

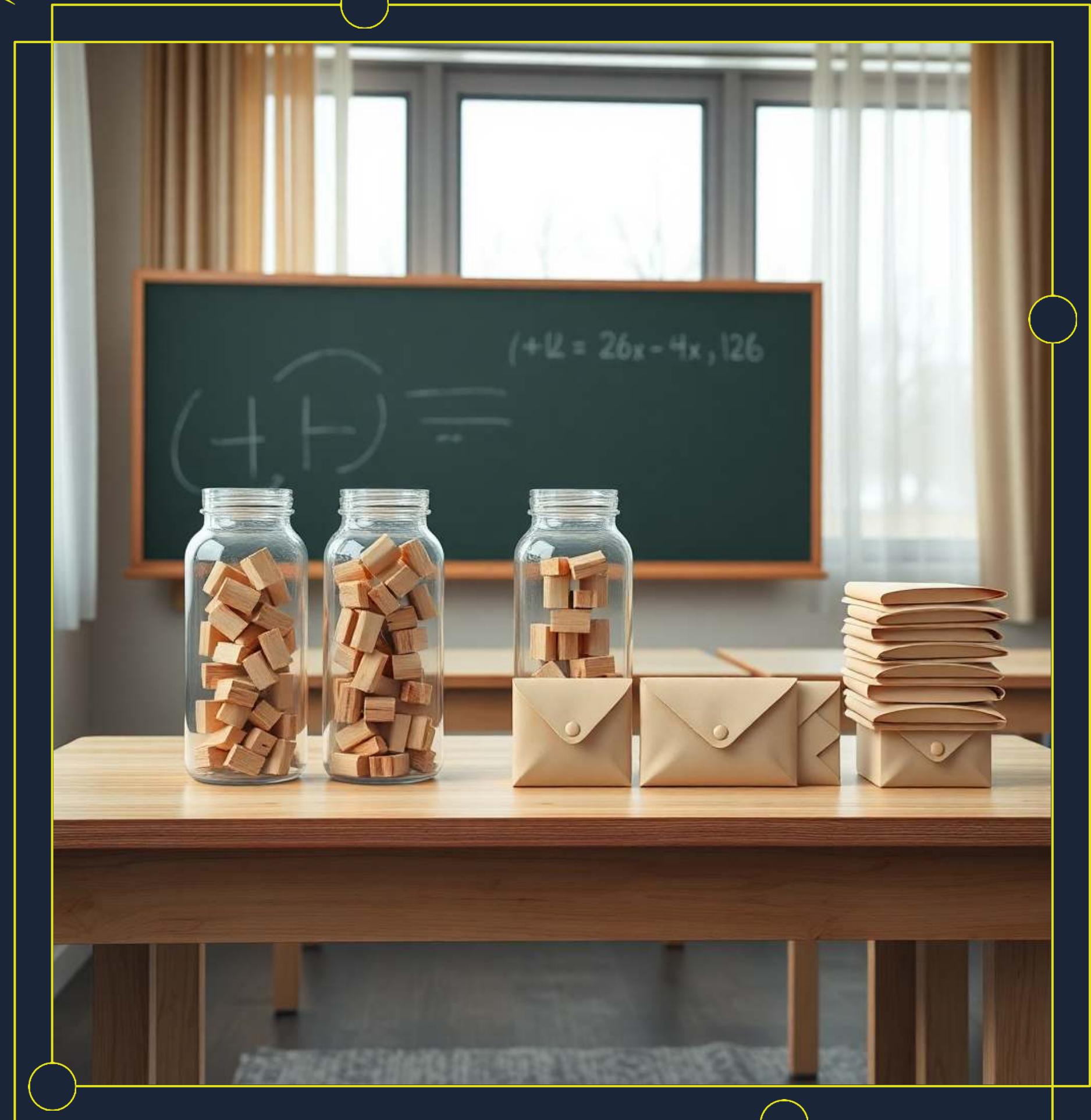


Геометрическая прогрессия: что это и где она встречается

Узнаем, как числа растут и убывают по одному правилу.

Зачем нужна геометрическая прогрессия в 9 классе

Эта тема помогает понять проценты, рост в несколько раз и закономерности, которые часто встречаются в задачах по алгебре, экономике и природе.



Определение геометрической прогрессии

1 Что это такое

Геометрическая прогрессия — это последовательность, в которой каждый следующий член получается из предыдущего умножением на одно и то же число.

2 Знаменатель q

Это число называют знаменателем прогрессии. Именно оно показывает, во сколько раз меняется каждый новый член по сравнению с предыдущим.

3 Переход между членами

Связь соседних членов записывают формулой $b_{x+1} = b_x \cdot q$. Она помогает быстро находить следующие значения последовательности.

4 Если q больше 1

Когда знаменатель больше единицы, числа увеличиваются. Такой ряд удобно использовать для описания роста, например при удвоении или увеличении в несколько раз.

5 Если q меньше 1

Если $0 < q < 1$, каждый новый член становится меньше предыдущего. При отрицательном q числа ещё и чередуются по знаку.

Сравнение арифметической и геометрической прогрессий

Обе последовательности изучают закономерности изменения чисел, но правило изменения у них разное.

В арифметической прогрессии постоянна разность, а в геометрической — постояннен знаменатель.

Признак	Арифметическая	Геометрическая
Изменение	прибавление	умножение
Формула	+ d	× q
Пример	2, 5, 8	2, 6, 18
Главный параметр	разность	знаменатель

Геометрическая прогрессия в делении клеток

Удвоение на каждом шаге

Если одна клетка делится на две, количество клеток быстро растёт: 1, 2, 4, 8, 16. Каждый новый этап получается простым умножением на 2, поэтому ряд образует геометрическую прогрессию.

Почему рост так заметен

Даже небольшое правило умножения даёт очень быстрое увеличение. На рисунке это можно показать как цепочку одинаковых шагов, где каждый следующий уровень заметно шире предыдущего.

Что видно на схеме

Подойдёт изображение с последовательным делением или ветвлением. Такая иллюстрация помогает увидеть, как постоянный коэффициент превращает маленькое начало в большой результат.



Знаменатель прогрессии и его роль

Что показывает q

Знаменатель показывает, во сколько раз каждый следующий член отличается от предыдущего. Он задаёт основное правило изменения всей последовательности.

Как его найти

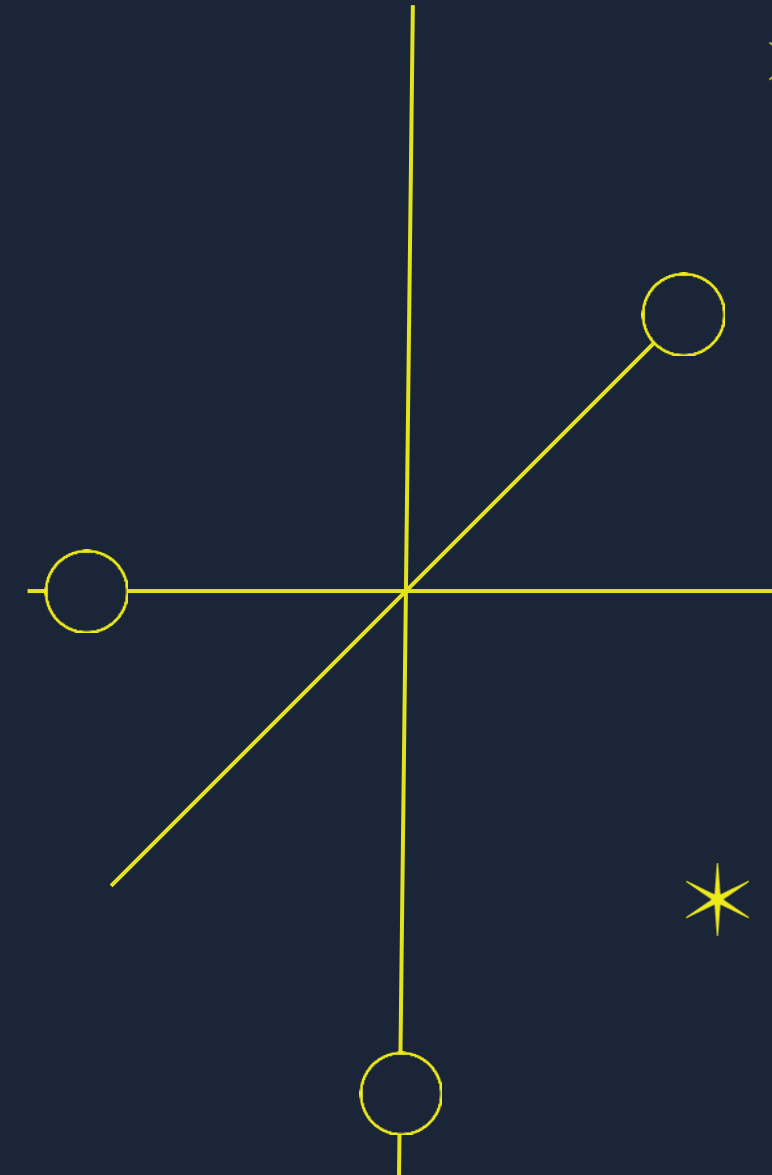
Если известны соседние члены, знаменатель находят делением следующего члена на предыдущий: $q = b_{n+1} / b_n$. Это один из самых удобных способов проверки.

Пример роста

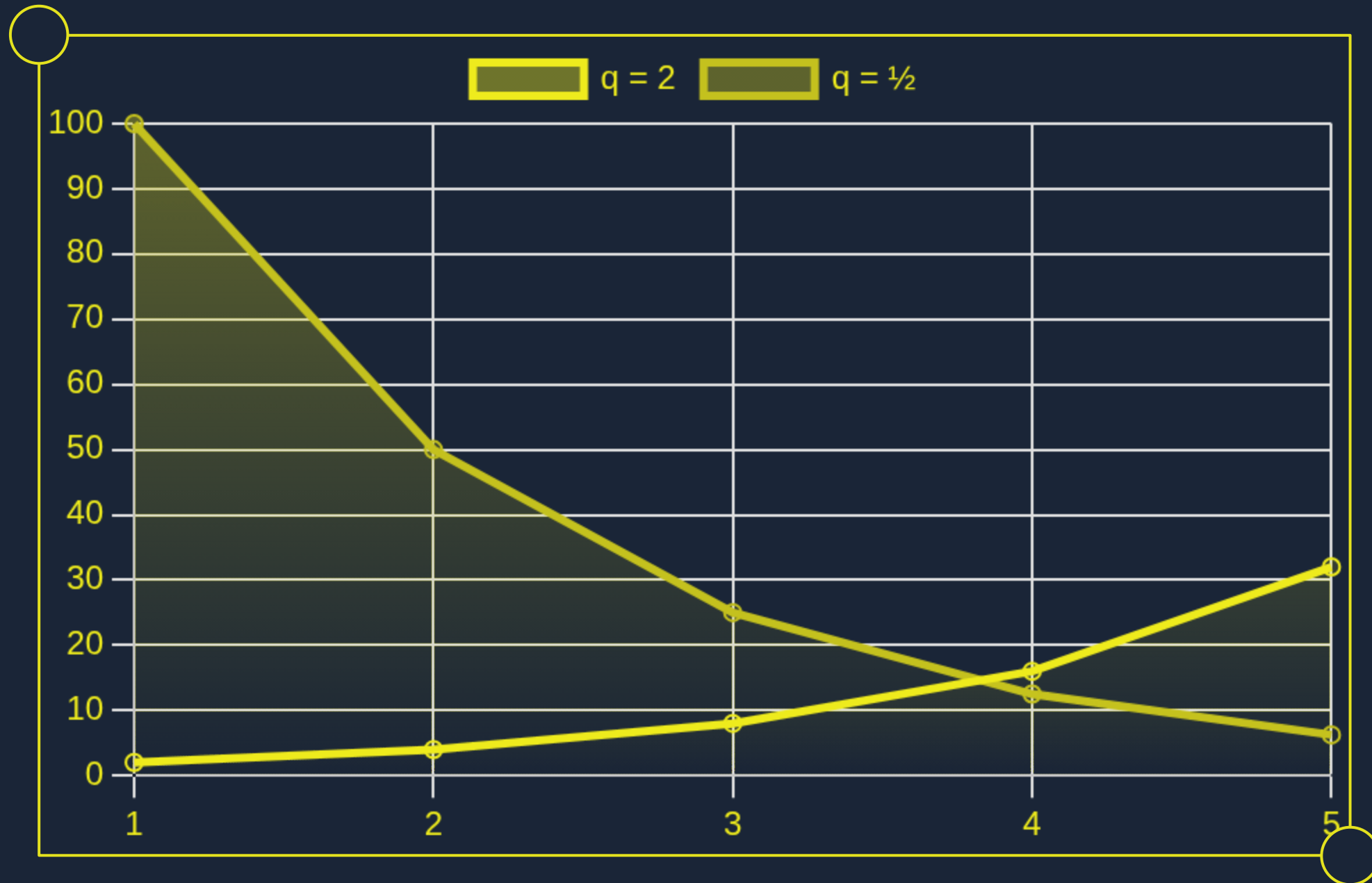
В последовательности 3, 6, 12, 24 каждый раз число увеличивается вдвое, значит $q = 2$. Такой знаменатель ведёт к быстрому росту значений.

Пример убывания

В ряду 64, 32, 16, 8 каждое следующее число составляет половину предыдущего, поэтому $q = \frac{1}{2}$. Здесь последовательность постепенно уменьшается.



Как меняются значения при разных знаменателях



На графике видно, что одно и то же правило умножения может вести либо к быстрому росту, либо к постепенному уменьшению.

Чем больше q , тем быстрее растут члены; при q меньше 1 последовательность убывает.

Составлено по учебным примерам

48

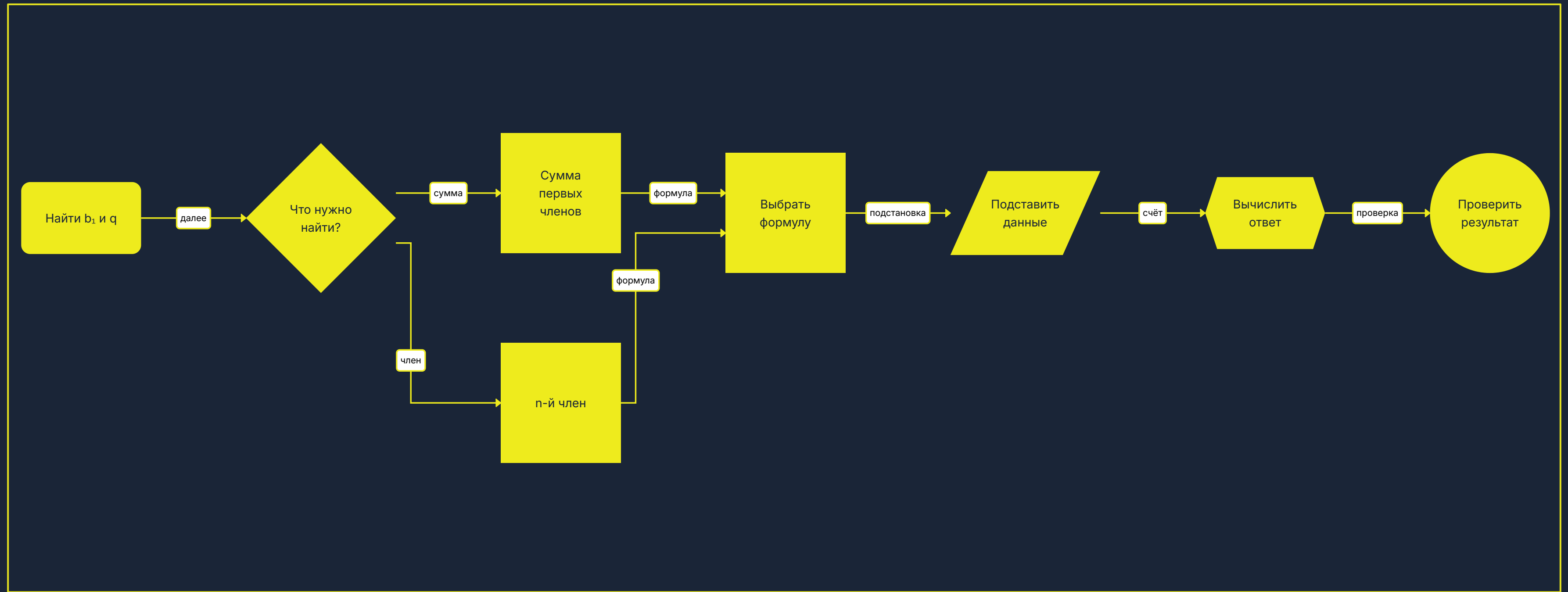
получается для пятого
члена, если первый
равен 3,
а знаменатель — 2.

Формула помогает сразу находить нужный член
последовательности, не выписывая все предыдущие значения.
Это экономит время и упрощает проверку закономерности.

Школьный пример по теме геометрической прогрессии

Алгоритм решения задач на геометрическую прогрессию

Последовательность шагов для поиска члена прогрессии или суммы её первых членов



Примеры геометрических прогрессий

Составлено по учебным примерам

Последовательность	q	Вид
5, 10, 20, 40	2	возрастающая
81, 27, 9, 3	1/3	убывающая
2, -6, 18, -54	-3	знакопеременная

Разные последовательности помогают увидеть, как знак и величина знаменателя меняют характер изменения чисел.

Знаменатель полностью определяет, будет ли последовательность расти, убывать или чередовать знаки.

Геометрическая прогрессия и проценты

Процент как коэффициент

Процентное изменение удобно записывать как умножение на число. Если величину увеличить на 10%, каждый новый шаг означает умножение на 1,1, а не прибавление одного и того же числа.

Рост и накопление

Такой способ описания помогает понять, почему суммы растут всё быстрее. В задачах о вкладах или ценах прибавка зависит уже от новой, увеличенной величины, а не от начальной.

Скидки и уменьшение

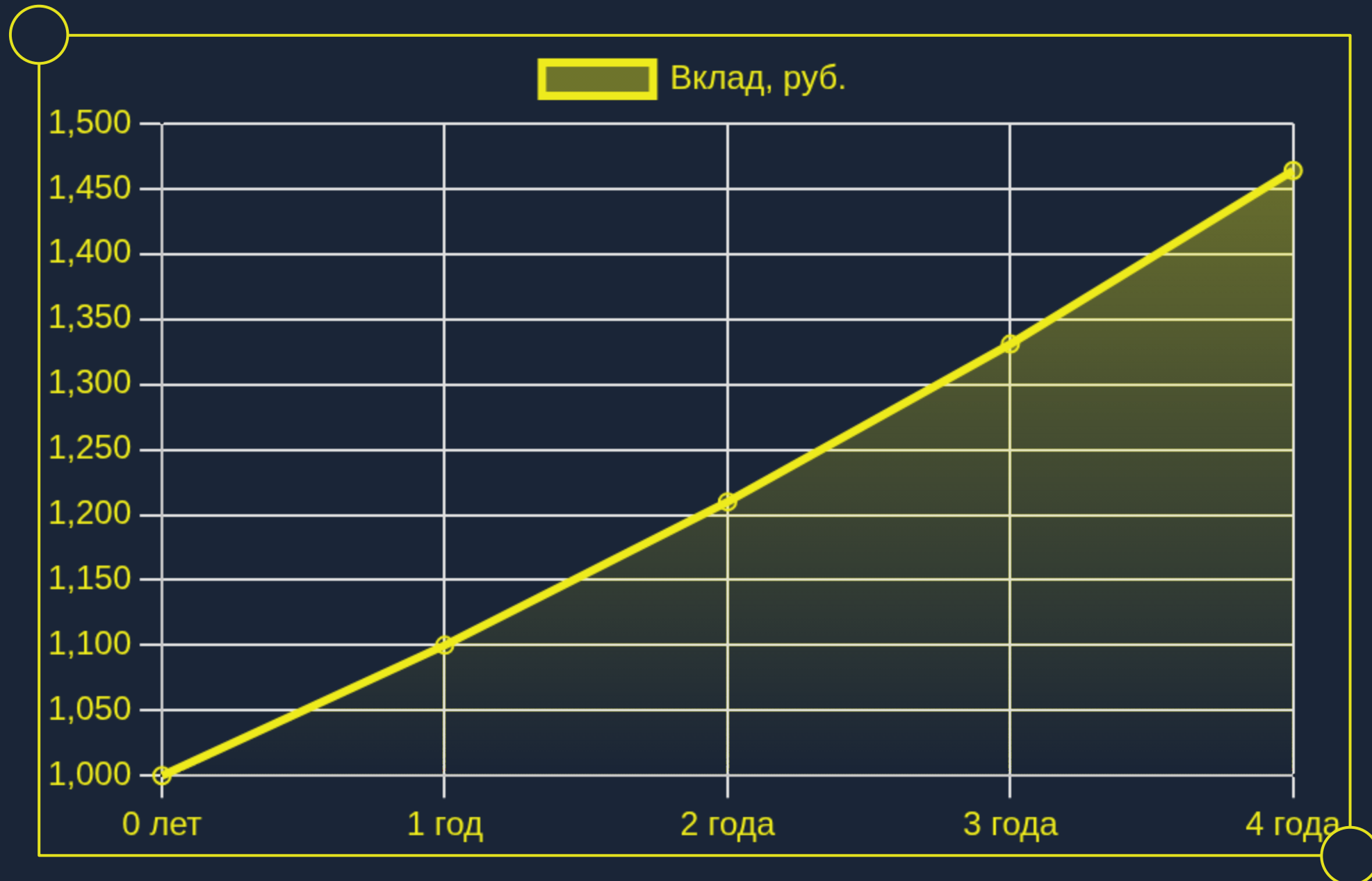
При уменьшении на 20% значение каждый раз умножается на 0,8. Это удобно для расчёта скидок, уценки и последовательного снижения величины без длинных вычислений.

Жизненные расчёты

Геометрическая прогрессия помогает быстро находить ответы в реальных ситуациях: сколько станет денег на счёте, как изменится цена товара или как будет уменьшаться величина после нескольких шагов.



Рост вклада при сложных процентах



Каждый год процент начисляется на уже увеличенную сумму, поэтому прибавка становится больше с каждым шагом.

Данные образуют геометрическую прогрессию с множителем 1,1; именно поэтому рост ускоряется.

Модель расчёта вклада при 10% годовых, учебный пример

Самоподобие вокруг нас

Форма, которая повторяет себя

У некоторых объектов каждая новая часть похожа на предыдущую, только меньше или больше. Так устроены ветви растений, снежинки и спиральные узоры: их элементы сохраняют общий рисунок при изменении масштаба.



Геометрия в узорах и фигурах

Если рассматривать орнамент или набор уменьшающихся прямоугольников, можно заметить повторяемость формы. Такое самоподобие наглядно показывает идею постоянного умножения и помогает связать числа с изображениями.



Геометрическая прогрессия с отрицательным знаменателем

1

Знак меняется

Когда знаменатель отрицателен, каждый следующий член получается с противоположным знаком. Поэтому в последовательности числа чередуются: положительное, отрицательное, снова положительное и так далее.

2

Величина может расти

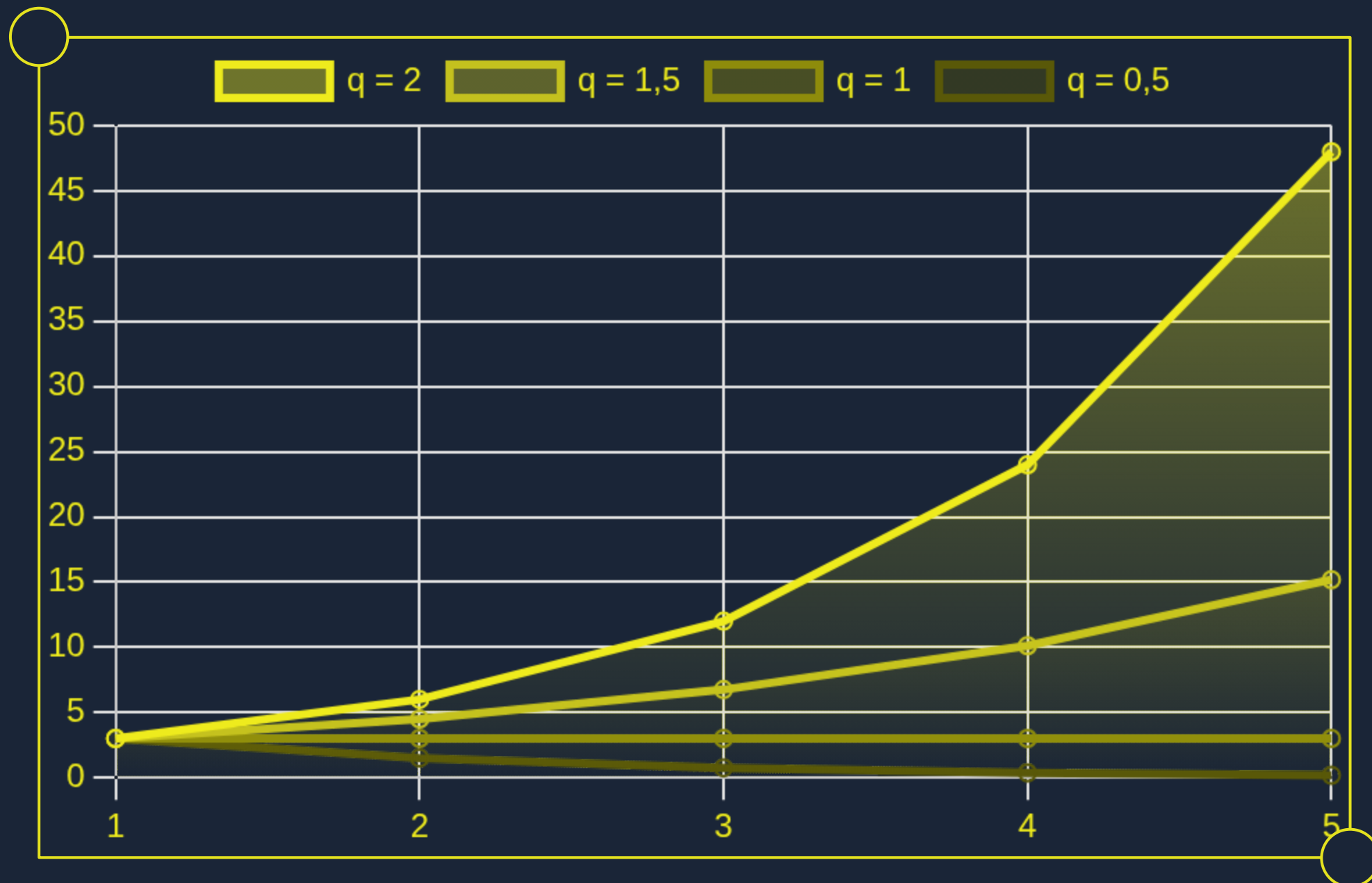
По модулю числа могут увеличиваться или уменьшаться, но знак всё равно меняется после каждого шага. Это делает последовательность необычной, хотя правило умножения остаётся очень простым.

3

Проверка в задачах

Такие ряды полезно внимательно рассматривать в заданиях на закономерности. Нужно отдельно следить за числом и знаком, чтобы не перепутать чередование с обычным ростом или убыванием.

Сравнение прогрессий с разными знаменателями



Все последовательности начинаются с одного и того же числа, поэтому различие видно только в правиле умножения.

Чем больше q , тем быстрее рост; при $q=1$ значения не меняются, а при $q<1$ последовательность убывает.

Учебная схема на основе одинакового первого члена и разных знаменателей

Главные формулы по теме

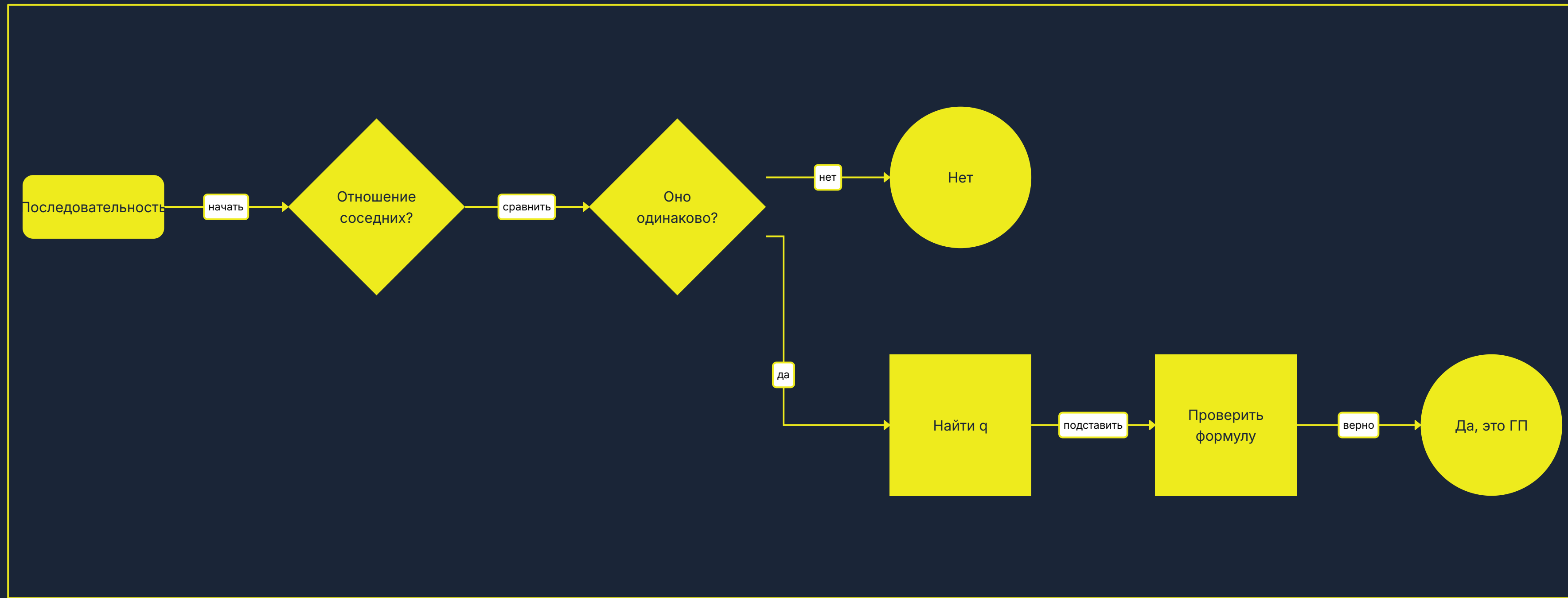
Эти формулы помогают находить любой член, сумму первых членов и сам знаменатель прогрессии.

Для большинства задач достаточно знать три соотношения: n -й член, сумма и способ нахождения q .

Формула	Находит	Пример
$b_n = b_1 \cdot q^{(n-1)}$	n -й член	48
$S_n = b_1(q^n - 1)/(q - 1)$	сумму	сумма первых членов
$q = b_{n+1} / b_n$	знаменатель	по двум соседним членам

Проверка последовательности на геометрическую прогрессию

Пошаговая проверка по соседним членам и примеру 4, 8, 16, 32



Типичные ошибки при решении задач

Путают правила

Часто разность арифметической прогрессии принимают за знаменатель геометрической. Важно помнить: в одной последовательности числа складывают, а в другой — умножают на одно и то же число.

Забывают степень

В формуле n -го члена легко пропустить показатель $n-1$. Из-за этого ответ получается неверным, хотя сама подстановка значений выглядит правильной.

Ошибаются в q

При дробных и отрицательных числах знаменатель находят особенно внимательно. Нужно проверять не только результат деления, но и знак, чтобы не потерять чередование членов.

Неверно считают проценты

В задачах на проценты новый шаг часто считают от старой суммы по привычке. На самом деле процент начисляется уже на изменённую величину, поэтому ответ может сильно отличаться.

Практическое значение геометрической прогрессии



Банковские расчёты

Геометрическая прогрессия помогает понять, как растут вклады и как работают сложные проценты. Каждый новый период считается от уже увеличенной суммы, поэтому итог меняется быстрее.



Скидки и цены

В торговле она описывает последовательное уменьшение цены или товара. Это удобно для расчёта скидок, уценки и сравнения нескольких вариантов изменения стоимости.



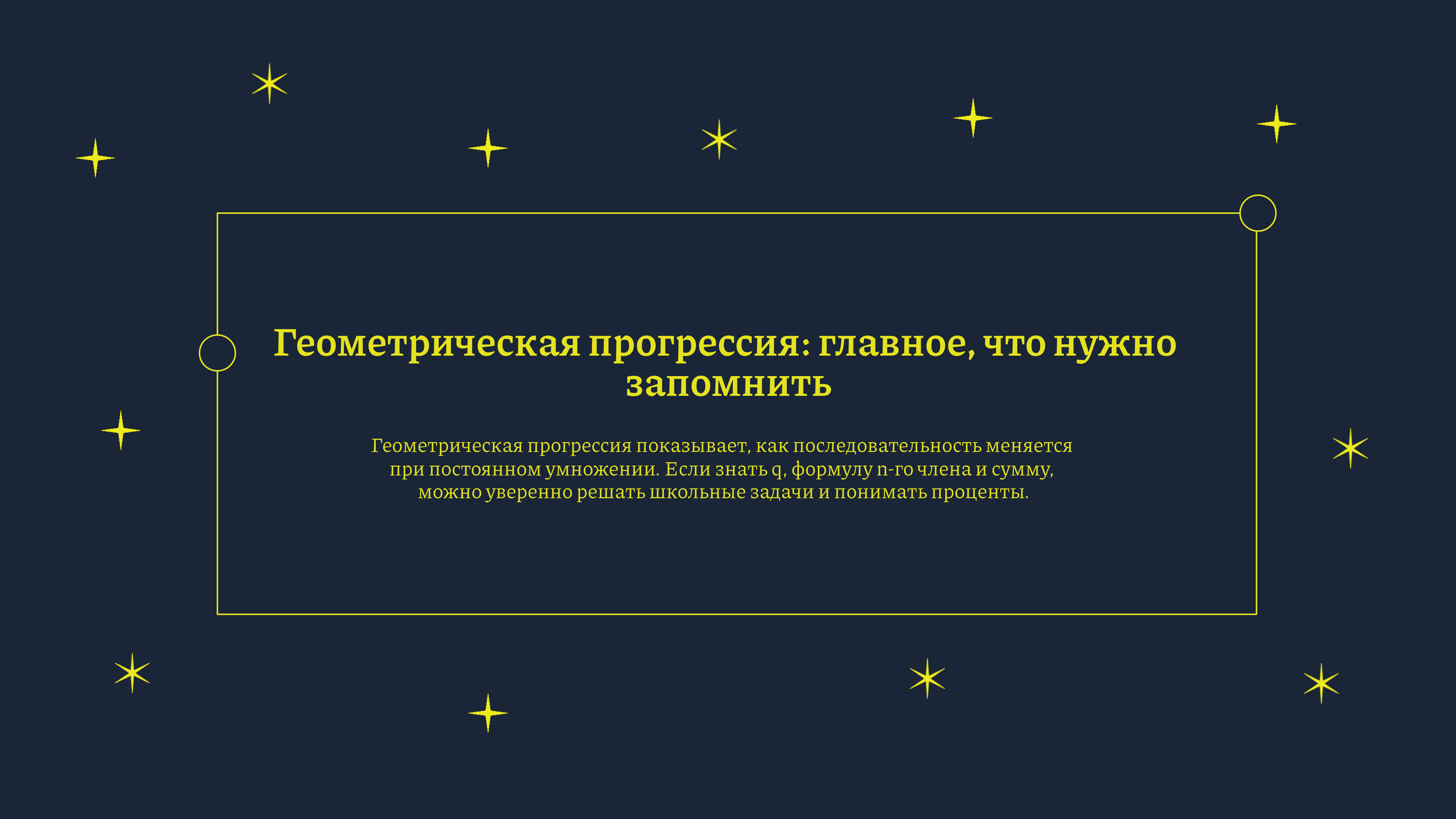
Природные процессы

В биологии и природе многие изменения происходят по одинаковому коэффициенту. Поэтому прогрессия помогает описывать рост, деление и повторяющиеся структуры в живых системах.



Задачи в науке и технике

В информатике и математике такие последовательности встречаются при анализе данных и закономерностей. Они позволяют быстро прогнозировать изменение величин без длинных вычислений.



Геометрическая прогрессия: главное, что нужно запомнить

Геометрическая прогрессия показывает, как последовательность меняется при постоянном умножении. Если знать q , формулу n -го члена и сумму, можно уверенно решать школьные задачи и понимать проценты.