

Делимость целых неотрицательных чисел

Деление без остатка открывает удобный язык для чисел.



Зачем изучать делимость в 8 классе

Делимость помогает связать умножение и деление, быстрее находить делители и кратные, а также уверенно решать задачи с дробями, расписаниями, календарями и проверкой вычислений.



Что значит, что одно число делится на другое

1. Определение делимости

Число a делится на число b , если можно записать $a = b \times c$, где c — целое неотрицательное число. Тогда деление происходит без остатка.

2. Делитель и кратное

Если a делится на b , то число b называют делителем числа a , а само a — кратным числа b . Эти понятия всегда рассматривают вместе.

3. Простой пример

Например, 12 делится на 3, потому что $12 = 3 \times 4$. Значит, 3 — делитель числа 12, а 12 — кратное числа 3.

4. Когда делителей мало

Число 12 делится на 1 и на 12, а число 7 — только на 1 и на 7. Такие примеры помогают быстро увидеть разницу между делителями и кратными.

Делители и первые кратные чисел 6, 8, 10 и 12

Таблица показывает, как выглядят делители и кратные на конкретных числах.

У каждого числа делителей конечное число, а кратных — бесконечно много.

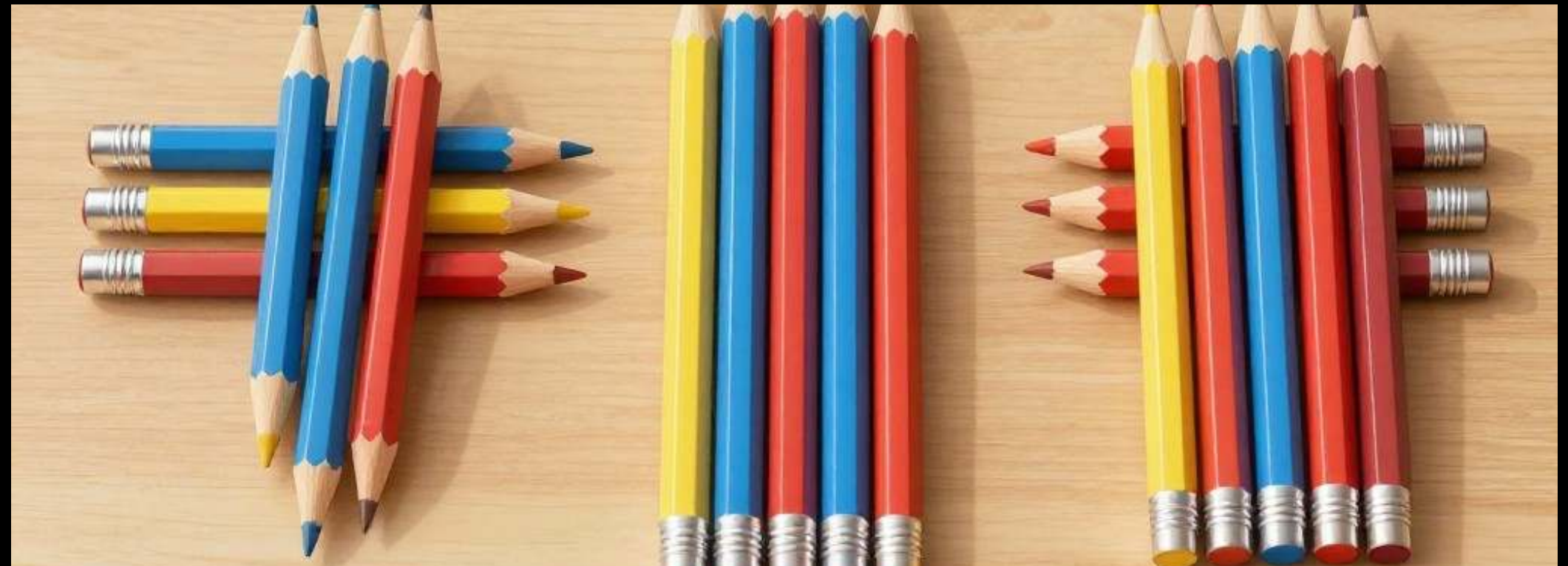
Число	Делители	Кратные
6	1,2,3,6	6,12,18
8	1,2,4,8	8,16,24
10	1,2,5,10	10,20,30
12	1,2,3,4,6,12	12,24,36

Составлено по определению делимости и примерам чисел 6, 8, 10 и 12.

Деление без остатка наглядно

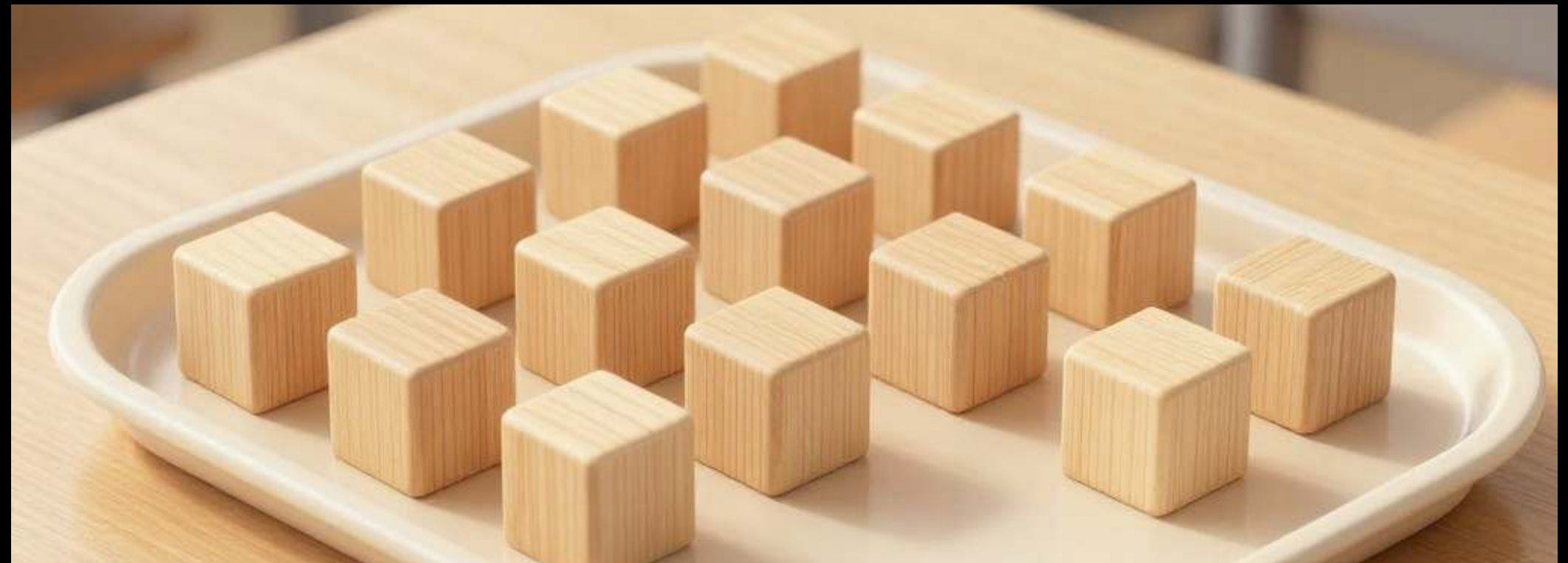
Карандаши по равным группам

Представьте 15 карандашей, которые нужно разложить в одинаковые кучки. Если сделать 3 кучки, в каждой окажется по 5 карандашей, и остатка не будет. Так видно, что 15 делится на 3 без остатка.



Проверка через другую группировку

Те же 15 карандашей можно разложить по 5 или по 15. Во всех случаях предметы делятся точно, потому что количество делится на равные части. Если группа получается неполной, значит, деление уже не нацело.



Основные свойства делимости

Ноль и делимость

Число 0 делится на любое ненулевое число, потому что его можно представить как $b \times 0$. При этом делитель не должен равняться нулю.

Деление на единицу

На 1 делится любое целое неотрицательное число. Это свойство удобно использовать как проверку: результат всегда существует и совпадает с самим числом.

Число делится само на себя

Любое ненулевое число делится на себя, потому что его можно записать как $a \times 1$. Такой пример помогает понять связь делимости и умножения.

Переход по цепочке

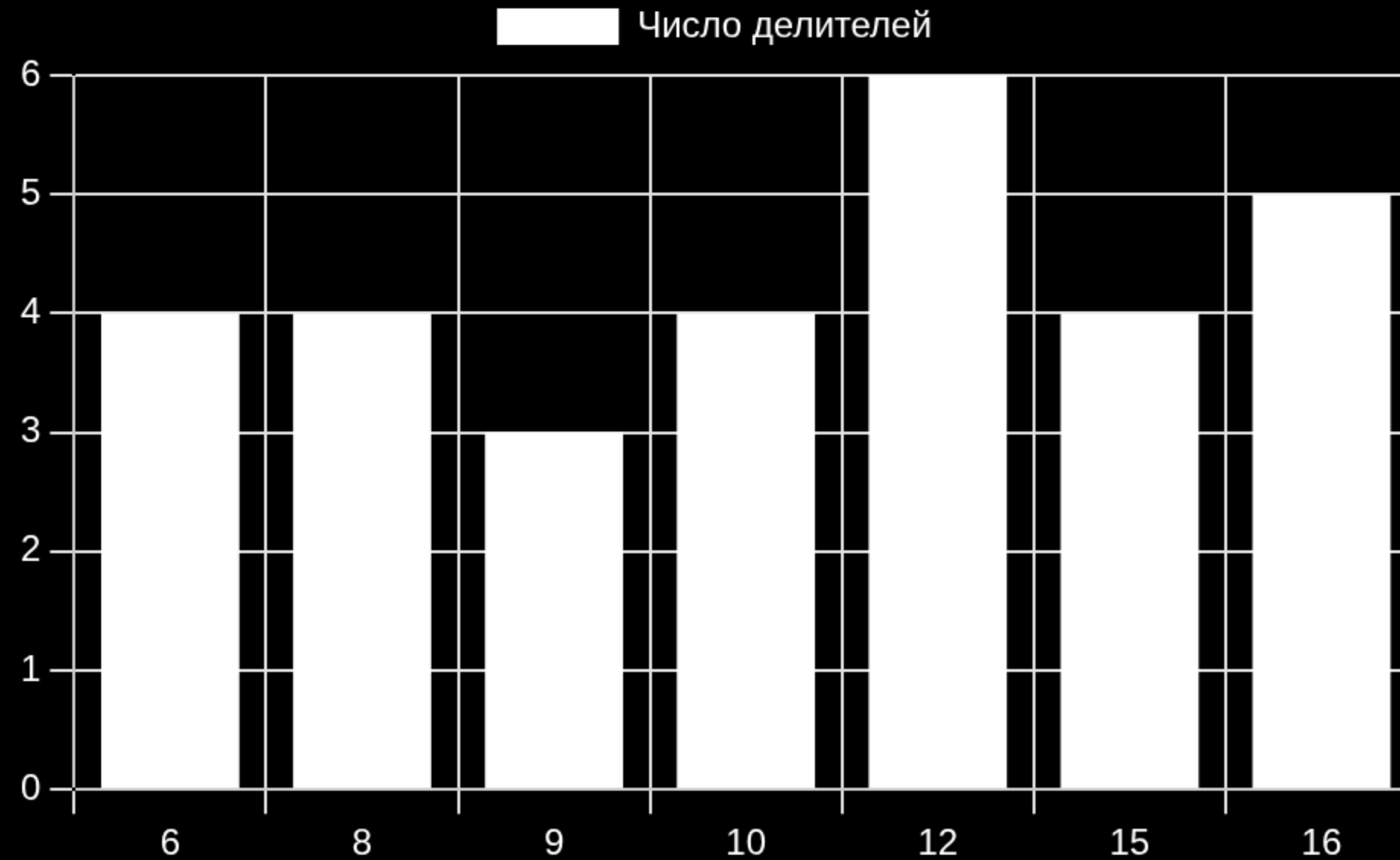
Если число a делится на b , а b делится на c , то a делится на c . Это свойство называют транзитивностью делимости и используют в рассуждениях.

Как проверить, делится ли число без остатка

Схема проверки делимости по шагам



Сколько делителей имеют разные числа



Сравнение помогает увидеть, что количество делителей зависит не только от величины числа, но и от его структуры.

Числа с несколькими разложениями на множители обычно имеют больше делителей, чем простые или близкие к простым.

По определению делителей для чисел 6, 8, 9, 10, 12, 15 и 16.

Простые и составные числа

Простое число

Простое число имеет ровно два делителя: 1 и само это число. К простым относятся, например, 2, 3, 5, 7, 11 и 13.

Составное число

Составное число имеет больше двух делителей. К ним относятся 4, 6, 8, 9, 10, 12, 14, 15 и 16, потому что у них есть дополнительные делители.

Особый случай числа 1

Число 1 не относят ни к простым, ни к составным. У него только один делитель, поэтому оно не подходит ни под одно из двух определений.

Зачем это знать

Различать простые и составные числа важно для поиска делителей, разложения на множители и решения задач, где нужно быстрее определить структуру числа.

Признаки делимости на 2, 3, 5 и 10

Делитель	Признак	Пример
2	чётная цифра	18
3	сумма цифр	147
5	0 или 5	35
10	последний 0	120

Школьные признаки делимости на 2, 3, 5 и 10.

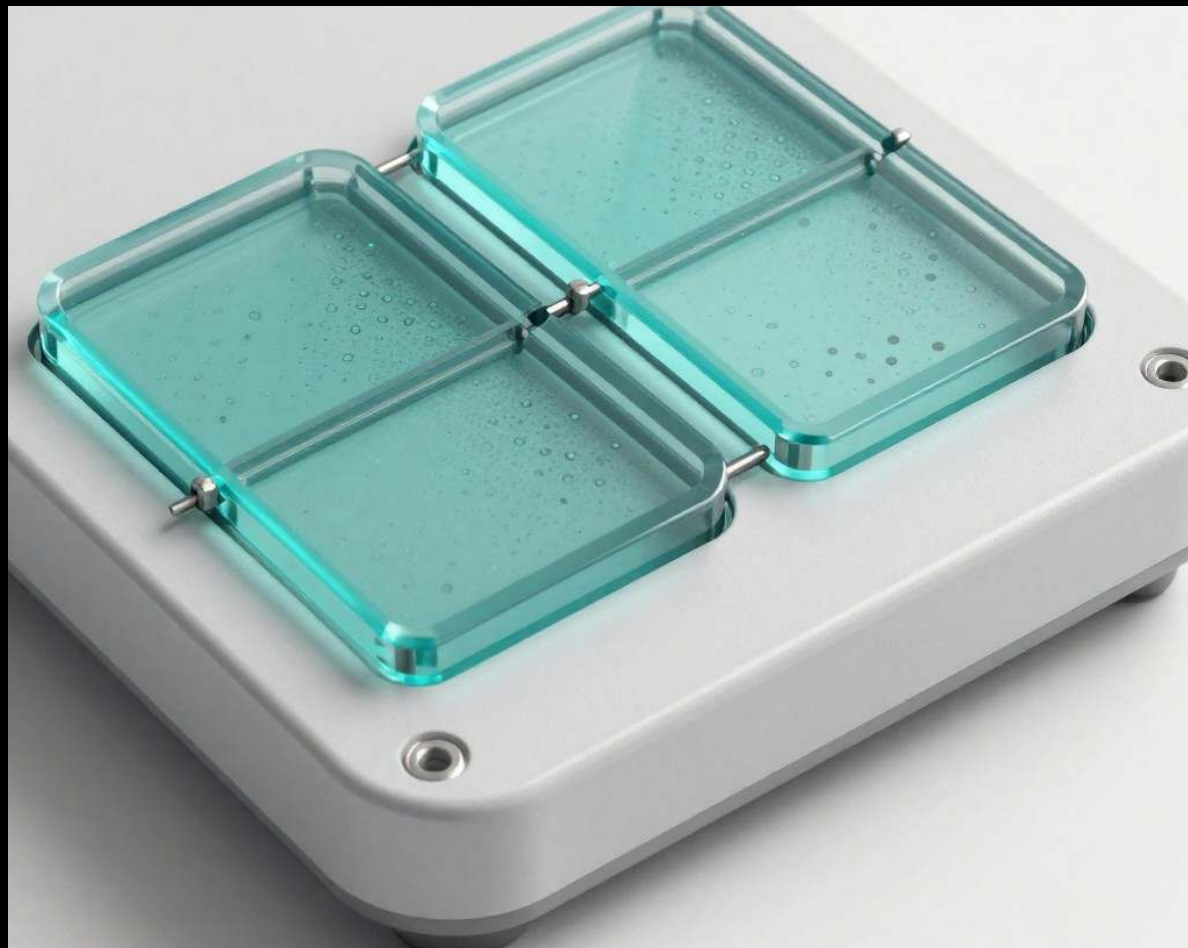
Таблица помогает быстро проверять делимость по последним цифрам и сумме цифр.

Эти признаки позволяют проверять числа устно, не выполняя полное деление.

Проверяем делимость без длинных вычислений

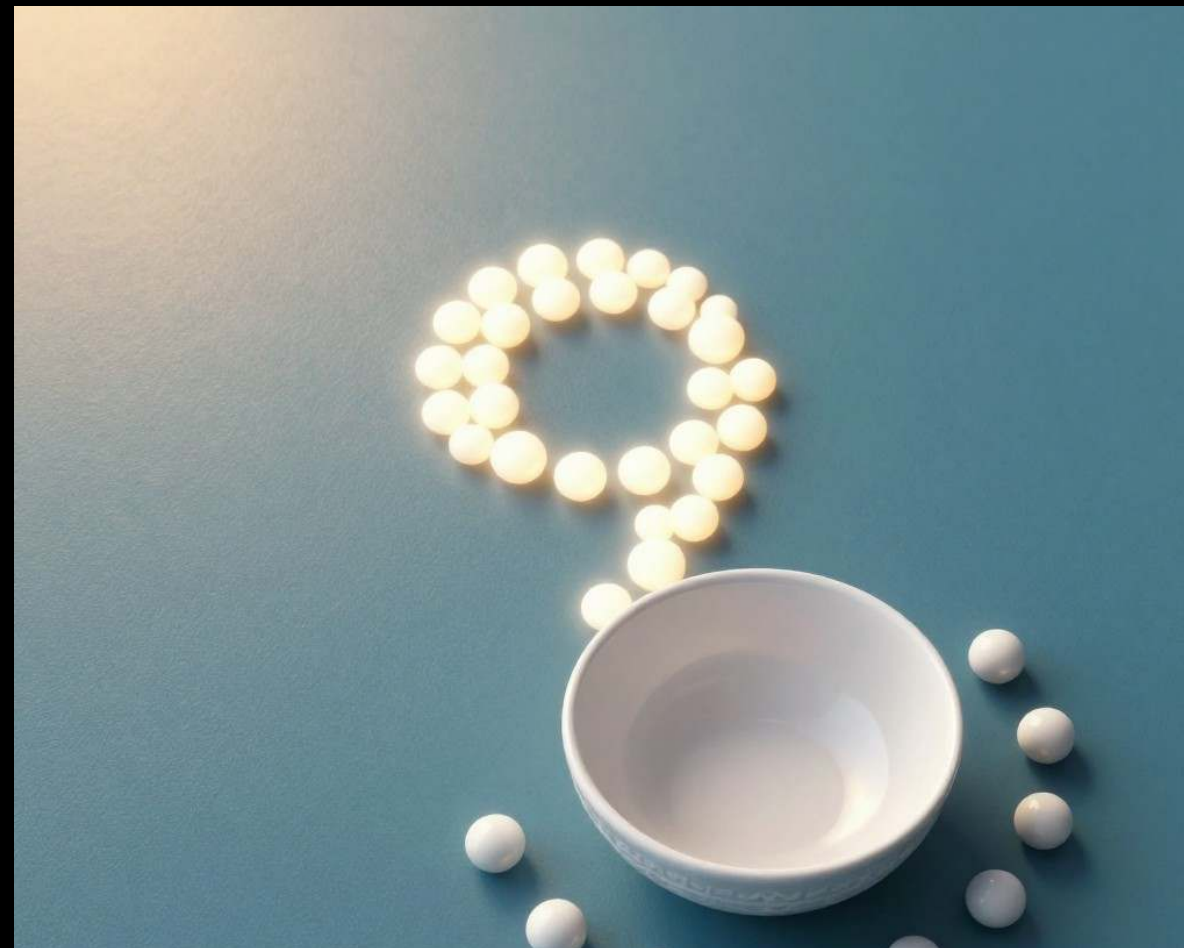
Когда работают последние цифры

Для делимости на 4 достаточно посмотреть на последние две цифры числа. Если они образуют число, кратное 4, проверка пройдена быстро и без деления в столбик. Поэтому числа 312 и 428 легко подтверждаются как делящиеся на 4.



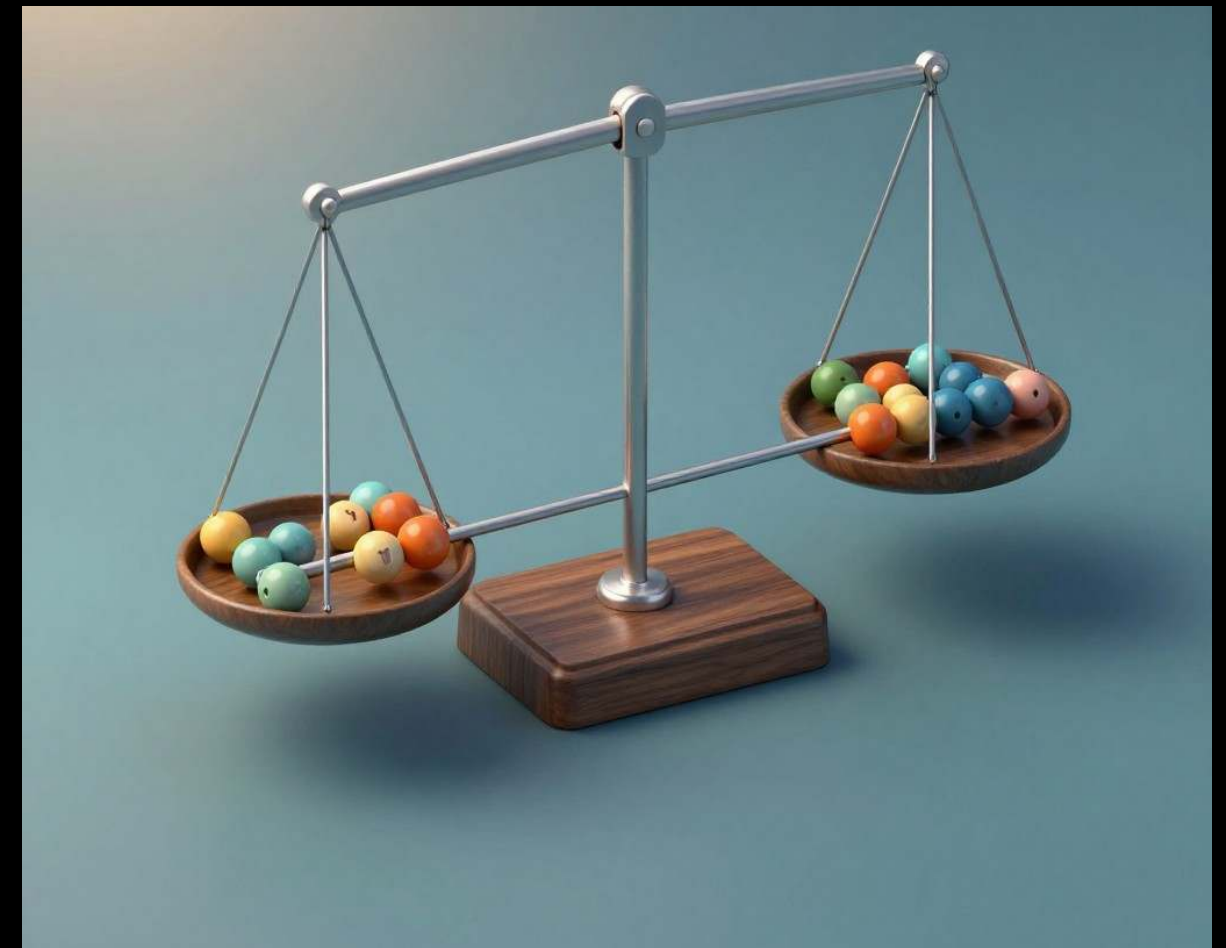
Сумма цифр как подсказка

Признак делимости на 9 связан с суммой цифр числа. Если эта сумма делится на 9, то и само число делится на 9. Так можно быстро проверить 81 и 234, не выполняя длинное вычисление.

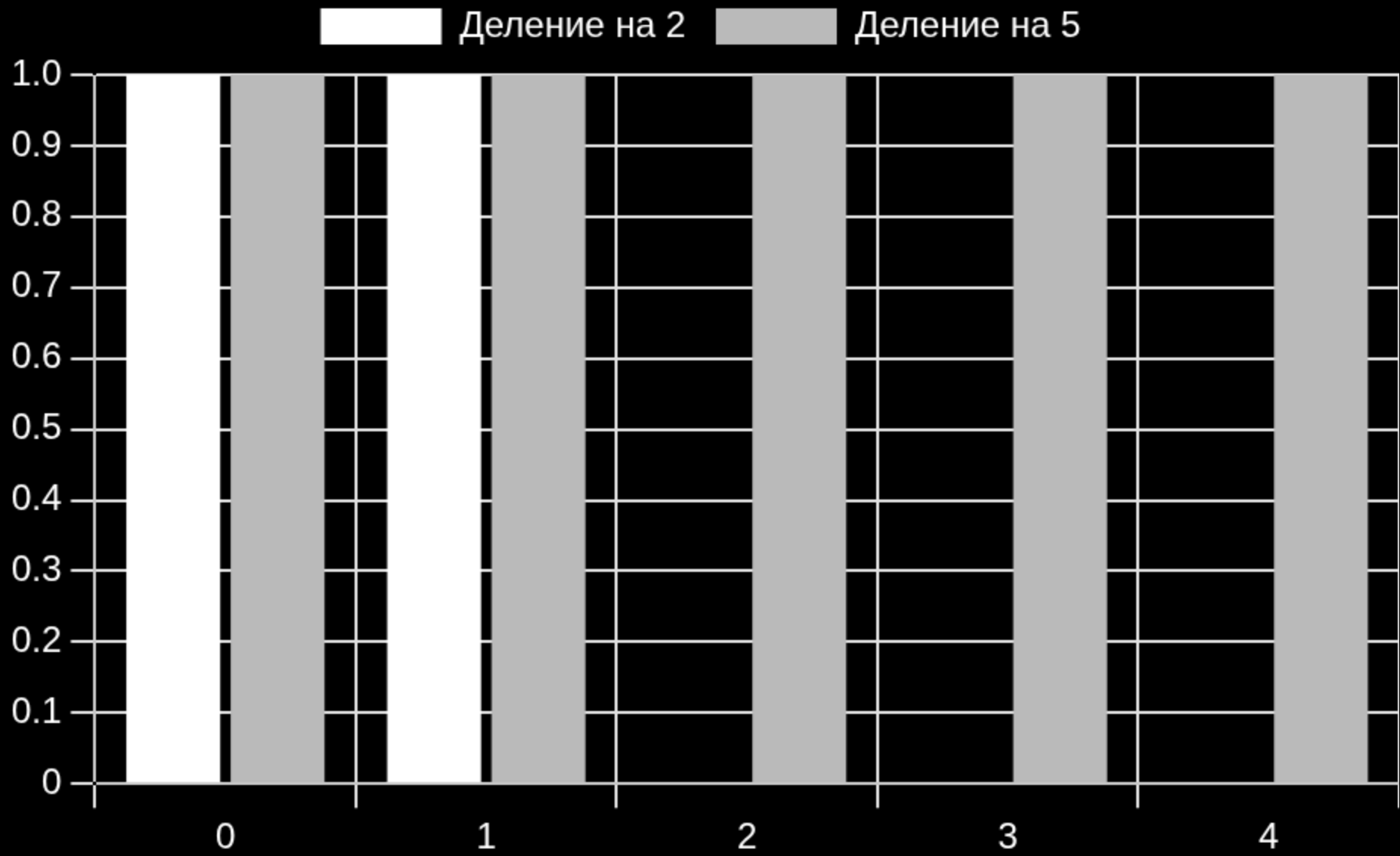


Разность двух сумм для 11

Для делимости на 11 удобно разделить на две группы: стоящие на нечётных и на чётных местах. Затем находят разность сумм этих групп. Если она делится на 11, то число тоже делится на 11.



Остатки при делении на 2 и 5



Схематическое сравнение возможных остатков при делении на 2 и 5

По диаграмме видно, что для деления на 2 возможны только два остатка, а для деления на 5 — пять. Это помогает выбирать самый быстрый признак проверки.

Чем меньше возможных остатков, тем проще проверка. Для 2 важна чётность, для 5 — последняя цифра числа.

Главные шаги разложения на простые множители



Начинают с простых делителей

Число последовательно делят на простые числа, начиная с 2. Если деление без остатка удаётся, найденный множитель записывают и продолжают дальше, пока не останется простое число.



Собирают произведение множителей

Все найденные простые числа перемножают и получают разложение исходного числа. Такая запись показывает, из каких «кирпичиков» построено число, и помогает увидеть его внутреннюю структуру.



Используют разложение в задачах

По простым множителям удобно искать делители, сравнивать числа и находить НОД и НОК. Один и тот же набор множителей помогает решать сразу несколько типов задач без лишних вычислений.

От простых множителей к делителям числа

Схема показывает, как из разложения на простые множители получают все делители числа.



НОД и НОК на примерах чисел 6, 8, 12, 18, 9 и 15

В таблице показано, как по общим делителям определить НОД и НОК для нескольких пар чисел.

НОД показывает наибольший общий делитель пары чисел, а НОК — наименьшее общее кратное. Чем больше общих делителей, тем заметнее связь чисел.

Пара	Общие делители	НОД	НОК
6 и 8	1, 2	2	24
12 и 18	1, 2, 3, 6	6	36
9 и 15	1, 3	3	45

Как делимость помогает в жизни и учёбе



Равные группы

Делимость помогает делить предметы поровну: конфеты, тетради, карточки или фишки. Если остаток равен нулю, группы получаются одинаковыми и удобными для подсчёта.



Упаковка и сортировка

При подборе упаковок важно, чтобы количество предметов делилось на число ячеек без остатка. Это удобно при раскладывании карандашей, бутылок, книг и других вещей по коробкам.



Расписания и повторы

В задачах с календарём и временем делимость показывает, когда события совпадут снова. Так удобно находить общие дни кружков, тренировок, дежурств и других повторяющихся дел.



Проверка вычислений

Признаки делимости помогают быстро заметить ошибку в ответе. Если число не проходит нужную проверку, можно сразу перепроверить вычисление и избежать лишних действий.

Когда события совпадают снова

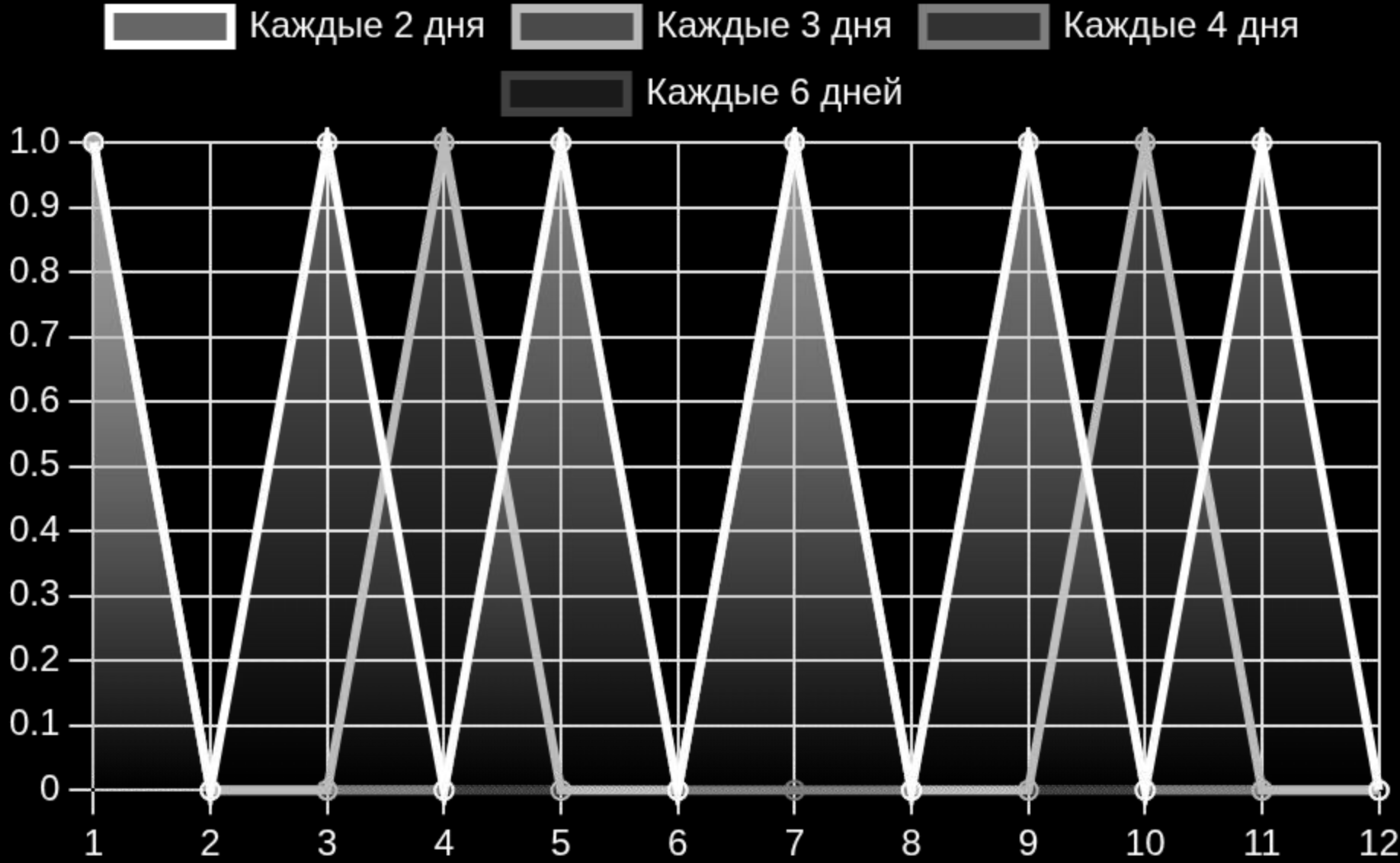


Схема повторяющихся событий по периодам 2, 3, 4 и 6 дней

Такие схемы удобно читать как календарь повторов: по линиям видно, в какие дни событие происходит, а где остаётся пауза до следующего совпадения.

Общие моменты повторения определяются наименьшим общим кратным периодов. Для 3 и 4 дней это 12 дней.

На что чаще всего спотыкаются

Путают делитель и кратное

Иногда принимают делитель за кратное и наоборот. Чтобы не ошибиться, полезно помнить: делитель — это число, на которое делят, а кратное получается при умножении на целое число.

Считают сумму цифр невнимательно

При проверке на 3 или 9 важна точная сумма всех цифр. Если пропустить хотя бы одну цифру, вывод может стать неверным, даже если само правило применено правильно.

Забывают про последние цифры

Для 2, 4, 5 и 10 нужно смотреть именно на конец числа. Ошибка часто возникает, когда проверяют только отдельные цифры и не учитывают нужный разряд.

Используют не тот признак

Не каждый признак подходит к любому числу. Например, проверка на 11 требует одной схемы, а на 9 — другой, поэтому важно сначала выбрать правильное правило.

Не проверяют остаток

Даже после устного подсчёта стоит убедиться, что остаток равен нулю. Для числа 372 сумма цифр равна 12: оно делится на 3, но не делится на 9.

2

**делителя имеет простое
число, а значит его легко
отличить от составного.**

Это ключевой ориентир для запоминания:
у простого числа всегда ровно два делителя,
а у составного их больше. От этой идеи удобно
переходить к признакам делимости и разложению
на множители.

Определение простого числа

Делимость помогает видеть порядок в числах

Когда вы умеете находить делители, кратные, признаки делимости, простые множители, НОД и НОК, числа становятся понятнее. Это делает вычисления быстрее, а решение задач — увереннее и аккуратнее.