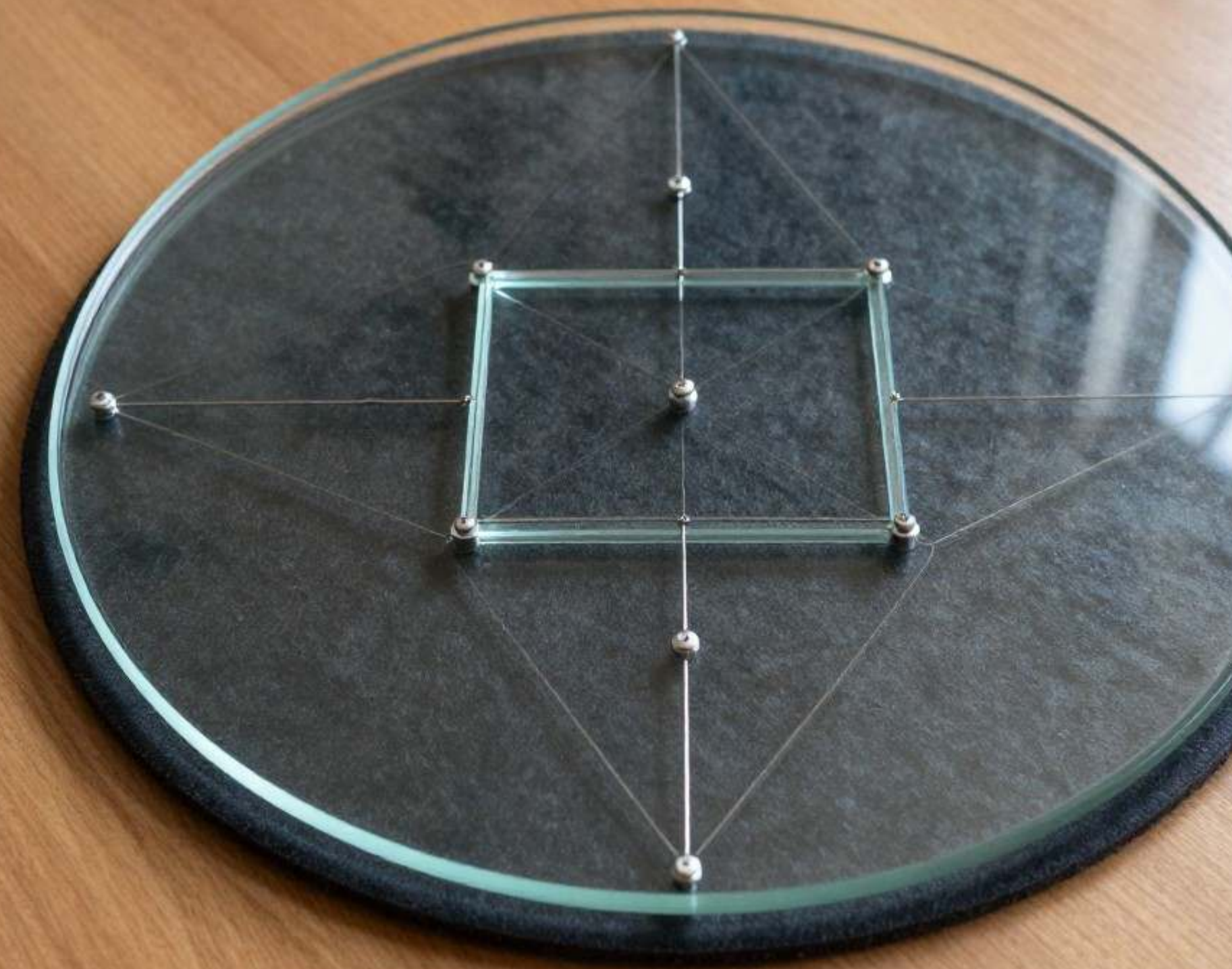
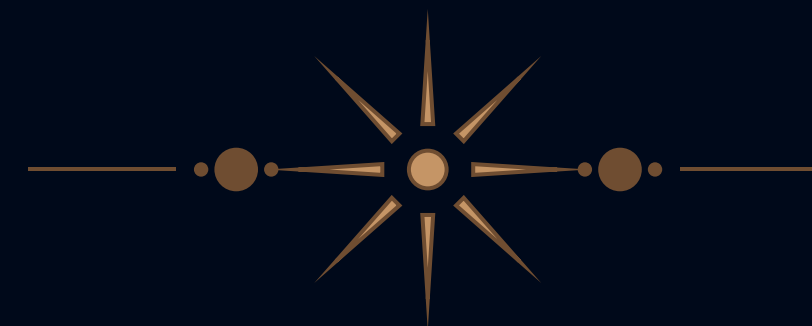


Многоугольники, вписанные в окружность

Разберём, как вершины на одной окружности
превращают дуги и углы в инструмент
вычислений и доказательств.



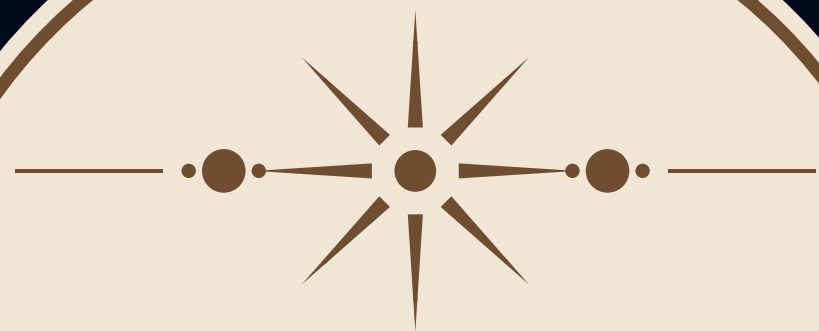
Зачем изучать вписанные многоугольники в 10 классе



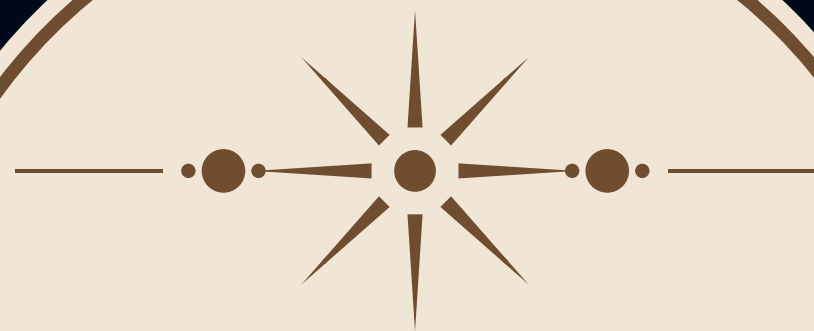
Тема опирается на базу школьной геометрии: окружность, хорды, дуги, центральные и вписанные углы. В задачах 10 класса эти связи помогают находить углы, длины, радиус описанной окружности и площадь. Часто встречаются задания на вписанные четырёхугольники и правильные многоугольники, включая доказательства.



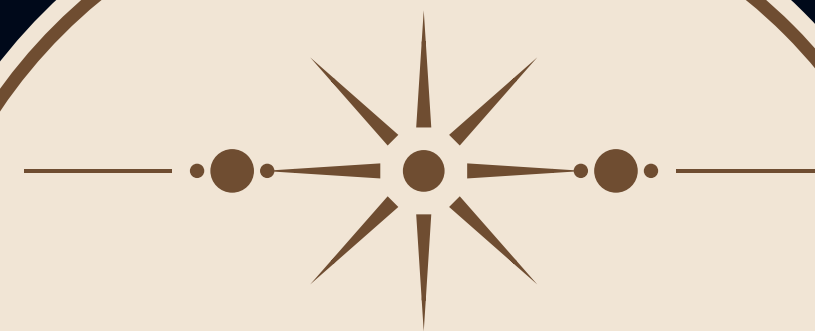
Определение и основные элементы вписанного многоугольника



Вписанный в окружность многоугольник имеет все вершины на одной окружности. Эта окружность называется описанной около многоугольника — она задаёт геометрическую «сцену» для всех свойств фигуры.



Стороны вписанного многоугольника являются хордами окружности. Дуги между соседними вершинами определяют соответствующие центральные углы, поэтому угловые меры тесно связаны с расположением вершин на окружности.



Центр окружности — это точка, равноудалённая от всех вершин многоугольника. Через радиусы к вершинам удобно выражать длины и углы, а также связывать различные элементы одного чертежа.

Как выглядит многоугольник, вписанный в окружность

Схема: вершины, хорды и радиусы

На рисунке показана окружность, на её линии отмечены вершины многоугольника. Соседние вершины соединяются хордами, а к каждой вершине проводятся радиусы из центра окружности.

Дуги и углы как «ключ» к свойствам

Для понимания конструкции важны дуги между соседними вершинами и центральные углы, на них опирающиеся. И, наконец, вписанные углы, которые связаны с теми же хордами, позволяют переходить от дуг к угловым вычислениям.





Критерий «сумма противоположных углов $= 180^\circ$ » работает как необходимое и достаточное условие, поэтому его используют и в проверке рисунков, и в доказательствах.



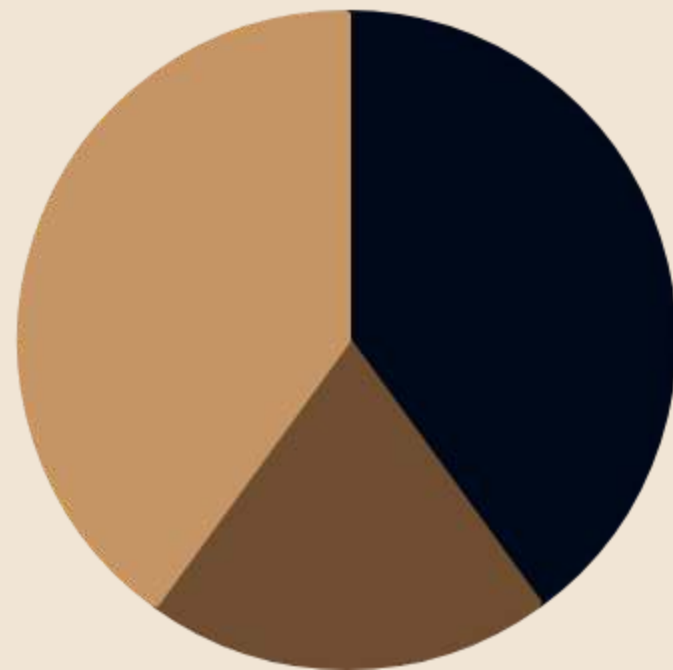
180°

Если суммы противоположных углов равны 180° , значит, четырёхугольник можно вписать в окружность.

Курс геометрии 10 класса (школьная программа)

Связь центрального и вписанного углов с дугой

■ Центральный угол ■ Вписанный угол
■ Связь на одной хорде



Центральный угол измеряет дугу напрямую, а вписанный — половину соответствующей дуги, поэтому задачи сводятся к аккуратному учёту дуг.

Разные положения вершин при одной и той же хорде дают вписанным углам равенство или дополнение до 180° , что помогает выбирать верное соотношение на чертеже.

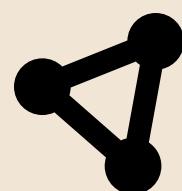
Курс геометрии 10 класса (основные теоремы об углах и дугах)

Свойства хорд, дуг и равных элементов



Равные хорды →
равные дуги

Если хорды равны, то соответствующие им дуги имеют равные градусные меры. Это позволяет переводить «геометрию отрезков» в «геометрию дуг» без лишних построений.

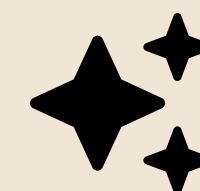


Равные дуги →
равные центральные
углы

Каждой дуге соответствует центральный угол, равный её градусной мере. Поэтому равенство дуг автоматически даёт равенство центральных углов, а значит, и угловых конструкций.



Равные стороны
вписанного
многоугольника
Если в вписанном
многоугольнике две
стороны равны, то равны
и соответствующие
хорды окружности.
Следовательно, равны
дуги, а значит,
одинаковы центральные
углы, опирающиеся на
них.



Почему это
работает в
доказательствах
Эти связи помогают
обосновывать
равенство углов,
равенство сторон и
симметрию фигур, когда
на чертеже уже «видны»
какие-то равные
элементы, но требуется
строгое подтверждение.

Основные величины в задачах на окружность



Короткая опора для решения:
определения, связи и ориентир для
типовых вычислений через дуги, углы и
радиус одной окружности.

Во многих заданиях достаточно
выстроить цепочку: дуга ↔ угол
(центральный/вписанный) и затем
связать это с радиусом. Поэтому
расчёты не распадутся на несвязанные
шаги.



Элемент	Определение	Связь	Типовой пример
Центральный угол	Угол с вершиной в центре	Мера равна дуге	Находить угол по дуге
Вписанный угол	Угол с вершинами	Равен половине	Находить угол по

Курс геометрии 10 класса



Эта зависимость делает правильные многоугольники удобными для быстрых вычислений: центральные и внутренние углы выводятся системно.



360°

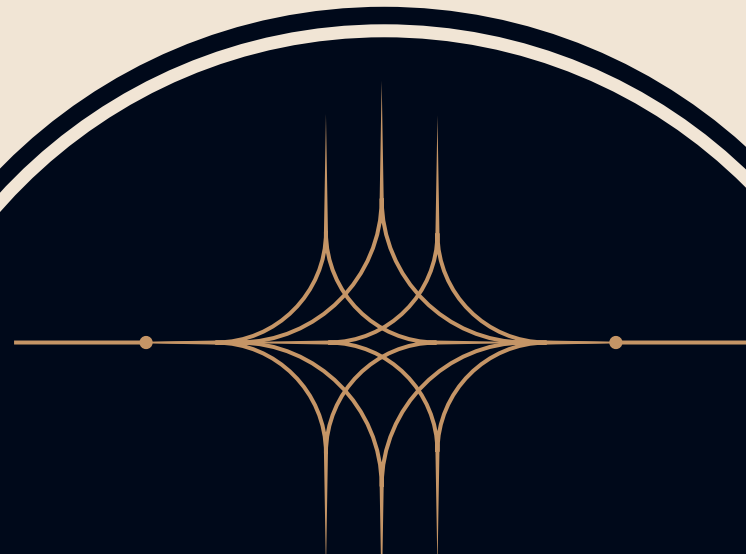
Разделив 360° на число сторон, получаем центральный угол правильного n -угольника.

Школьный курс геометрии (формулы для правильных многоугольников)

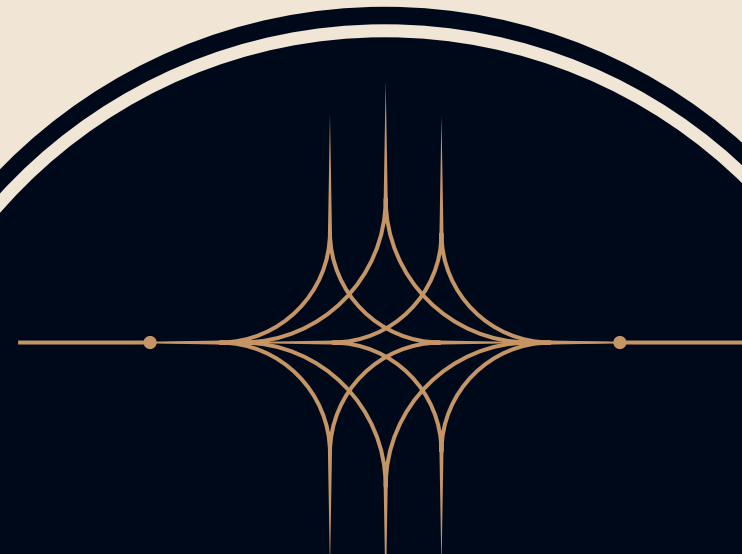
Построение правильного n -угольника на окружности

Алгоритм построения основан на делении полного угла 360° на n равных частей

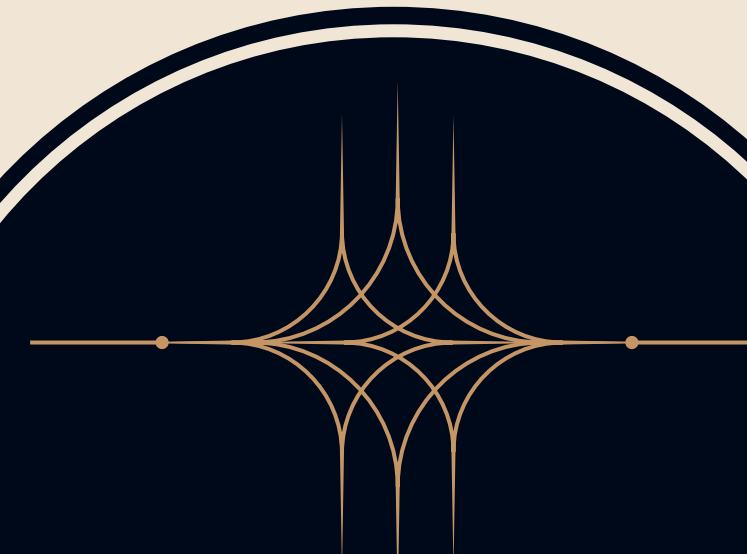
Основные способы решения задач



Начинайте с углов: определяйте центральный угол по дуге и затем переводите его во вписанный угол (вписанный равен половине дуги). Так вычисления ведут по понятным связям «дуга → угол».

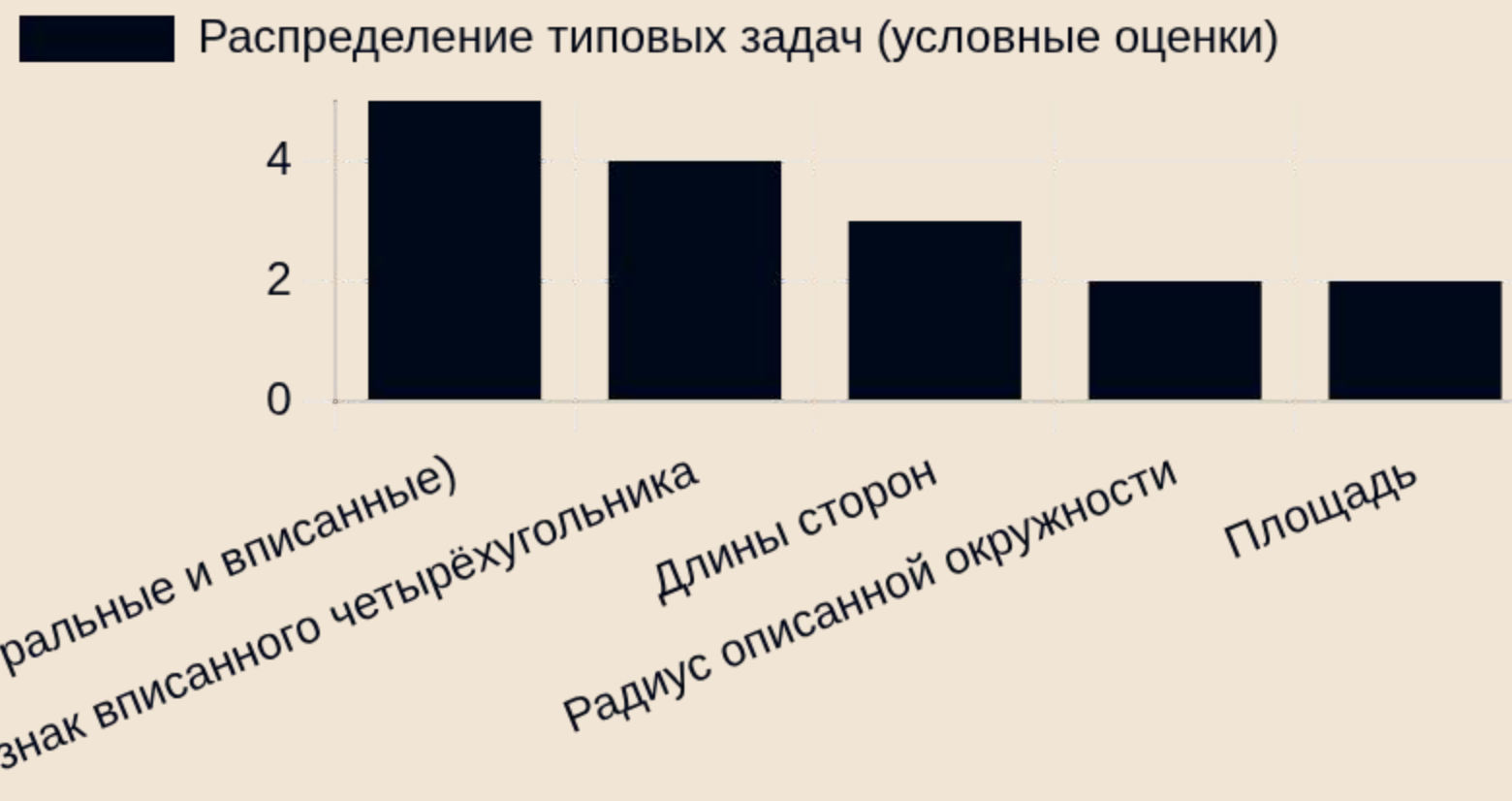


Проверяйте вписанность по признакам: если речь о четырёхугольнике, используйте условие суммы противоположных углов 180° . Это даёт короткий и доказательный путь, особенно когда на чертеже видны углы, связанные хордами.



Переводите задачу к радиусам и хордам: опирайтесь на то, что стороны вписанного многоугольника — хорды. Часто удобнее разбить фигуру на треугольники с вершиной в центре, чтобы проще находить длины и площади.

Какие задачи по теме встречаются чаще всего



На практике чаще всего встречаются задания на углы и на распознавание вписанности четырёхугольника; вычисления радиусов и площадей идут реже, но требуют тех же ключевых связей.

Диаграмма показывает, что ядро темы — работа с углами через дуги и критерий вписанности. Остальные типы задач чаще зависят от уже найденных углов и радиуса.



Оценка автором по структуре типовых школьных вариантов (без официальной статистики), 2026-05-12

Площадь многоугольника, вписанного в окружность

Площадь удобно искать через разбиение: проведите радиусы к вершинам и разбейте многоугольник на треугольники с общей вершиной в центре окружности. Тогда каждый треугольник имеет центральный угол.

У правильного n -угольника центральный угол равен $360^\circ/n$, а значит, все треугольники равны. Площадь выражается через радиус описанной окружности и этот центральный угол.

Для каждого треугольника используйте формулу через две стороны радиуса и угол между ними; затем складывайте площади всех одинаковых по форме секторов у правильных многоугольников. Это снижает число шагов.

Когда n увеличивается, правильный многоугольник «приближается» к окружности: разбиение на треугольники становится более мелким. Поэтому метод связан с идеей аппроксимации круга.

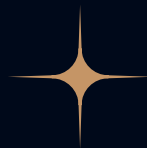


Типичные ошибки при работе с чертежом

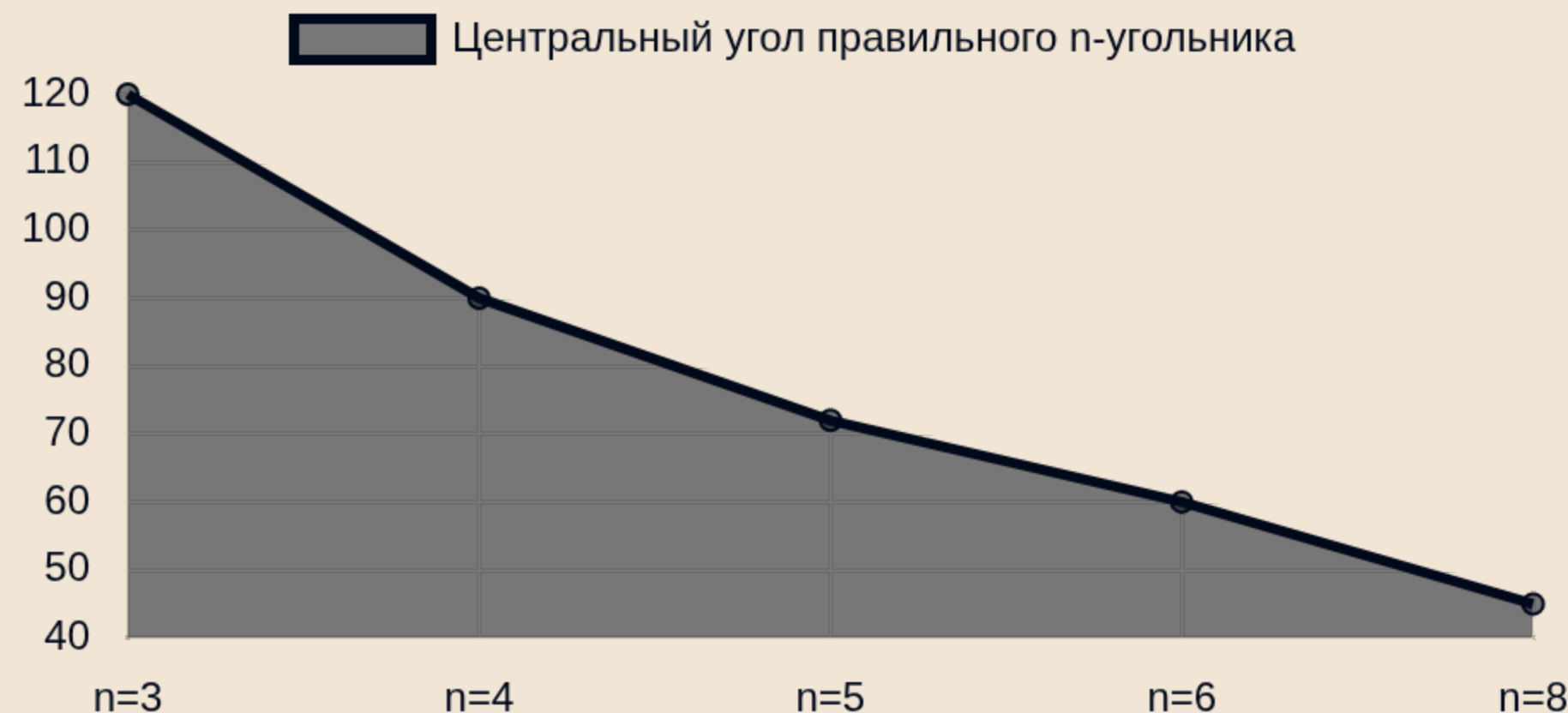
Частая ошибка — перепутать хорду и дугу. Хорда соединяет две точки окружности отрезком, а дуга — часть окружности. Отсюда возникают неправильные углы и неверные формулы при переходе «дуга → угол».



Вторая типичная проблема — неверное чтение вписанного угла: важно, чтобы вершина угла лежала внутри окружности, а его стороны опирались на одну хорду. Наконец, всегда проверяйте условие: все вершины должны лежать на одной окружности.



Как меняется центральный угол у правильных многоугольников



При росте n центральный угол уменьшается, и стороны «раздвигают» вершины ближе друг к другу на окружности. Это напрямую влияет на длины хорд и на визуальную схожесть фигуры с кругом.

График подчёркивает: формула $360^\circ/n$ сразу задаёт динамику угла. Следовательно, многие параметры правильных фигур проще вычислять через n , не выполняя лишние построения.



Вычисления по формуле $360^\circ/n$, школьный курс геометрии (10 класс), 2026-05-12

Применение в реальных объектах и черчении



Розетки и декоративные узоры

Орнаменты часто строят на повторяющихся вписанных многоугольниках: радиальная симметрия задаётся центральными углами, а хорды определяют границы элементов, сохраняя геометрическую точность.



Компьютерная графика и дизайн

В цифровом изображении циркулярные формы строятся как модели окружностей с опорными вершинами. Геометрия вписанных многоугольников помогает контролировать форму при масштабировании и трансформациях.



Чертёжные сетки и построения

В архитектурных и инженерных эскизах вписанные правильные формы помогают точно задавать разметку: например, равномерное деление окружности переносится на окружности в проекциях и схемах.



Технические детали и зубчатые элементы

Круговые деления и вписанные многоугольники встречаются в конструктивных схемах механизмов и в разметке деталей. Точность углов важна для корректной сборки и согласования элементов.

Проверка вписанности четырёхугольника

Алгоритм для доказательных задач: по углам определяем, может ли четырёхугольник быть вписанным в окружность.

Типовые значения для правильных многоугольников

Указаны центральный и внутренний углы для равностороннего треугольника, квадрата, правильного шестиугольника и правильного восьмиугольника; значения легко выводятся из формулы $360^\circ/n$.

При увеличении n центральный угол уменьшается, а внутренний — растёт. Эти значения помогают быстро узнавать фигуру по чертежу и проверять результаты вычислений.

Фигура (n)	Центр. угол	Внутр. угол
Равностор. треугольник (3)	120°	60°
Квадрат (4)	90°	90°
Правильный шестиугольник (6)	60°	120°

Школьный курс геометрии (10 класс), формулы для правильных многоугольников

Что помогает уверенно решать задачи по теме

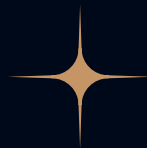
Сначала добейтесь точности определения: вершины должны лежать на одной окружности, а стороны — представлять хорды. На этом строится весь «логический каркас» решения, иначе выводы будут ненадёжны.



Затем работайте с дугами и углами как с единой системой: помните, что центральный угол измеряет дугу, а вписанный угол связан с той же дугой через половину. Это сокращает путь к ответу.



Научитесь видеть на чертеже радиусы, хорды и центральные углы: именно они подсказывают, где можно провести разбиение на треугольники или применить критерий вписанного четырёхугольника. Аккуратно проверяйте каждое равенство.





ИТОГИ ТЕМЫ

Многоугольники, вписанные в окружность, объединяют свойства окружности, хорд, дуг и углов в единую систему. Тема важна для вычислений, доказательств и построений в школьной геометрии 10 класса. Главный результат — уверенно распознавать вписанную фигуру на чертеже и получать точные выводы из связей между углами и дугами.