



Прямоугольная система координат в пространстве

Как описывать точки и фигуры в трёхмерном мире с помощью x , y и z .

Зачем нужна система координат в пространстве

На плоскости точку задают двумя числами, а в пространстве — тремя. Прямоугольная система помогает однозначно описывать положение объектов. Координаты применяются в геометрии, физике, черчении, информатике и навигации. В пространстве выделяют плоскости xOy , xOz , yOz — они делят его на восемь октантов.



Оси координат и начало отсчёта

В трёхмерной модели рассматривают оси Ox , Oy и Oz , которые пересекаются в одной точке O — начале координат. Такая организация делает описание пространства наглядным и строгим одновременно.

Оси попарно перпендикулярны, поэтому система называется прямоугольной. Обычно Ox располагают горизонтально, Oy — вертикально, а Oz направляют перпендикулярно плоскости рисунка.

На каждой оси выбирают одинаковую единицу измерения, чтобы длины в пространстве не «искажались» разными масштабами. Это важно для корректных сравнений и вычислений.

Координаты точки в пространстве

Как читаются координаты

Точка M в пространстве задаётся тройкой чисел $M(x; y; z)$: x — абсцисса, y — ордината, z — аппликата. Координаты отражают положение точки относительно каждой из осей.

Проекции точки на оси и плоскости

Удобно представлять координаты как результат трёх взаимно перпендикулярных проекций на оси. На схеме задают саму точку M , проводят проекции на оси и соединяют их пунктирными линиями с координатными плоскостями.



Знаки координат в восьми октантах

Октант	Знаки (x, y, z)
I	+,+,+
II	-,+,+
III	-, -, +
IV	+, -, +
V	+, +, -
VI	-, +, -
VII	-, -, -
VIII	+, -, -

Учебная геометрическая традиция: классификация октантов по знакам относительно плоскостей xOy , xOz , yOz .

Октант определяется тем, по какую сторону от трёх координатных плоскостей находится точка. Поэтому каждому октанту соответствует свой набор знаков x , y и z .

Если точка меняет «сторону» хотя бы относительно одной плоскости, меняется и соответствующий знак координаты; значит, набор знаков однозначно указывает октант.

Координатные плоскости и проекции точки

Плоскость $xOy \rightarrow z$ Плоскость $xOz \rightarrow y$
Плоскость $yOz \rightarrow x$



Обобщение из определения координат и смысла перпендикулярных проекций на координатные плоскости.

Каждая из трёх плоскостей «отвечает» за одну координату: снимая перпендикуляр, вы фиксируете только z , только y или только x .

Точки в пространстве нельзя описать одной проекцией: нужны все три проекции, чтобы одновременно определить x , y и z .

3

В формуле расстояния три компоненты разности координат складываются в квадрат, а затем извлекается корень.

Расстояние в пространстве обобщает теорему Пифагора: разности x , y и z работают как три «перпендикулярные стороны».

Классическая формула пространственной метрики для прямоугольной системы координат.

Координаты середины отрезка

Если $A(x_1; y_1; z_1)$ и $B(x_2; y_2; z_2)$ — концы отрезка, то середина C имеет координаты $((x_1+x_2)/2; (y_1+y_2)/2; (z_1+z_2)/2)$.

Каждая координата середины — это среднее арифметическое соответствующих координат концов. Поэтому координатные оси «разделяют» задачу на три независимые одномерные части.

Эта формула особенно полезна при делении отрезка пополам, поиске центра симметрии и построении фигур, где середина играет роль ключевой точки.

Как задаётся точка по координатам

Последовательность построения точки в прямоугольной системе координат: вдоль OX , затем параллельно OY , затем параллельно OZ .

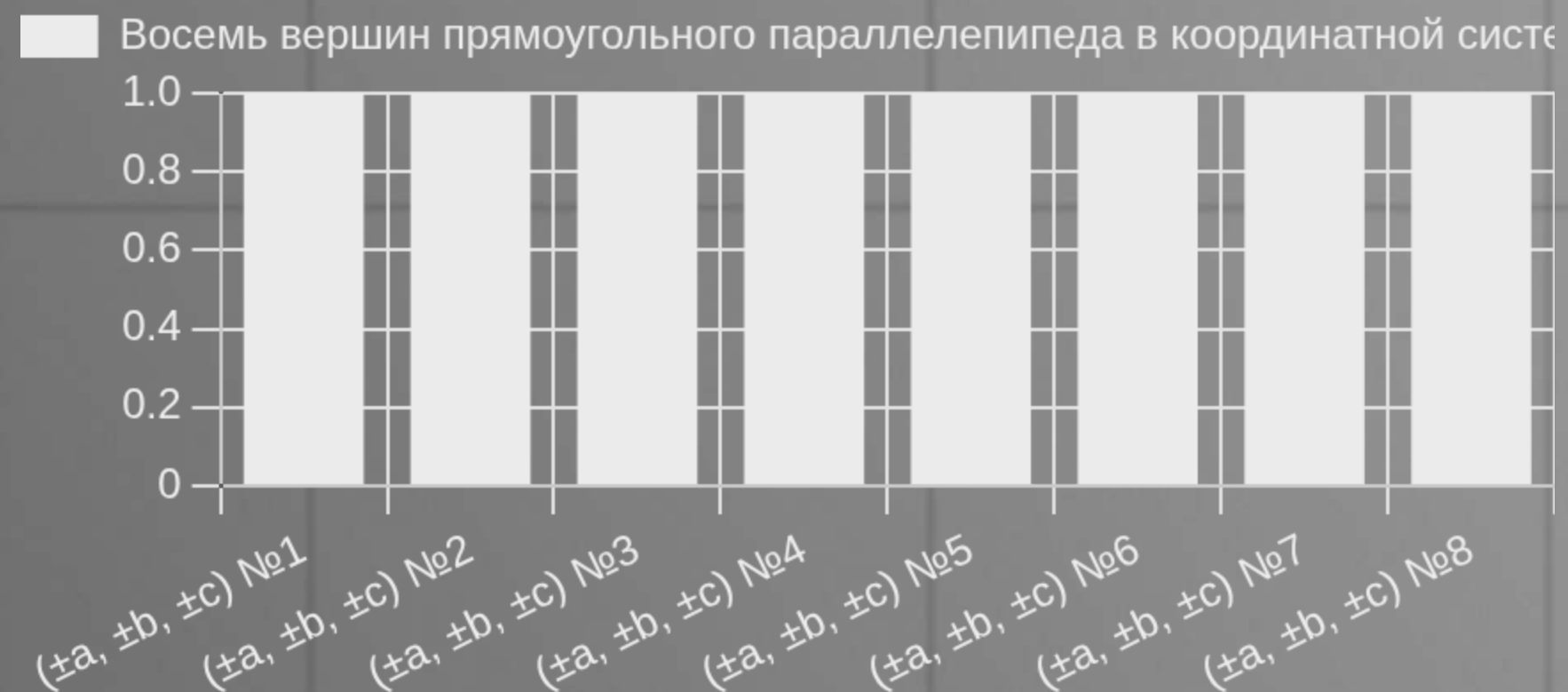
Симметрия относительно координатных плоскостей и осей

Отражение относительно плоскости xOy меняет знак z : координаты $(x; y; z)$ переходят в $(x; y; -z)$. Относительно плоскости xOz меняется знак y , а относительно yOz — знак x .

Если симметрия проводится относительно оси, то одна координата остаётся прежней, а две другие меняют знаки в зависимости от направления отражения и выбранной оси симметрии.

Используя эти правила, можно быстро получать координаты симметричных точек и строить зеркальные фигуры в пространстве без лишних построений и ошибок масштаба.

Прямоугольный параллелепипед и его вершины в координатах



Школьный курс геометрии: координатный метод и примеры с прямоугольными параллелепипедами (материалы учебника, без внешних данных).

У такого параллелепипеда по каждой оси фиксированы две координаты: минимум и максимум, а у вершин меняется только комбинация знаков.

Набор вершин получается системно: достаточно задать по трём осям расстояния до граней, а затем перебрать сочетания знаков координат.

Куда «приземляются» координаты: моделирование и физика

3D-графика: координаты вместо догадок

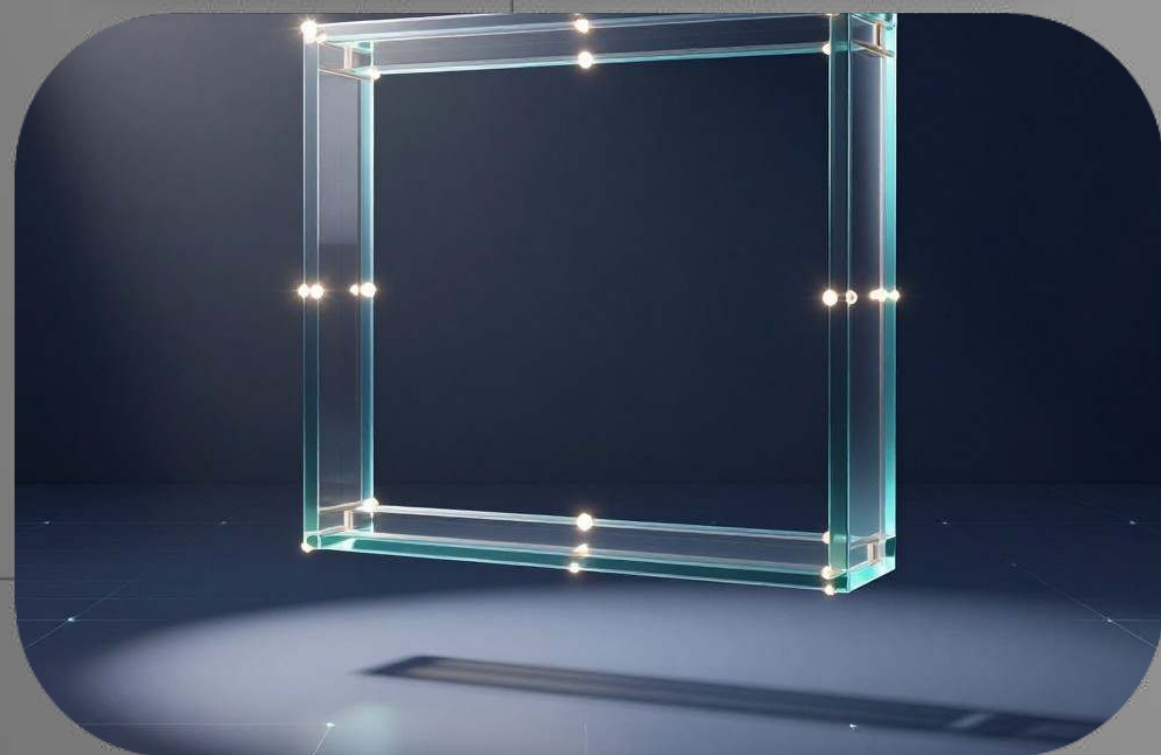
В компьютерной графике координаты задают положение объектов и точек обзора камеры. По ним вычисляются видимые ракурсы, направления света и то, как объект «стоит» в сцене. Без системы координат сложные сцены пришлось бы описывать описательно и неточно.

Механика: путь, скорость, перемещение как числа

В физике координаты превращают наблюдения движения в расчёт. По изменению координат во времени находят траекторию, перемещение и скорость, а также анализируют характер движения в пространстве. Система осей позволяет сравнивать эксперименты в едином «языке измерений».

Навигация: точка на карте и маршрут в пути

В навигации координаты связывают реальную местность с математической моделью. По координатам определяют текущее положение и строят маршрут, рассчитывая перемещения между точками. Даже привычные навигационные сервисы опираются на принцип: «точка определяется тремя числами».



3

**Именно три координаты
одновременно входят в уравнение,
поэтому сфера «собирается» в
пространстве как единое целое.**

Сфера определяется тремя
координатными слагаемыми, каждое
отвечает расстоянию от проекции точки до
соответствующей координаты центра.

Школьный курс геометрии: уравнение сферы в прямоугольной
системе координат (без внешних статистических данных).

Прямая линия в пространстве

Параметрическое задание удобно тем, что прямую рассматривают как «набор точек» при изменении параметра t . Координаты x , y , z выражаются одинаково параметром и не требуют отдельного построения.

Параметр t меняется от любого значения, поэтому прямая получается сразу целиком, без перечисления точек по одной. Это упрощает геометрические задачи и моделирование движения по заданному направлению.

Направляющий вектор прямой составляют числа a , b , c . Он показывает, в какую сторону «смотрит» прямая: при увеличении t точка смещается вдоль этого направления в пространстве.

Если один из коэффициентов a , b или c равен нулю, соответствующая координата не меняется. Тогда прямая параллельна той координатной плоскости, где «постоянной» координате соответствует ось перпендикулярная плоскости.

Сравнение объектов по числу условий задания

только «координатных условий» нужно для задания объектов (школьный уровень)



Точка (3 координаты)
Прямая (3 уравнения по x, y, z через t)
Плоскость (1 линейное уравнение)
Сфера (1 квадратичное уравнение)

Сопоставление по школьным формулам: координаты точки, параметрические уравнения прямой, уравнение плоскости и сферы (учебные материалы, без внешней статистики).

По мере увеличения числа условий объект становится «жестче»: остаётся меньше вариантов, и положение определяется точнее.

Диаграмма подчёркивает различие: точка и прямая задаются большим количеством связей, а плоскость и сфера — одним уравнением.

Основные формулы пространственных координат

Случай	Какие данные известны	Что находим (формула)
Точка M(x;y;z)	Координаты x,y,z	Координаты положения точки и её проекции по осям
Расстояние и середина отрезка	Координаты концов A и B	AB и координаты середины: усреднение по каждой оси
Сфера и прямая	Центр и радиус сферы; либо точка и направляющие прямой	Уравнение сферы; параметрическое уравнение прямой $x=x_0+at$ и т. д.

Школьный курс геометрии: формулы расстояния, середины отрезка, уравнение сферы и параметрическое задание прямой (по стандартной методике).

Таблица показывает, как известные данные связываются с вычисляемой величиной: координаты, расстояние, середина, уравнения сферы и прямой.

Одна и та же логика повторяется: координаты дают числовые уравнения, а геометрические вопросы решаются вычислениями и проверкой корректности результата.

Алгоритм решения типовой задачи по координатам

Типовые школьные задачи: расстояние, середина, уравнения сферы и прямой.

Типичные ошибки при работе с координатами



Путают оси OX, OY, OZ

Ошибка возникает, когда точки переносят на схеме по неверной оси. В результате меняются нужные знаки и направление координатных плоскостей, а правильная формула даёт неверный численный итог.



Неверный знак координаты

Знак часто определяют «по глазомеру». Если точка по другую сторону координатной плоскости, знак должен измениться. Лучше сопоставлять её положение с плоскостями xOy, xOz и yOz.



Смешивают координатные плоскости

Когда путают xOy, xOz и yOz, «снимают» не ту координату на проекцию. Это сбивает и уравнения симметрии, и логику вычисления расстояния и середины отрезка.



Ошибки с корнем и квадратами

В формуле расстояния легко ошибиться на этапе возведения в квадрат или извлечения корня. Также важно помнить: расстояние — величина неотрицательная, поэтому знак после корня не должен «появляться» ошибочно.

Практика: как координаты работают в реальном мире

Инженерные модели: положение деталей задаётся числами

Проектируя конструкцию, инженеры задают положение элементов в системе координат, чтобы точно стыковать размеры и связи. Координаты помогают рассчитывать перемещения и проверять геометрию ещё до изготовления. В результате ошибки сборки сокращаются, а изменения в проекте вносятся системно.



Архитектура и виртуальные макеты

В архитектурных программах координаты определяют расположение стен, окон, перекрытий и траекторий обзора. Благодаря этому здания можно анализировать с разных точек и моделировать освещение. Координатный подход делает виртуальный макет проверяемым, а не просто «картинкой».



Роботы: движение как управляемая траектория

В робототехнике координаты связывают сенсоры и исполнительные механизмы. Робот планирует путь, сравнивая требуемое положение с текущим, и корректирует движение по координатам. Такой контроль превращает сложную среду в измеряемую задачу, где решения выражаются вычислениями.



Координаты связывают пространство и вычисления

Прямоугольная система координат в пространстве однозначно задаёт точки тремя числами, а фигуры — уравнениями. Это позволяет находить расстояния, середины, симметрии, прямые и сферы точными вычислениями.