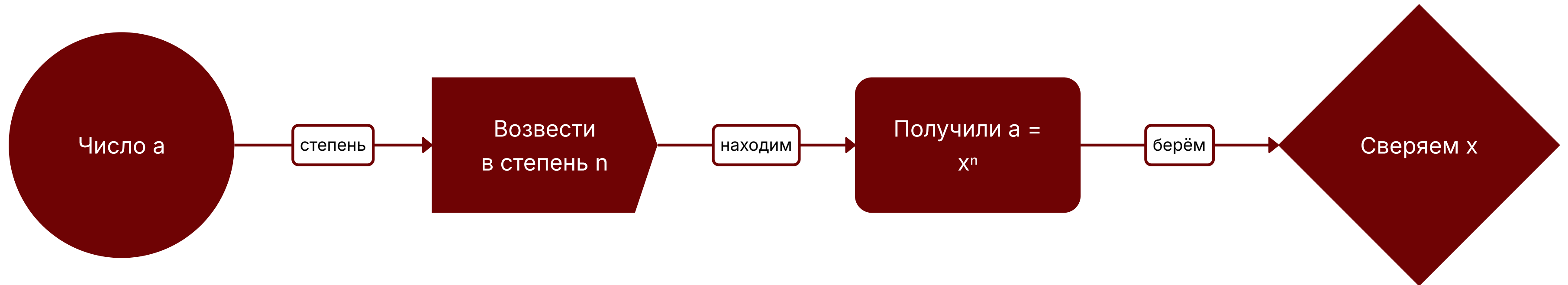
Квадрат и куб — самые знакомые случаи степени. При показателе 2 число называют квадратом, а при показателе 3 — кубом.

Как проверить

Проверка всегда делается через умножение. Например, $4^2 = 16$, а $3^3 = 27$, потому что именно такие произведения дают нужный результат.

Корень как обратная операция

Путь от исходного числа к результату и обратно



1

**Такое значение выбирают
единственным вариантом
для арифметического корня.**

Определение арифметического корня натуральной степени

В записи корня важно выбрать именно неотрицательное число, которое после возведения в степень возвращает исходное значение.

Обозначение и ограничения

1. Показатель корня

Показатель n всегда натуральный и начинается с 2. Это означает, что речь идёт о корне второй, третьей, четвёртой и более высоких степеней.

2. Случай нуля

Если под корнем стоит ноль, результат тоже равен нулю. Проверка проста: 0 в любой положительной степени остаётся нулём.

3. Единственный ответ

При положительном числе корень существует как единственное неотрицательное значение. Именно его и называют арифметическим корнем в школьной записи.

4. Ограничение на знак

Отрицательное значение для арифметического корня не выбирают. Даже если у уравнения могут быть разные решения, в записи корня берут только неотрицательный результат.

Квадратный и кубический корень

1.

Шаг 1

Чтобы найти квадратный или кубический корень, достаточно подобрать число, которое после возведения в степень даст исходное значение. Проверка выполняется сразу.

2.

Шаг 2

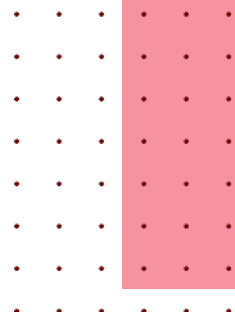
Для $2\sqrt{16}$ ответом будет 4, потому что $4^2 = 16$. Для $3\sqrt{27}$ получаем 3, поскольку $3^3 = 27$.

3.

Шаг 3

Если результат найден верно, обратная проверка обязательно совпадает с исходным числом. Это главный способ убедиться, что корень вычислен правильно.

Когда корень даёт целое число

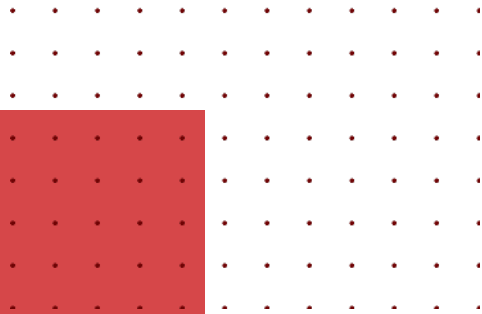


Совершенные степени удобно распознавать по таблице и быстро проверять возведением в степень.

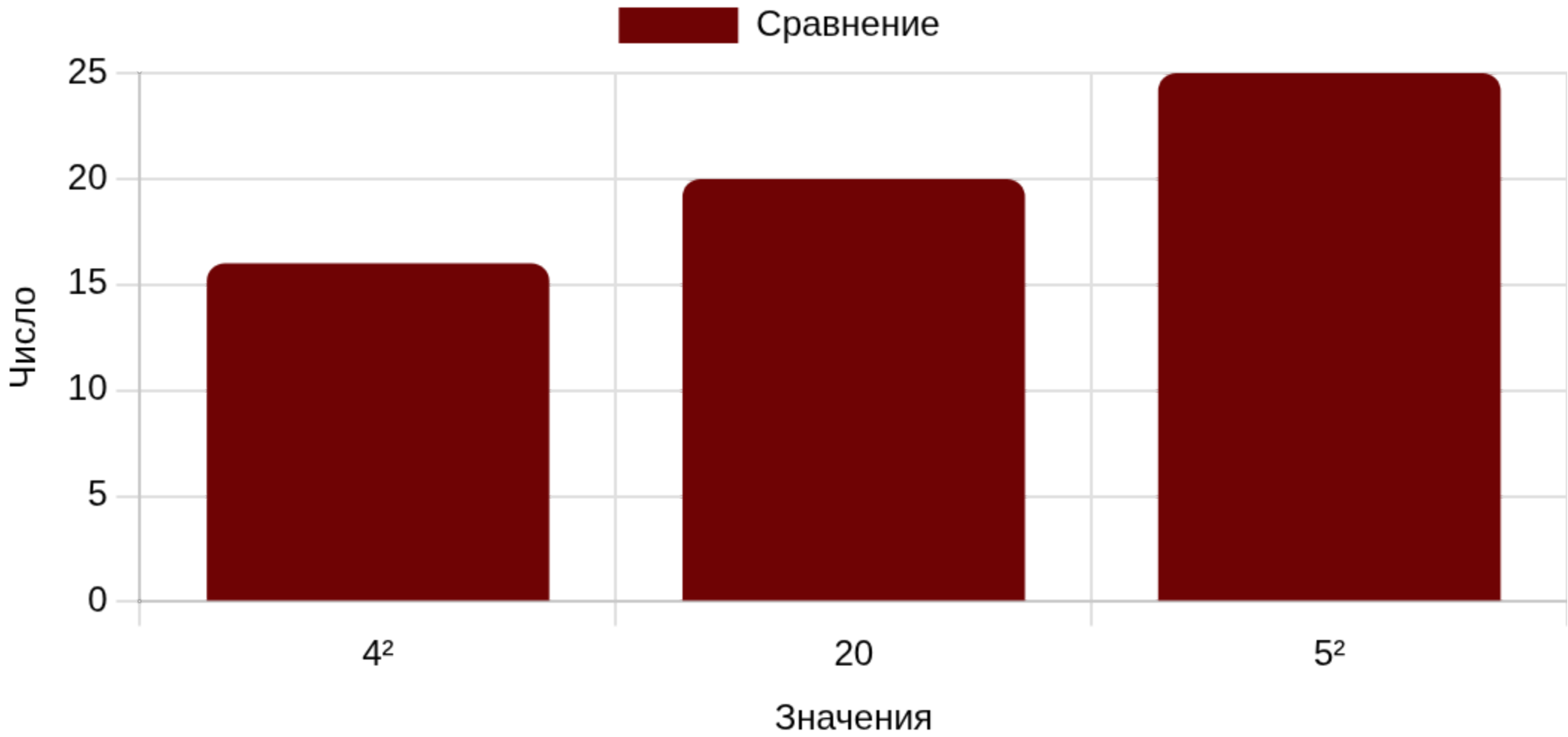
Если число точно совпадает с полной степенью, корень получается целым и находится без приближений.

Степень	Результат	Корень
2^2	16	4
3^3	27	3
5^3	125	5

Табличные значения степеней 2^2 , 3^3 , 5^3



Когда корень не целый



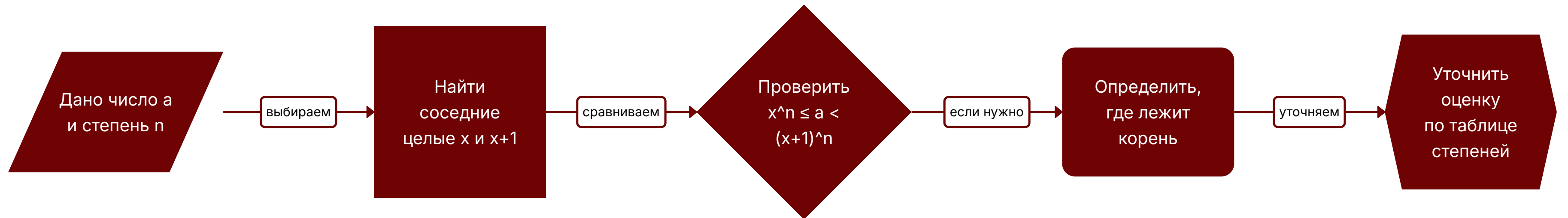
Сравните значение с ближайшими полными степенями, чтобы быстро увидеть промежуток.

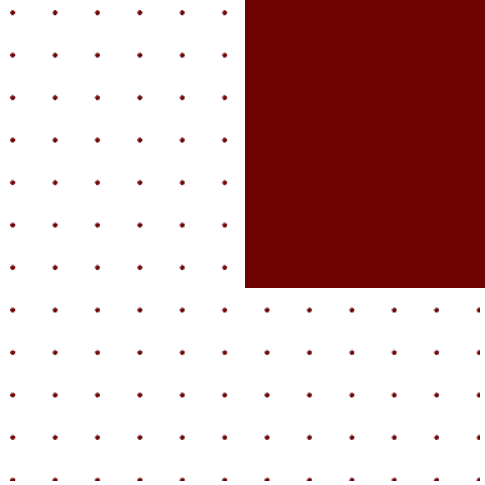
20 находится между 16 и 25, значит квадратный корень лежит между 4 и 5.

Числа из примера: $4^2=16$, $5^2=25$, 20 — промежуточное значение

Как оценивать значение корня

Сравнение подкоренного числа с соседними степенями помогает быстро определить границы значения корня без точного вычисления.

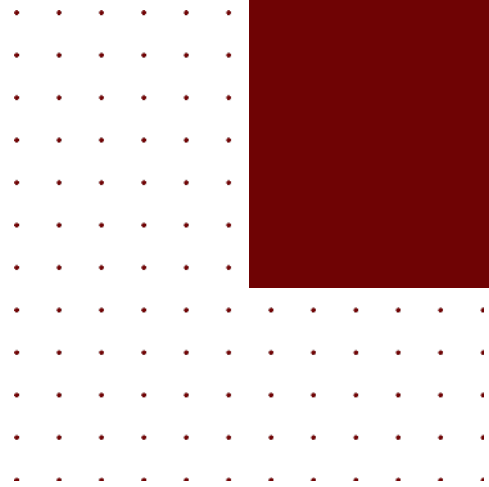



$$1/n$$

**показывает, как степень
возвращает число из n-й
степени.**

Запись корня через дробную степень помогает увидеть связь с обычным возведением в степень и понять, почему выбирают неотрицательное значение.

Школьное правило записи арифметического корня через дробный показатель степени.



а

**возвращается после
извлечения корня из своей n-
й степени.**

Главная проверка строится на одном свойстве:
если число возвести в нужную степень, а затем извлечь
корень, получится исходное значение.

Свойство арифметического корня: $n\sqrt[n]{a^n} = a$ при $a \geq 0$.

Корень произведения и частного

Разложение множителей

Свойство работает, когда оба множителя неотрицательны и корень одной и той же степени. Тогда можно отдельно взять корни от каждого множителя и перемножить результаты.

Быстрый поиск ответа

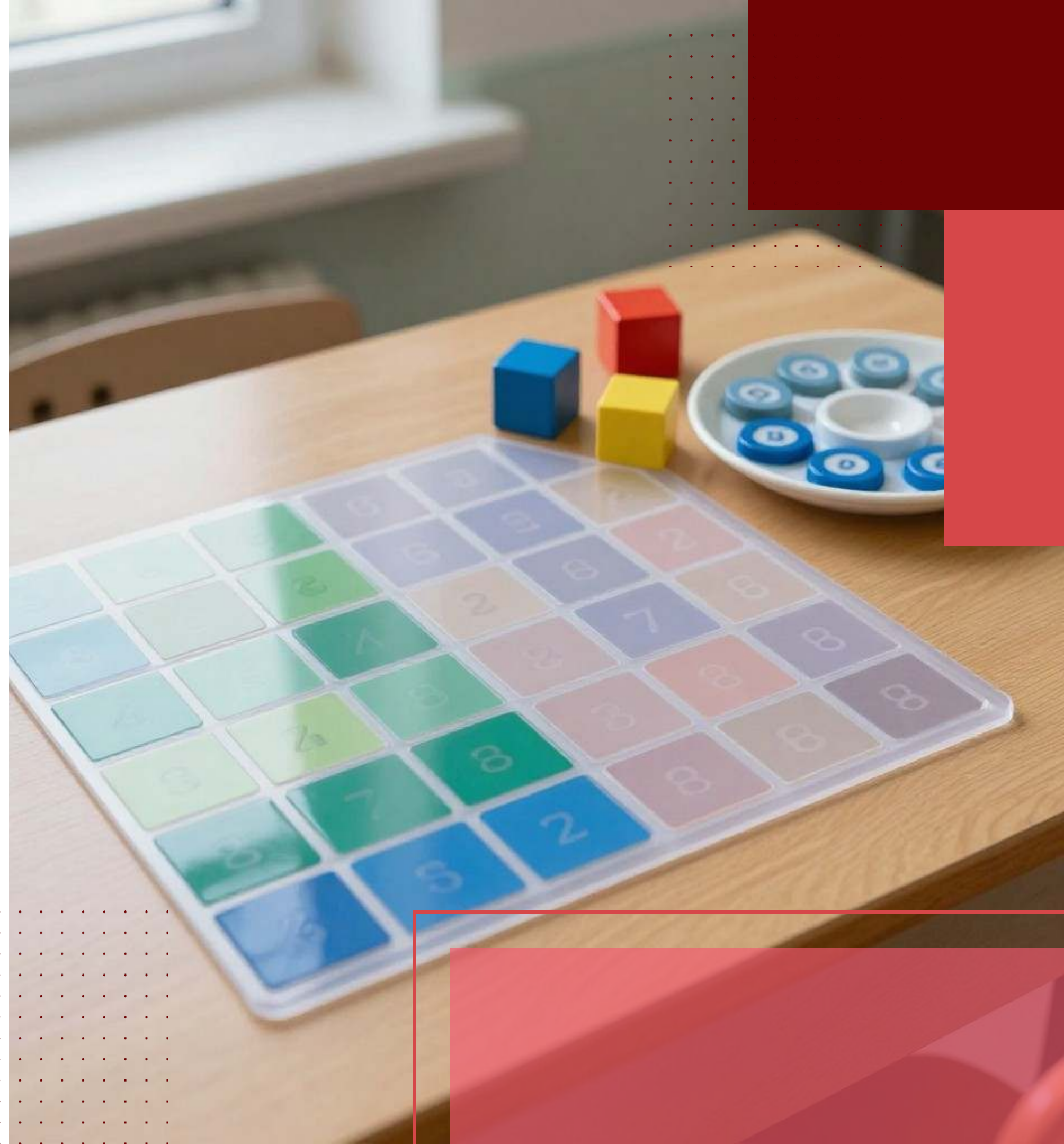
Это удобно, если под корнем скрыт полный квадрат или куб. Например, 36 легко распадается на 9 и 4, а значит квадратный корень находится сразу.

Деление под корнем

Для частного правило действует так же: корень от дроби равен дроби из корней. Главное — чтобы деление было определено и знаменатель не обращался в ноль.

Практическая польза

Эти преобразования особенно полезны при устном счёте и проверке решений. Они позволяют уменьшить большие числа и увидеть знакомые корни без лишних вычислений.



Степень внутри корня

1. Переписать показатель

Если под корнем стоит степень, выражение можно переписать через дробный показатель. Тогда корень и степень частично сокращаются, а запись становится короче и понятнее.

2. Сократить без остатка

Когда показатель степени делится на степень корня без остатка, результат получается особенно простым. В этом случае исходное выражение сводится к обычной степени числа.

3. Пошаговый расчёт

Такой приём помогает быстро вычислять примеры вроде четвёртого корня из восьмой степени двойки. Сначала сокращают дробный показатель, затем выполняют оставшееся возведение в степень.

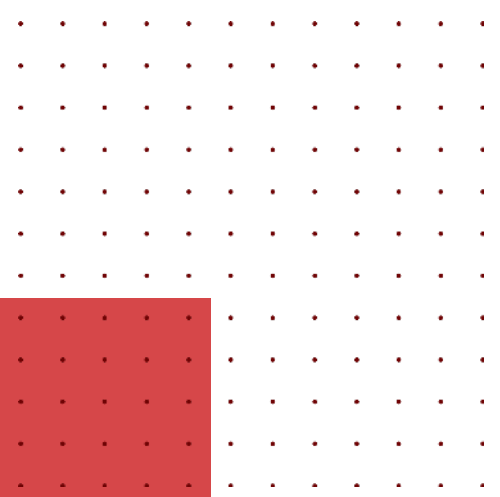
Сравнение корней по числу под корнем



1.
Сравнить подкоренные числа
Для сравнения корней одинаковой степени достаточно сравнить подкоренные числа. Если одно число меньше другого, то и соответствующий арифметический корень будет меньше.

2.
Обойтись без вычислений
Такой приём экономит время, потому что не нужно вычислять значения корней точно. Достаточно понять, какое из двух чисел больше, и сделать вывод.

3.
Подходит для всех случаев
Правило особенно удобно, когда числа большие или неудобные для точного счёта. Оно работает для любых неотрицательных подкоренных значений и любой натуральной степени.



Пример сравнения корней

Выражение 1	Выражение 2
$3\sqrt{8}$	$3\sqrt{27}$
$2\sqrt{15}$	$2\sqrt{20}$

Свойство монотонности арифметического корня при одинаковой степени.

В таблице показаны два типичных случая сравнения корней одной степени. В обоих примерах достаточно сравнить числа под знаком корня, а не вычислять сами значения.

В каждом случае меньше тот корень, у которого меньше подкоренное число.

Упрощение выражений с корнями

1. Найти подходящий множитель

Начинают с разложения числа под корнем на произведение, где один множитель является полным квадратом, кубом или другой подходящей степенью. Это сразу выделяет часть, которую можно вынести.

2. Вынести степень наружу

Затем извлекают корень из найденной степени и записывают ответ в более простом виде. Остаток под корнем сохраняют, если он не образует полную степень.

3. Оставить минимальный остаток

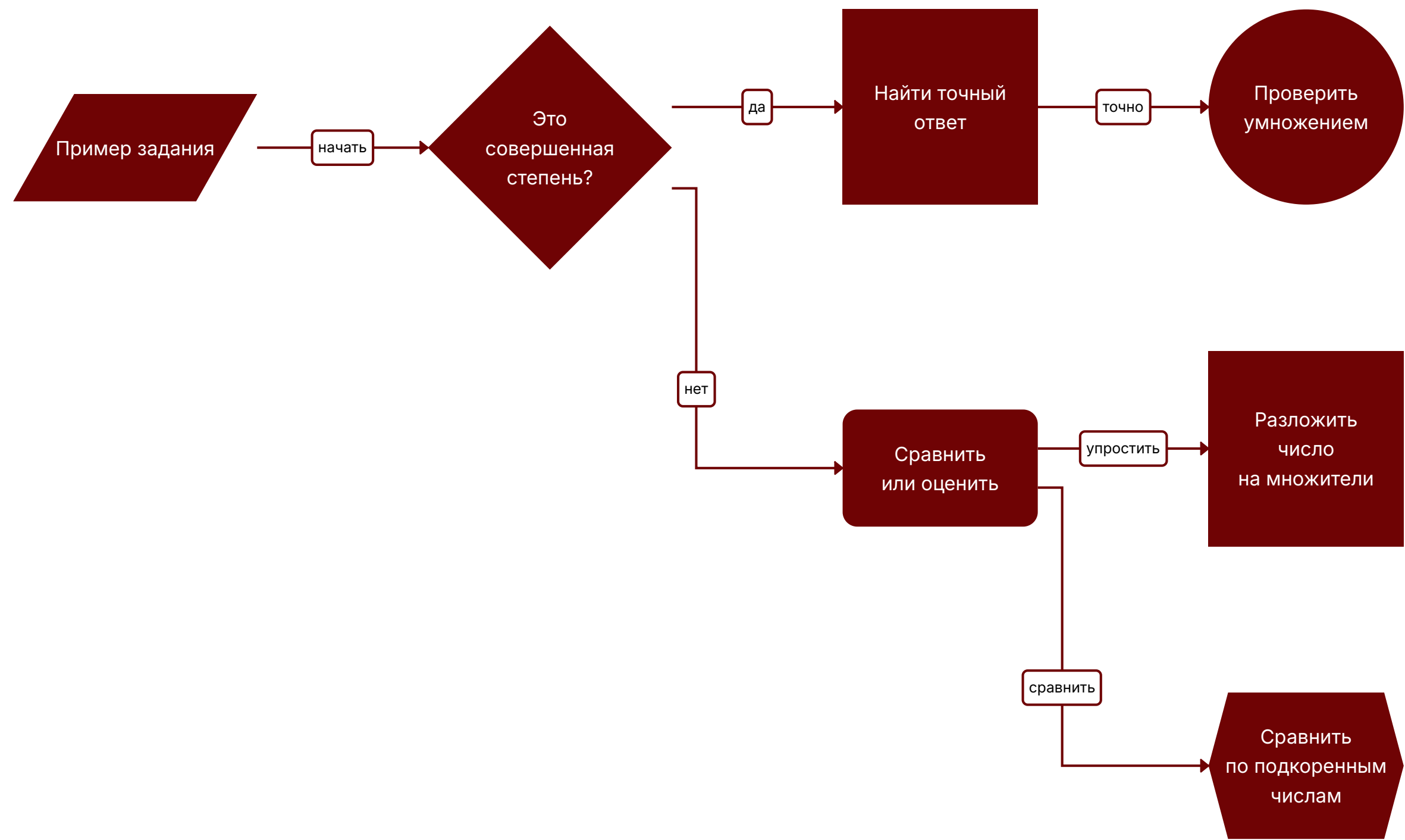
Если число раскладывается не полностью, выражение оставляют в смешанном виде. Такой результат считается упрощённым, потому что под корнем остаётся наименьший возможный множитель.

4. Использовать дробную запись

При наличии степени внутри корня используют дробный показатель. Он помогает сократить запись и быстрее увидеть, какая часть выражения меняется при преобразовании.

Тренировочные задания

Тренировка строится на пяти типах заданий: точный ответ, оценка, сравнение и упрощение выражений с корнями.



Что важно запомнить

Арифметический корень помогает двигаться в обратную сторону от степени к числу. Запомните главное: корень неотрицателен, точные ответы дают совершенные степени, а остальные выражения можно оценивать и упрощать.