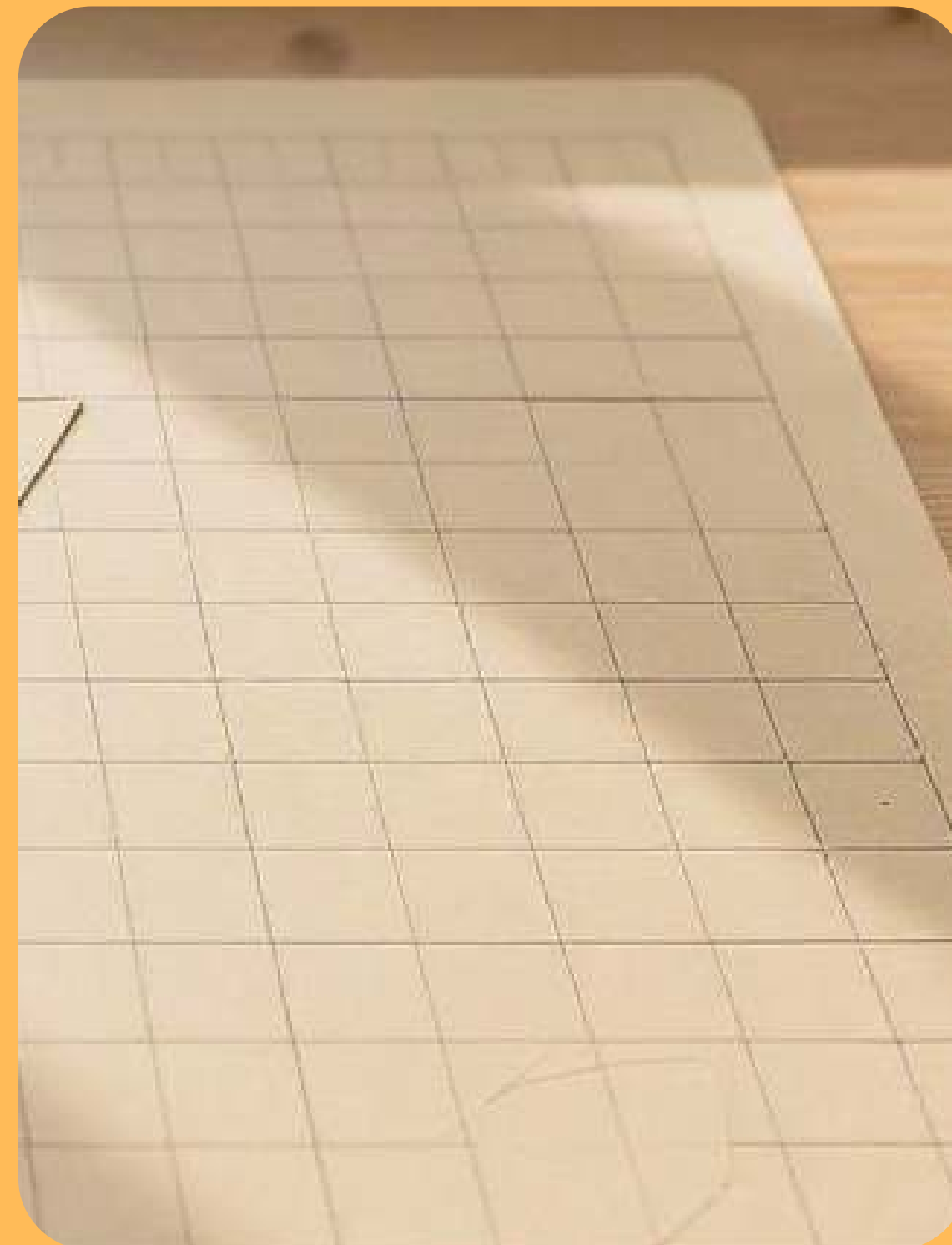




Площади подобных фигур

Почему одинаковая форма не означает одинаковую площадь?



Подобие и масштаб

Подобные фигуры сохраняют форму: углы совпадают, а соответствующие стороны пропорциональны. По коэффициенту подобия можно понять, как изменились размеры модели, чертежа или карты.



2

**именно столько направлений
учитывает площадь на плоскости.**

Поэтому при изменении длины
фигуры меняется и её площадь:
длина и ширина
масштабируются вместе.

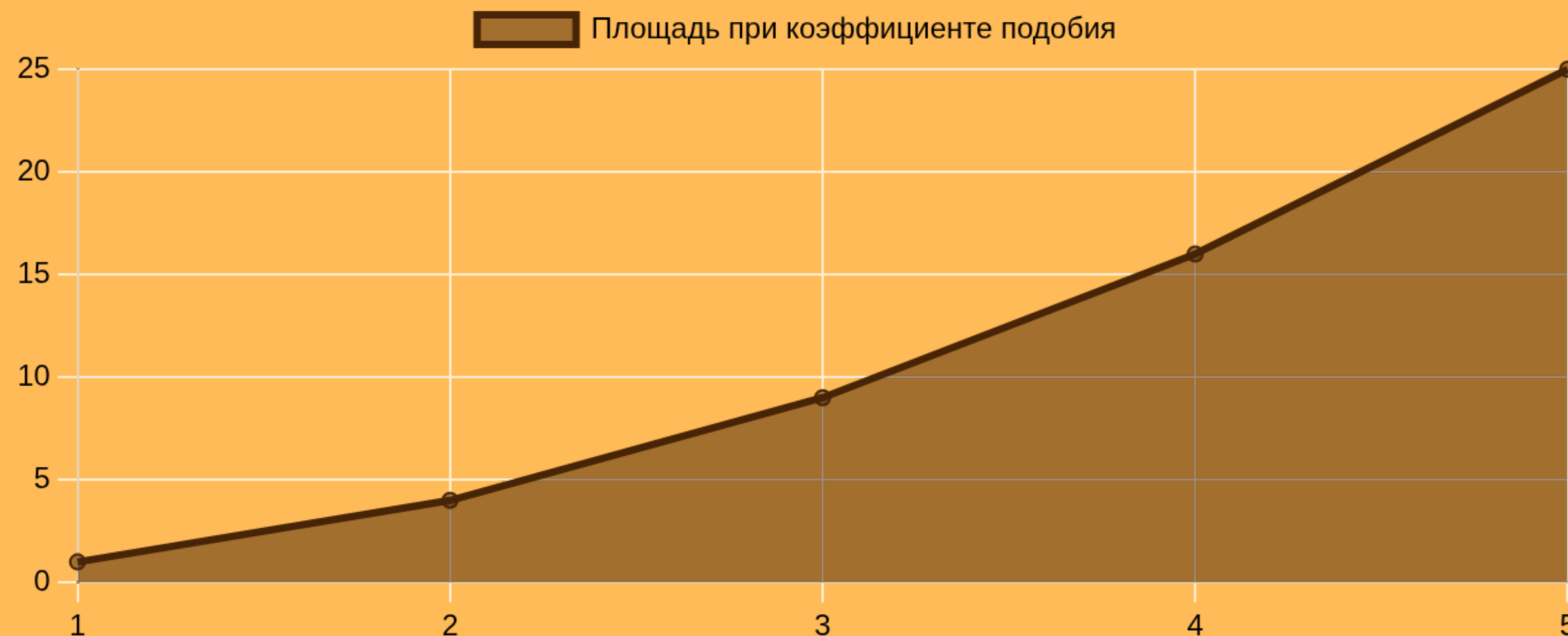
Учебная геометрия: понятие площади
и квадратные единицы измерения

Как меняется площадь при увеличении сторон

Рост площади опережает рост сторон, поэтому даже небольшое увеличение даёт заметный результат.

Зависимость квадратичная: чем больше коэффициент подобия, тем быстрее увеличивается площадь.

Таблица значений по правилу $S_2/S_1 = k^2$



Основная формула для подобных фигур

.1

Связь площадей

Для подобных фигур отношение площадей равно квадрату коэффициента подобия. Если стороны изменились в k раз, площадь изменится в k^2 раз.

.2

Уменьшение фигуры

Когда фигуру уменьшают вдвое, коэффициент равен $\frac{1}{2}$. Тогда площадь становится в 4 раза меньше, потому что $(\frac{1}{2})^2 = \frac{1}{4}$.

.3

Увеличение фигуры

Если линейные размеры выросли в 3 раза, площадь возрастает в 9 раз. Именно поэтому формула помогает быстро находить новый результат без долгих вычислений.

Коэффициент подобия и отношение площадей

Сравним несколько
типичных значений
коэффициента подобия
и соответствующие
изменения площади.

Отношение площадей всегда
равно квадрату
коэффициента подобия,
а не самому коэффициенту.

Свойства подобных фигур

k	S_2/S_1
2	4
3	9
4	16
$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$
Вывод	по квадрату

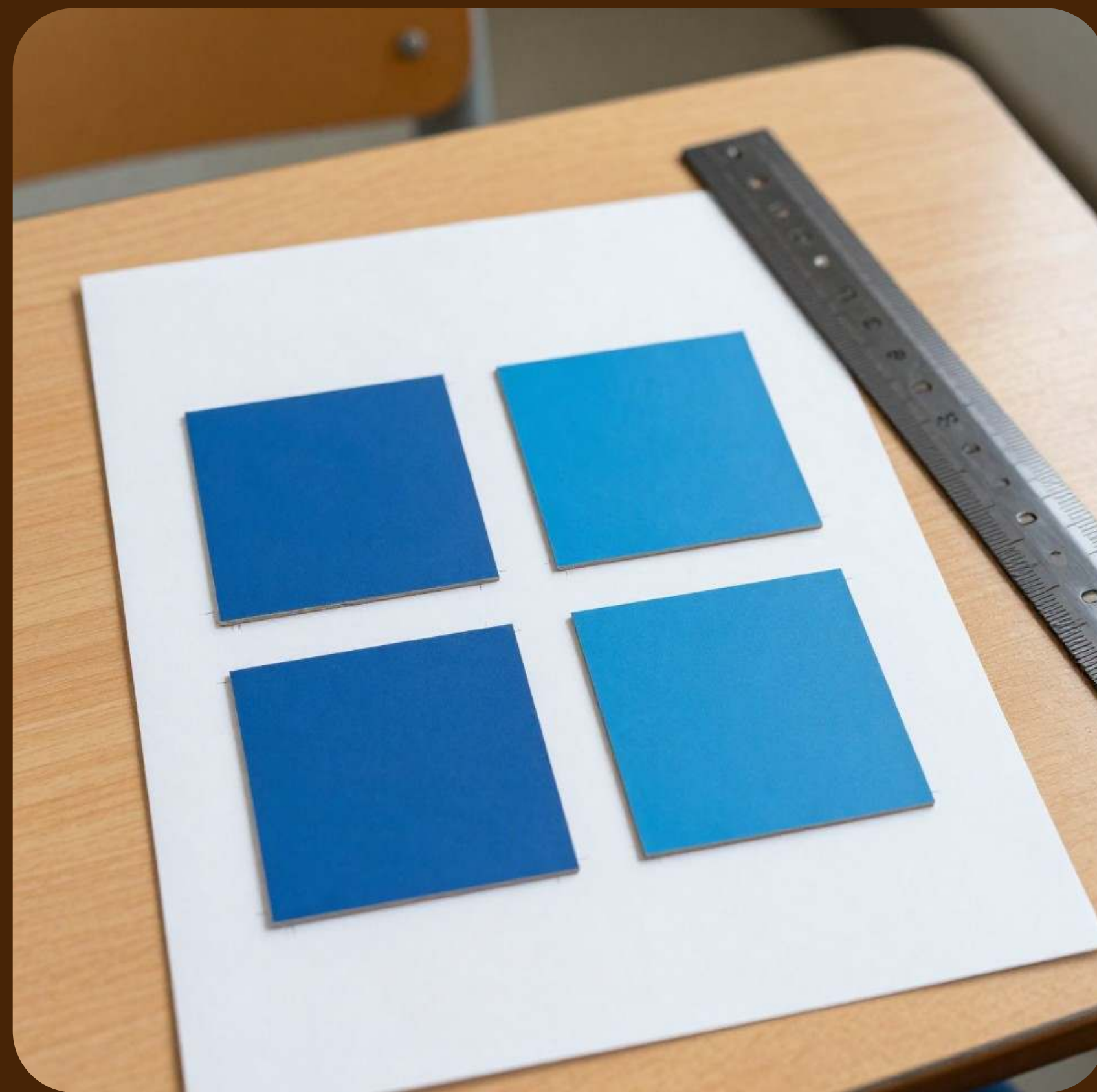
Примеры с квадратами и прямоугольниками

- **Квадраты**

Квадрат со стороной 4 см имеет площадь 16 см^2 , а квадрат со стороной 8 см — 64 см^2 . Сторона увеличилась вдвое, а площадь — вчетверо.

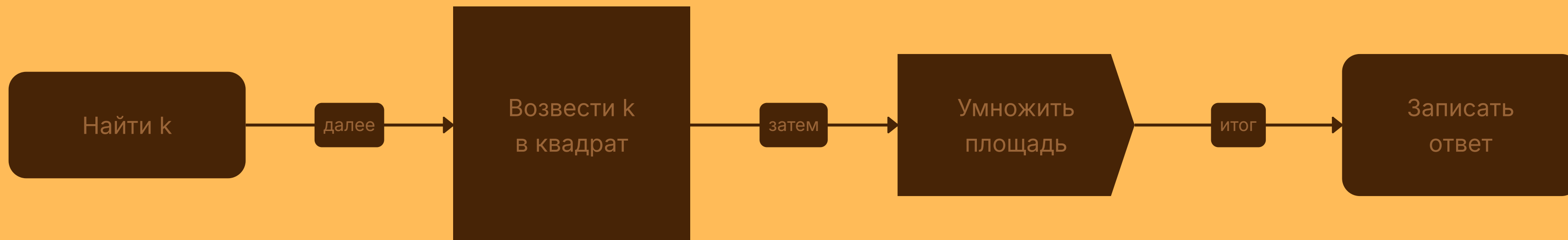
- **Прямоугольники**

У прямоугольника $2 \times 5 \text{ см}$ площадь равна 10 см^2 , а у подобного прямоугольника $6 \times 15 \text{ см}$ — 90 см^2 . Здесь коэффициент подобия равен 3.



Как находят площадь подобной фигуры

Последовательность вычислений по свойству подобных фигур.



Почему углы не определяют площадь

Одинаковые углы

У подобных фигур углы совпадают, но этого недостаточно, чтобы сделать вывод о площади. Форма сохраняется, а размеры могут изменяться очень сильно.

Важны стороны

Площадь зависит от длин сторон, потому что она измеряет размер поверхности. Если стороны увеличиваются в 3 раза, площадь вырастает в 9 раз.

Один и тот же контур

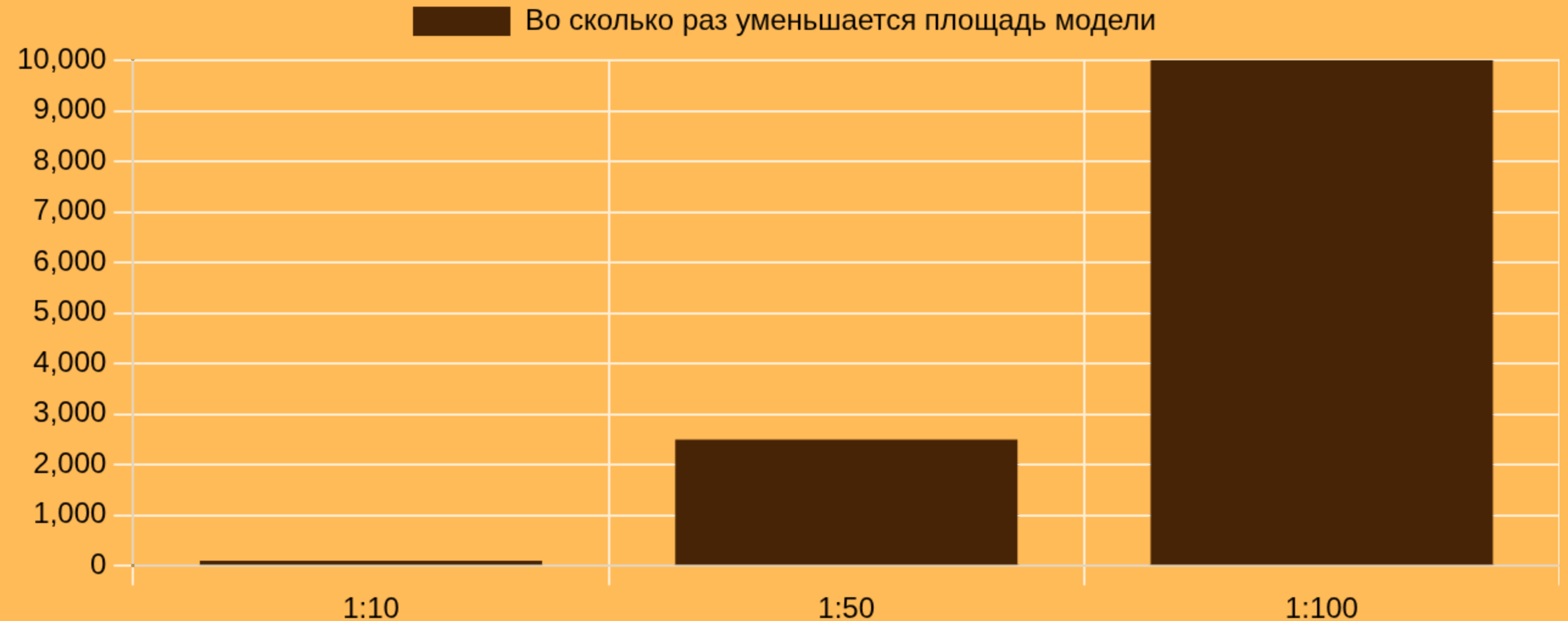
Две фигуры могут выглядеть одинаково, но одна окажется намного больше другой. Поэтому при решении задач нужно проверять именно пропорции сторон, а не только углы.

Масштаб карты и площадь на местности

Для масштабных изображений важно не только расстояние, но и площадь участка, который они показывают.

При уменьшении масштаба площадь меняется по квадрату коэффициента, поэтому сокращается намного сильнее длины.

Правило масштабирования подобных фигур: площадь изменяется как квадрат линейного масштаба

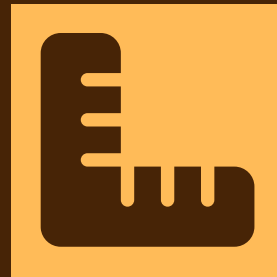


Частые ошибки в задачах



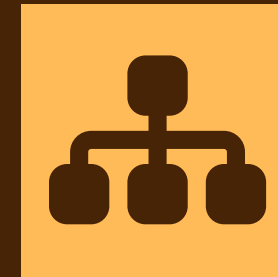
Умножают на k вместо k^2

При решении задачи часто берут только коэффициент подобия и забывают его возвести в квадрат. Из-за этого площадь получается в два, три или четыре раза меньше правильной.



Путают разные единицы

Линейные размеры записывают в сантиметрах, а площадь — в квадратных сантиметрах. Если не следить за единицами, легко получить неверный ответ даже при правильных вычислениях.



Берут не те стороны

В подобных треугольниках, прямоугольниках и трапециях нужно сравнивать именно соответствующие стороны. Если перепутать их порядок, коэффициент подобия окажется неправильным.



Не проверяют результат

После вычислений полезно оценить ответ: при увеличении фигуры площадь должна расти заметно быстрее длины. Такая проверка помогает быстро заметить ошибку в рассуждениях.

Быстрые расчёты площадей

Площадь исходной фигуры равна 12 см^2 .
По коэффициенту подобия можно быстро найти новые значения без длинных вычислений.

Чем больше коэффициент подобия, тем сильнее меняется площадь.
При уменьшении фигуры дробный коэффициент тоже возводится в квадрат, поэтому площадь быстро уменьшается.

Свойство подобных фигур: площадь изменяется по квадрату коэффициента подобия.

k	Новая площадь
2	48 см^2
3	108 см^2
$\frac{1}{2}$	3 см^2
$\frac{1}{4}$	$0,75 \text{ см}^2$

Подобные треугольники



Два треугольника, одна форма

На рисунке удобно показать два треугольника с одинаковыми углами и пропорциональными сторонами. Один из них больше другого в четыре раза по линейным размерам, поэтому его площадь становится в 16 раз больше.



Как читается подпись на схеме

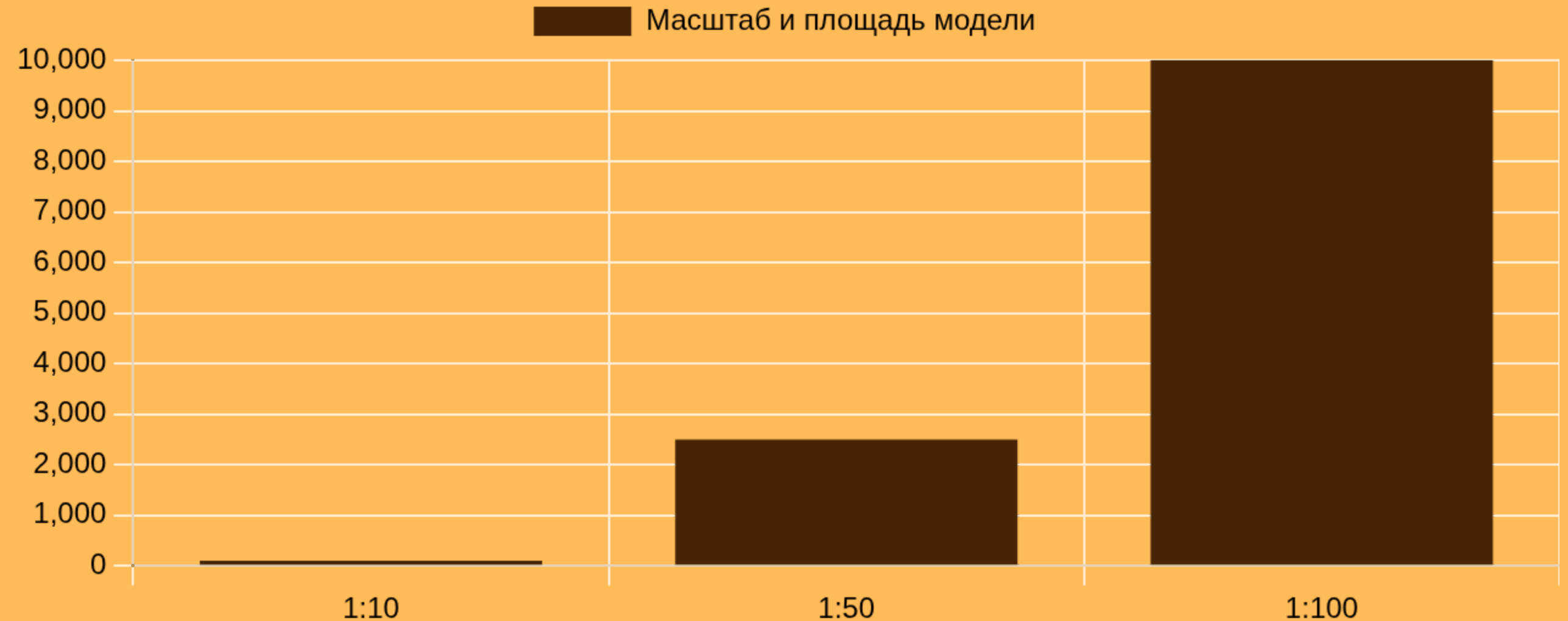
Подписи на сторонах помогают увидеть соответствие: если у меньшего треугольника сторона 3 см, то у большего она будет 12 см. Рядом можно отметить площади, чтобы сразу заметить квадратную зависимость.

Как масштаб влияет на площадь модели

При уменьшении масштаба даже небольшая деталь становится намного меньше по площади, чем по длине.

Площадь уменьшается по квадрату масштаба: чем меньше модель, тем быстрее сокращается её площадь. Это особенно заметно при переходе от 1:10 к 1:100.

Правило подобия фигур и масштабирования в геометрии.



.1

Шаг 1. Найти соответствие

Сначала определяют, какие части одной фигуры соответствуют частям другой. Это важно, если в плане комнаты или фасаде здания есть повторяющиеся элементы одинаковой формы.

.2

Шаг 2. Применить коэффициент

Когда найден коэффициент подобия всей фигуры, его используют и для соответствующих частей. Их площади изменяются по тому же правилу: через квадрат коэффициента.

Площадь составных фигур

.3

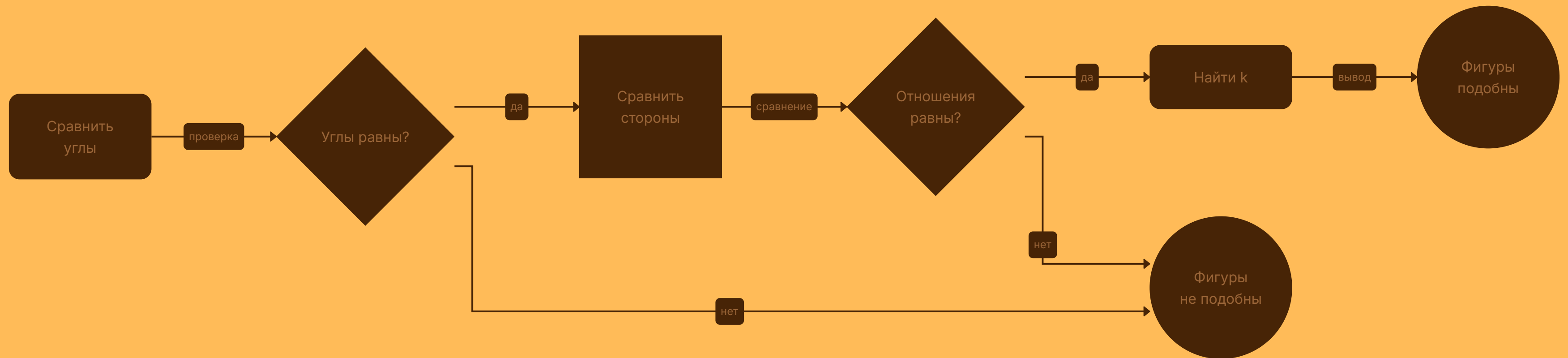
Шаг 3. Сложить результат

После вычисления площадей отдельных частей удобно сложить их, чтобы получить общую площадь. Такой способ помогает сравнивать сложные чертежи, рисунки и архитектурные планы.



Как проверить подобие фигур

Схема показывает последовательность проверки по углам и сторонам.



Где используется подобие В ЖИЗНИ

.1

Чертежи и карты

В черчении и картографии подобие позволяет уменьшать большие объекты без потери формы. По масштабу можно определить реальные размеры здания, участка или дороги.

.2

Архитектура и модели

Архитекторы и конструкторы используют уменьшенные модели, чтобы заранее проверить внешний вид и пропорции. Площадь помогает рассчитать, сколько материала понадобится для отделки или покрытия поверхности.

.3

Дизайн и планировка

В дизайне и планировке помещений подобие помогает сравнивать размеры элементов на рисунке и в реальности. Это удобно при расчёте полезной площади и размещении деталей.

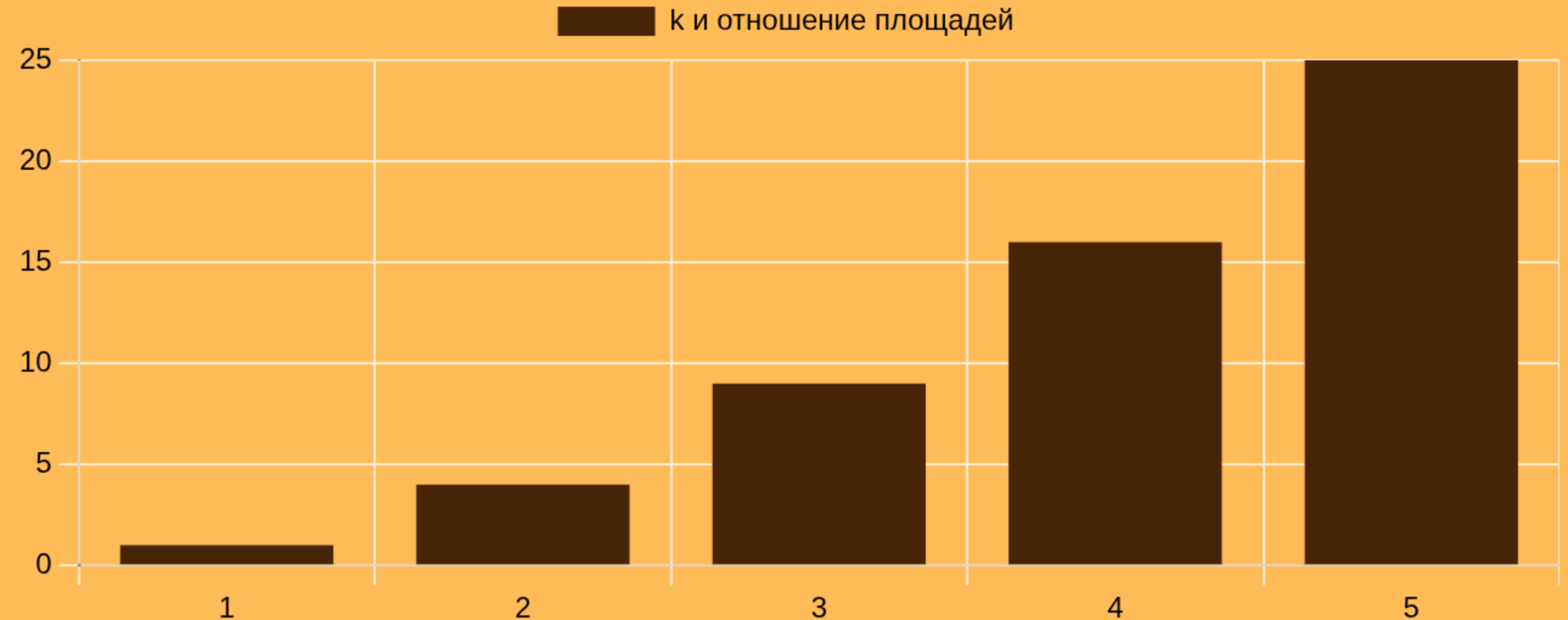


Сравнение площадей при разных коэффициентах

На каждом шаге видно не просто увеличение, а ускоряющийся рост значений: квадратное правило действует одинаково для любых подобных фигур.

Отношение площадей растёт быстрее коэффициента подобия, потому что зависит от его квадрата. Это удобно для быстрой проверки ответов в задачах.

Свойство подобных фигур:
 $S_2/S_1 = k^2$.



Формулы, которые нужно запомнить



Периметры

У подобных фигур отношение периметров равно коэффициенту подобия k . Это связано с тем, что периметр зависит только от длин сторон, а не от площади фигуры.



Площади

Отношение площадей равно k^2 . Поэтому при увеличении всех сторон в 3 раза площадь возрастает в 9 раз, а при уменьшении в 2 раза — в 4 раза.



Как находить неизвестную площадь

Если известна площадь меньшей фигуры, её умножают на k^2 . Если известна площадь большей фигуры, то делят на k^2 и получают площадь меньшей.

Главный вывод о площадях подобных фигур

Подобие сохраняет форму, но меняет размеры по строгому правилу. Длины и периметры растут в k раз, а площади — в k^2 раз, поэтому такие задачи решаются быстро и точно.