

Рациональные числа вокруг нас

Числа для измерений, денег и координат.



Рациональные числа в 6 классе

Эта тема помогает продолжить работу с дробями, понять отрицательные числа и уверенно сравнивать величины. Рациональные числа нужны для записей измерений, расчётов и решения практических задач.



Что такое рациональное число

Рациональным называют число, которое можно представить в виде дроби a/b , где a и b — целые числа, а b не равно нулю.

К таким числам относятся целые числа, обыкновенные дроби и конечные десятичные дроби. Например: 5, -3, $1/2$, $-7/4$, 0 и 2,5.

Главное условие — возможность записать число через дробь с целыми числителем и знаменателем. Поэтому рациональные числа образуют очень широкий класс.



Положительные и отрицательные числа

Числа больше и меньше нуля

Положительные числа показывают значения больше нуля, а отрицательные — меньше нуля. Знаки помогают сразу понять, в какую сторону от нуля находится число.

Ноль в жизни и в математике

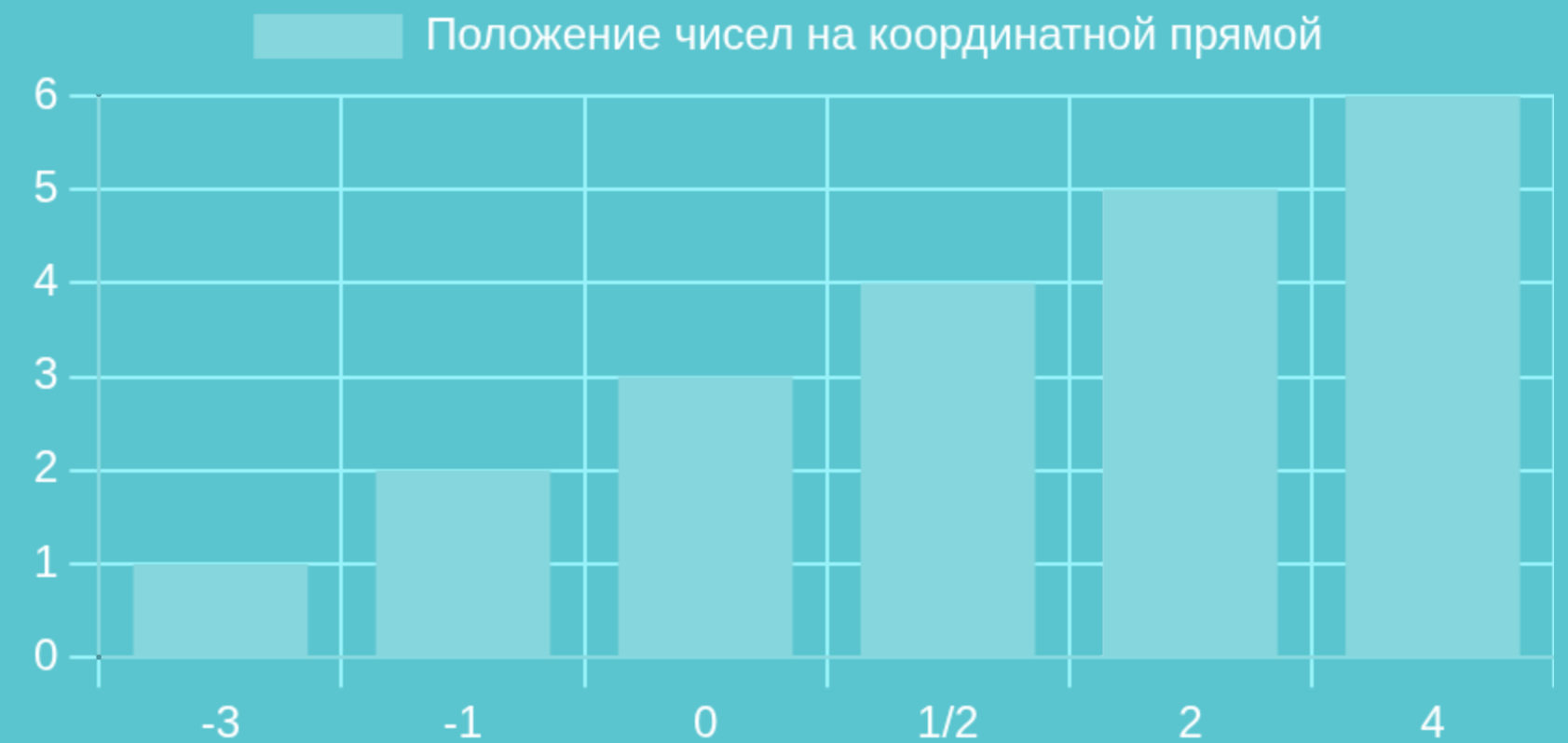
Ноль обозначает отсутствие величины или середину отсчёта. Его используют при температуре, в долгах, при подъёмах и спусках, а также на координатной прямой.



Рациональные числа на координатной прямой

Координатная прямая помогает увидеть порядок чисел и сравнить их без вычислений.

Чем правее число на прямой, тем оно больше; расстояние до нуля показывает модуль.



Схематическое представление для учебной презентации.



Как сравнивать рациональные числа

Если числа положительные, больше то, которое расположено правее на координатной прямой. Этот способ особенно удобен, когда нужно сравнить дроби или десятичные записи.

Если числа отрицательные, больше то, которое ближе к нулю. Поэтому -2 больше, чем -5 , хотя по модулю оно меньше.

Для сравнения можно также привести дроби к общему знаменателю или перевести их в десятичную запись. Например, $0,4$ больше, чем $0,35$.



Одна и та же величина в разных записях



Дробь	Десятичная	Процент
$\frac{1}{2}$	0,5	50%
$\frac{1}{4}$	0,25	25%
$\frac{3}{5}$	0,6	60%
$2\frac{1}{2}$	2,5	—

Сопоставление стандартных школьных записей чисел.

Одна величина может быть записана по-разному: дробью, десятичной дробью или процентом.

Разные формы записи могут обозначать одно и то же рациональное число; важно уметь переводить их друг в друга.

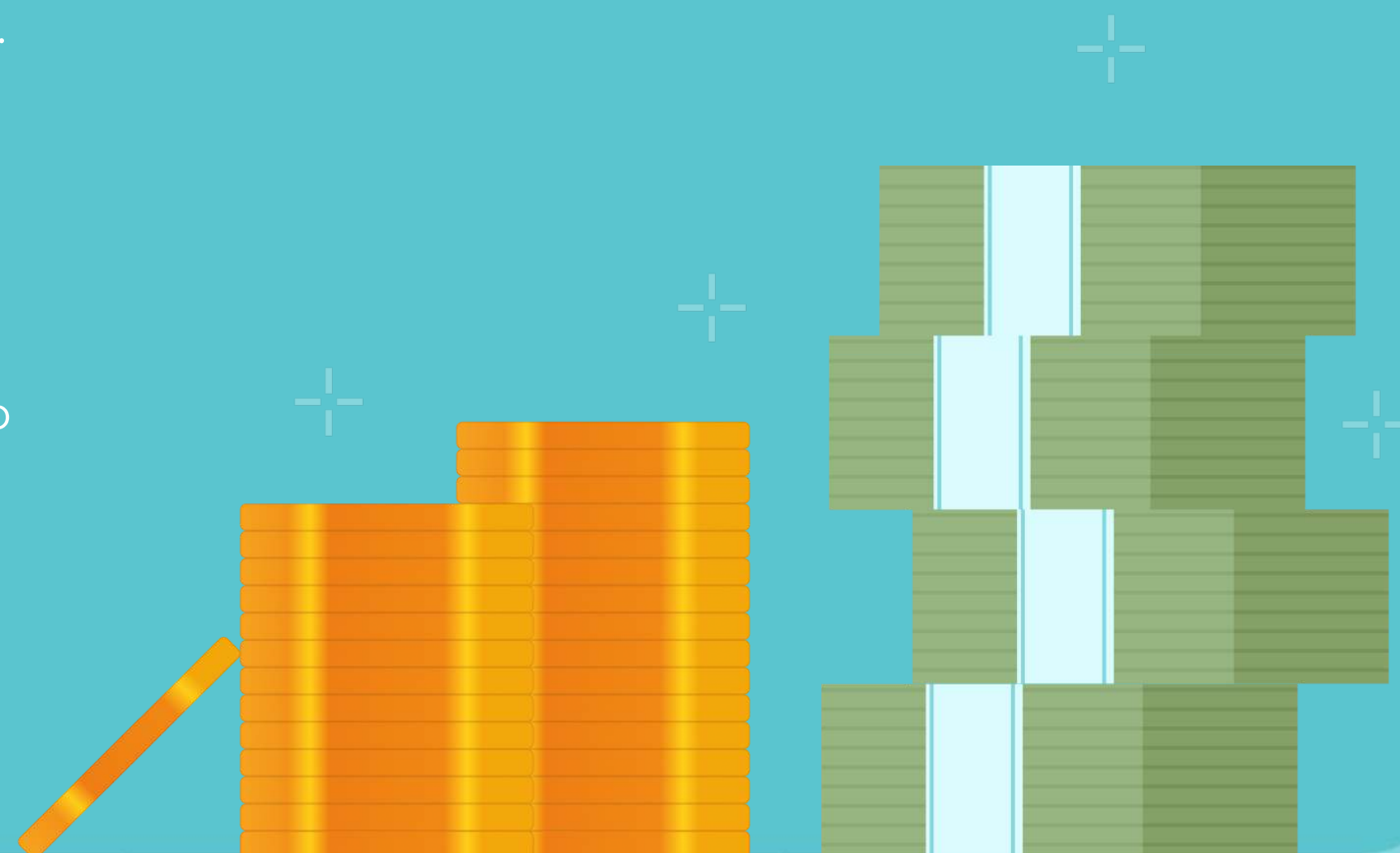


Десятичные дроби как рациональные числа

Любая конечная десятичная дробь является рациональным числом, потому что её можно представить в виде обычной дроби с целыми числителем и знаменателем.

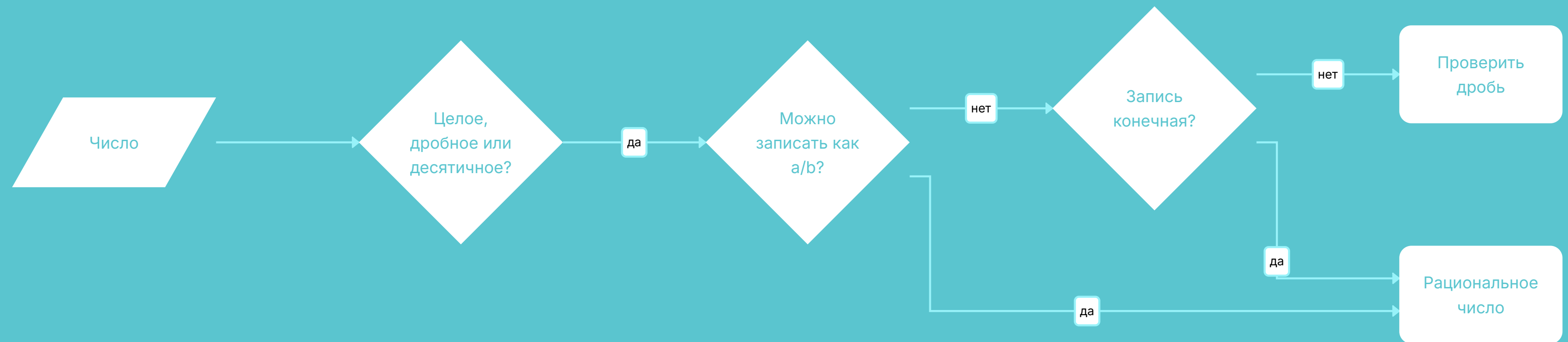
Числа 0,7, 1,25 и -3,08 удобно использовать в задачах про деньги, длину, массу и время, где важна точность записи.

В 6 классе бесконечные периодические дроби обычно рассматривают отдельно. Но конечные десятичные дроби сразу относятся к рациональным числам.



Проверка числа на рациональность

Схема показывает последовательность проверки по виду записи числа и возможности представить его дробью.



Сложение рациональных чисел

При сложении чисел с одинаковыми знаками складывают модули и сохраняют знак результата. Так получают, например, $-3 + (-2) = -5$.

Если знаки разные, из большего модуля вычитают меньший и ставят знак числа с большим модулем. Поэтому $4 + (-7) = -3$.

Это правило работает и для десятичных дробей: $-1,5 + 2 = 0,5$. Оно помогает вычислять быстро и не путать знаки.



Вычитание рациональных чисел

Вычитание рациональных чисел удобно заменять сложением противоположного числа: вместо $5 - 8$ можно рассмотреть $5 + (-8)$, не меняя смысл выражения.

Если уменьшаемое и вычитаемое имеют разные знаки, сначала записывают разность как сумму, а затем применяют правила сложения положительных и отрицательных чисел.

Противоположное число помогает избежать ошибок со знаком, особенно когда в выражении есть отрицательные числа и скобки, например $-2 - 3$ или $4 - (-1)$.

Такой приём делает вычисления понятнее: мы работаем с одной операцией — сложением, а ответ получаем по обычным правилам для рациональных чисел.



Правила знаков при умножении и делении



Для деления действуют те же правила знаков, что и при умножении; нуль в качестве делителя недопустим.

Если знаки одинаковые, результат положительный; если разные, результат отрицательный. Это позволяет быстро определять знак ответа без лишних вычислений.



Правила знаков из школьного курса математики 6 класса.



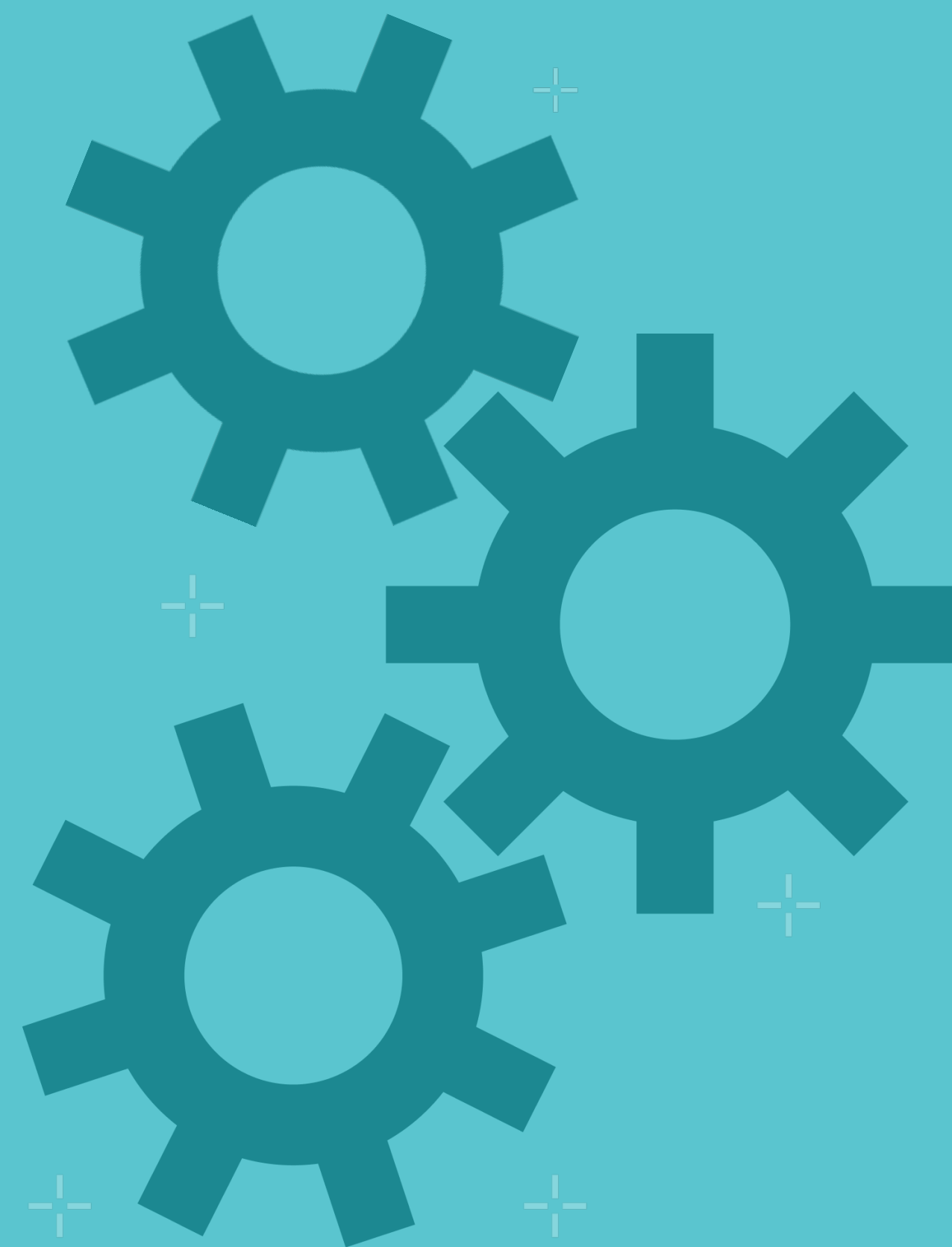
Умножение и деление рациональных чисел

При умножении сначала перемножают модули чисел, а затем определяют знак результата по правилам знаков. Это работает и для целых, и для дробных чисел.

При делении алгоритм такой же: сначала делят модули, потом ставят знак частного. Если делитель равен нулю, действие выполнить нельзя.

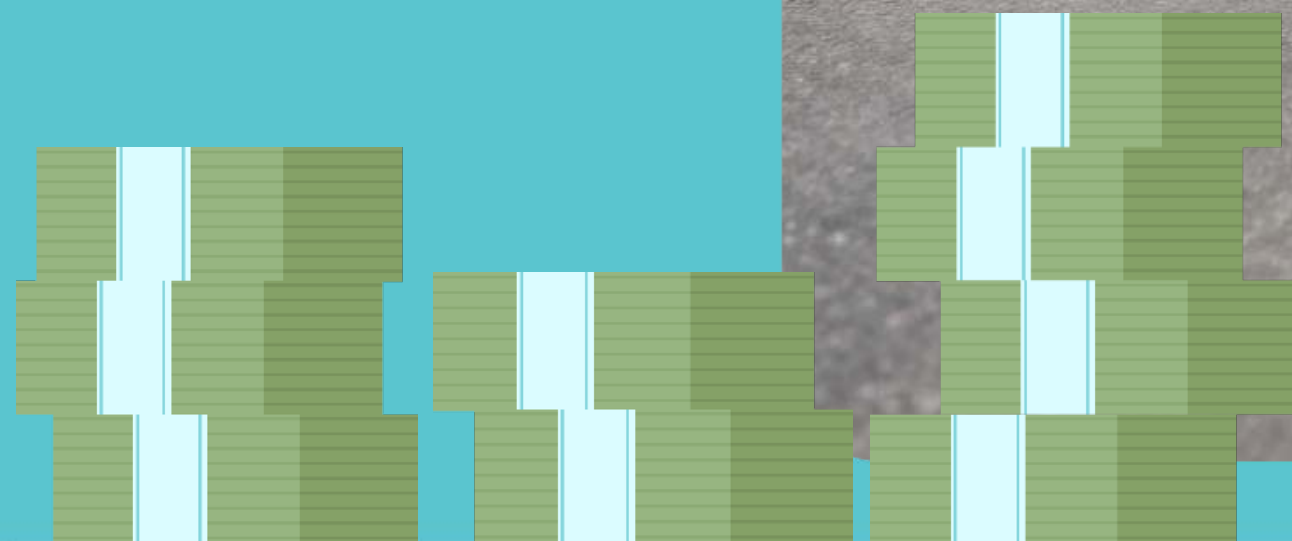
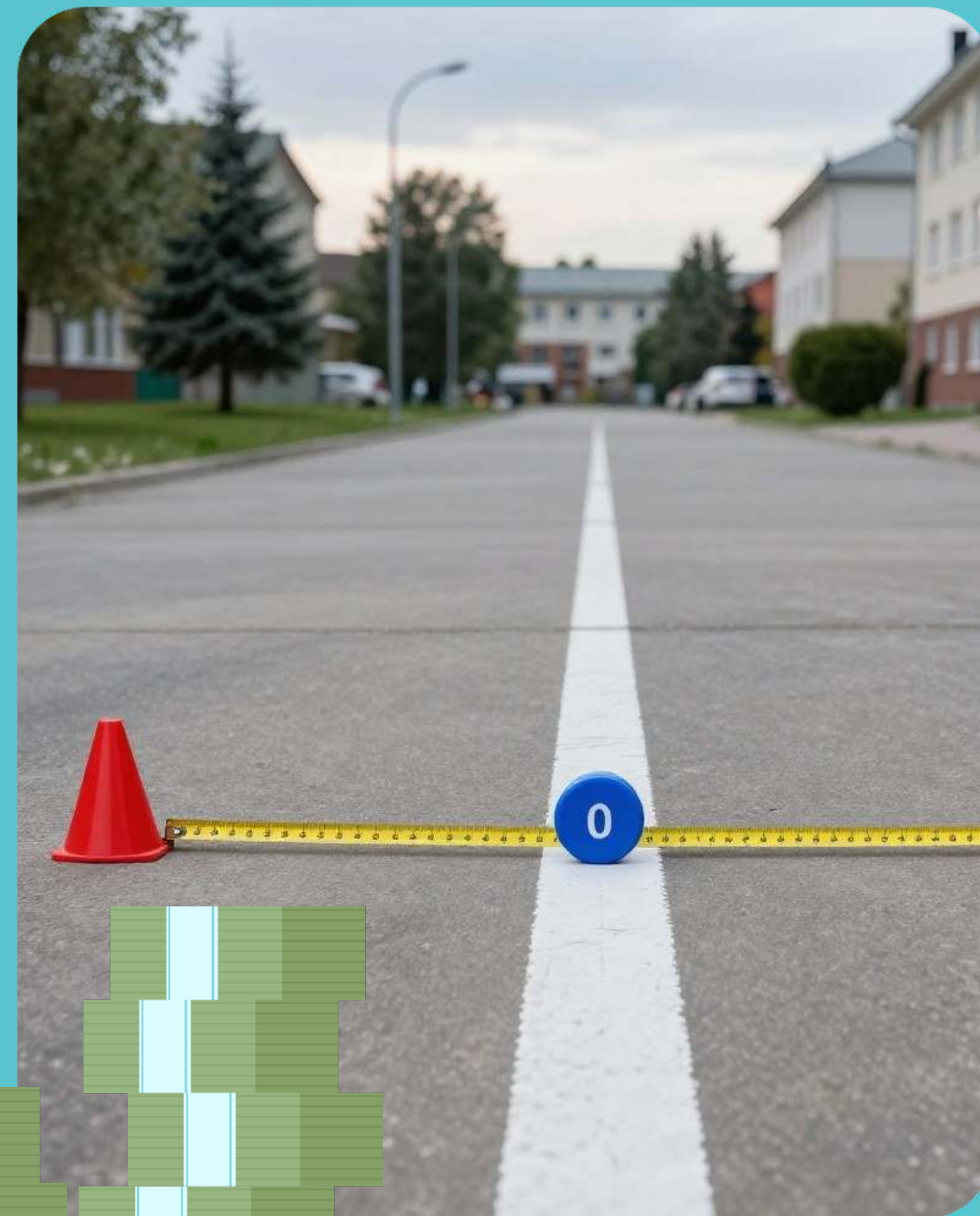
Примеры помогают запомнить правило: $-3 \times 2 = -6$, $-12 : 3 = -4$, $1/2 \times 4 = 2$. Во всех случаях важно следить за знаками.

Такие вычисления нужны не только на уроках, но и при решении уравнений, задач на движение, стоимость, изменение температуры и другие величины.



Модуль числа

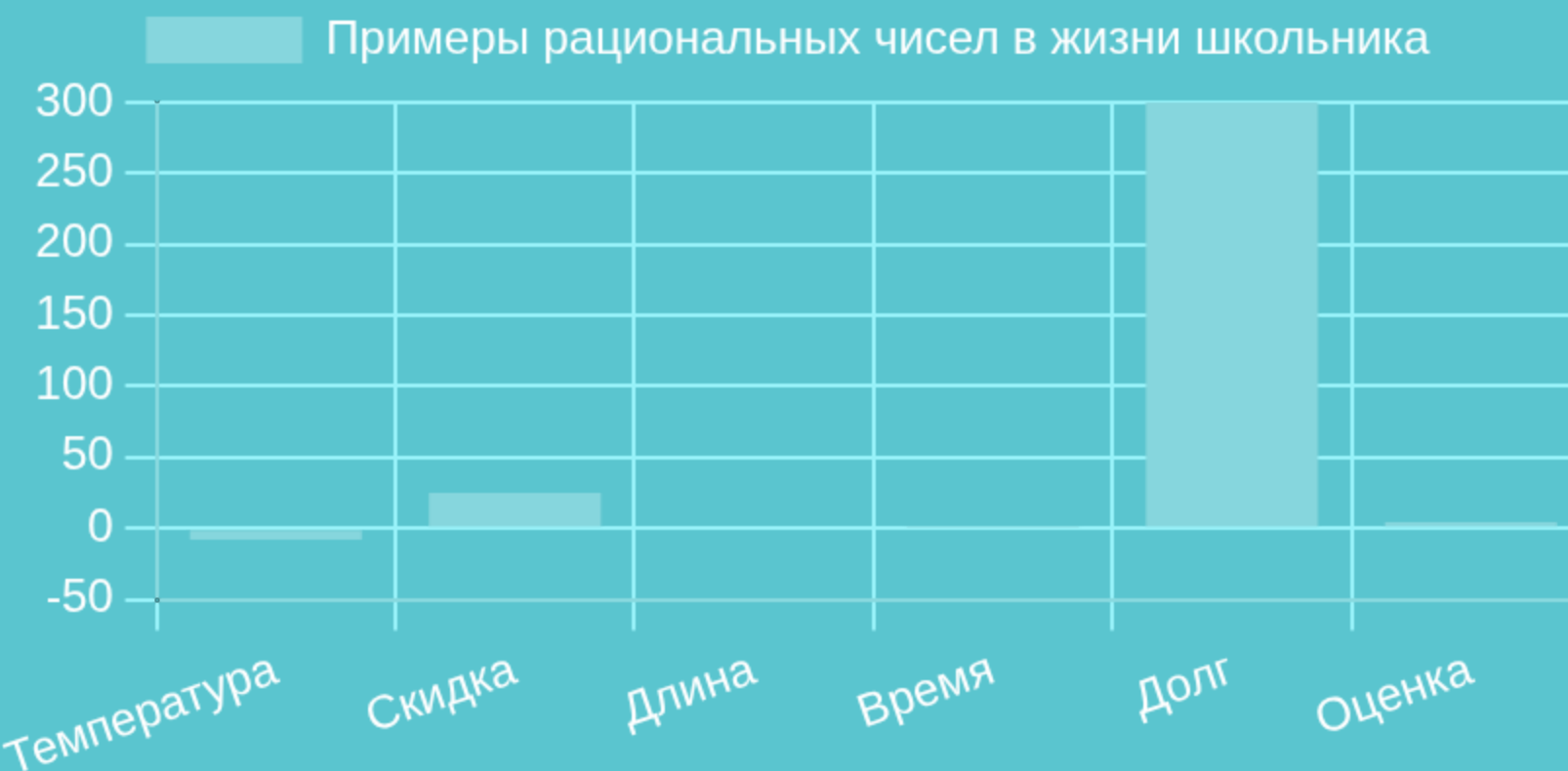
- Модуль числа показывает, насколько далеко число находится от нуля на координатной прямой. Поэтому он не зависит от знака и всегда выражает неотрицательное значение, например $|-7| = 7$.
- Это свойство удобно при сравнении расстояний, отклонений и измерений. Модуль помогает быстро понять, какое число расположено дальше от нуля, и оценить величину без учёта направления.



Рациональные числа в жизни школьника

В реальных задачах одно и то же число может описывать разные величины: часть целого, результат измерения или изменение по сравнению с нормой.

Рациональные числа нужны почти в каждой бытовой ситуации: они помогают точно описывать значения, сравнивать их и делать вычисления без потери смысла.



Примеры составлены по материалам школьного курса математики.



Типичные ошибки при работе с рациональными числами

Ошибка	Правильно	Почему
$-2 + -3$	-5	Складывают модули
$1/2 + 1/3$	$5/6$	Нужен общий знаменатель
$0,4 = 2/5$	верно	Десятичная и дробная запись
$5 - (-2)$	7	Минус перед скобками меняет знак

В таблице показаны частые ошибки, правильные записи и краткие пояснения, чтобы легче запомнить верный способ вычислений.

Большинство ошибок связано не с вычислениями, а со знаками, скобками и переводом записей. Внимательная проверка помогает избежать неверного ответа.

Правила и примеры из школьного курса математики 6 класса.



Алгоритм решения примеров с рациональными числами

Последовательность действий при выполнении вычислений с целыми, дробными и десятичными рациональными числами.



Рациональные числа и дроби, которые уже знакомы



Обыкновенные дроби

Дроби вида $\frac{3}{4}$, $\frac{5}{8}$ и $\frac{7}{10}$ — это рациональные числа, потому что их можно представить как отношение целых чисел с ненулевым знаменателем.



Проценты

Проценты легко связать с дробями и десятичными числами: 75% означает 75 из 100, то есть $\frac{3}{4}$ или 0,75. Это одна и та же величина в разных формах.



Целые числа

Любое целое число тоже рационально: например, $5 = \frac{5}{1}$, а $-3 = -\frac{3}{1}$. Поэтому целые числа входят в широкий набор рациональных чисел.



Разные записи одного числа

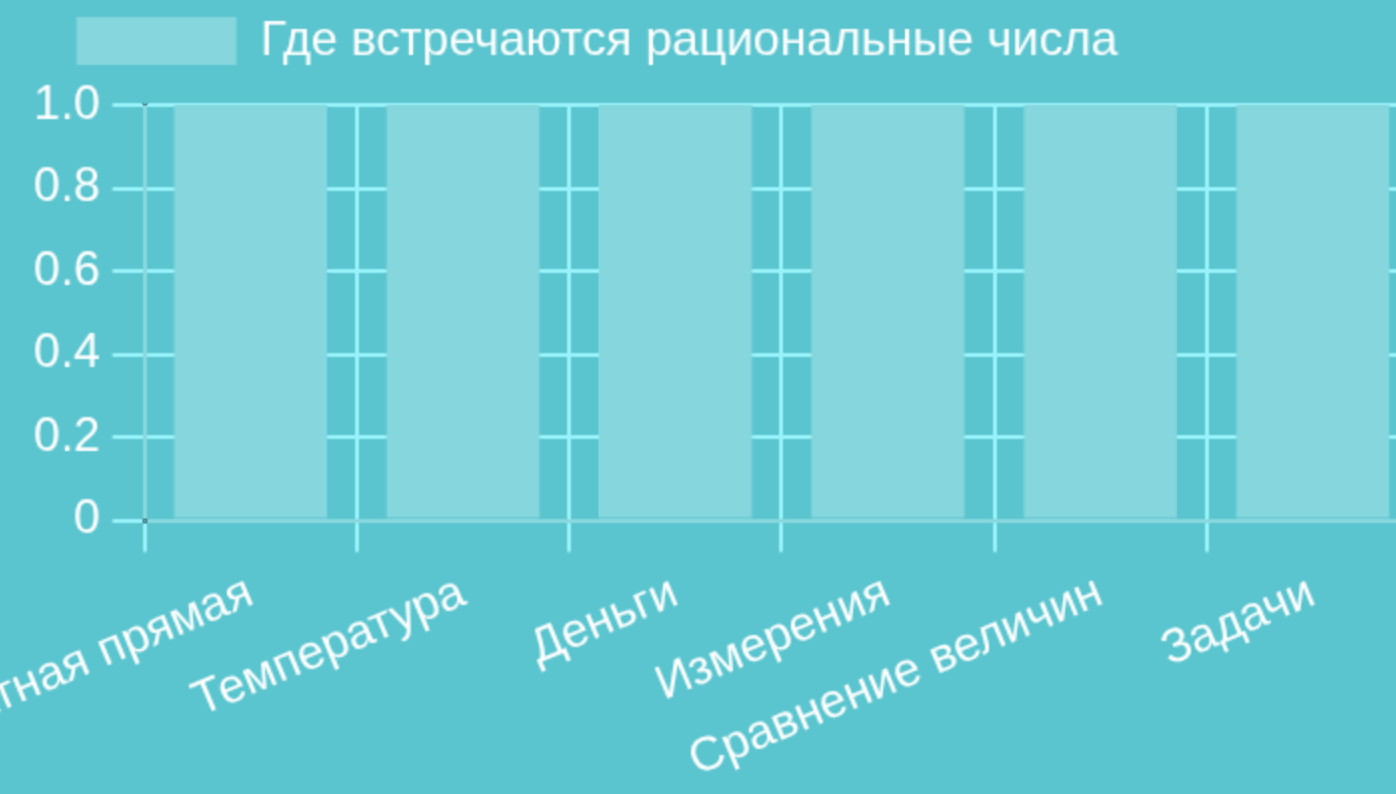
Одно и то же число может быть записано по-разному: 0,75, $\frac{3}{4}$ и 75% обозначают одну часть целого, но используются в разных задачах.



Повторение: где встречаются рациональные числа

В одном и том же сюжете могут встречаться и положительные, и отрицательные числа, а также дробные записи, поэтому важно уверенно читать разные формы записи.

Рациональные числа нужны во всех основных видах учебных и жизненных задач. Чем лучше ученик понимает их смысл, тем увереннее выполняет вычисления и сравнения.



Обобщение по материалам темы «Рациональные числа».



Рациональные числа: полезный инструмент для вычислений



Рациональные числа объединяют целые, дробные и десятичные записи и помогают описывать реальные ситуации точно и удобно. Владение правилами работы с ними делает вычисления понятнее и надёжнее.