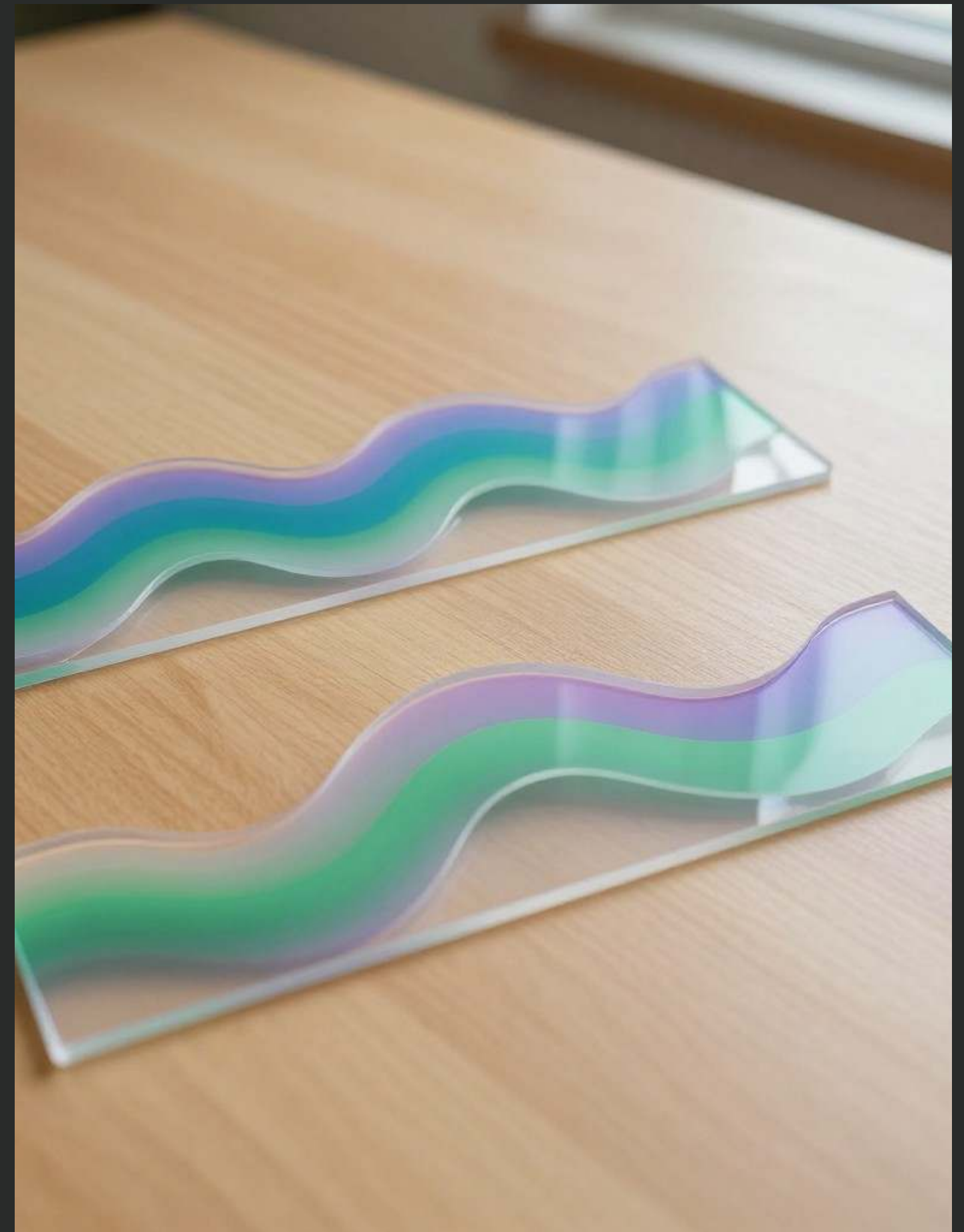


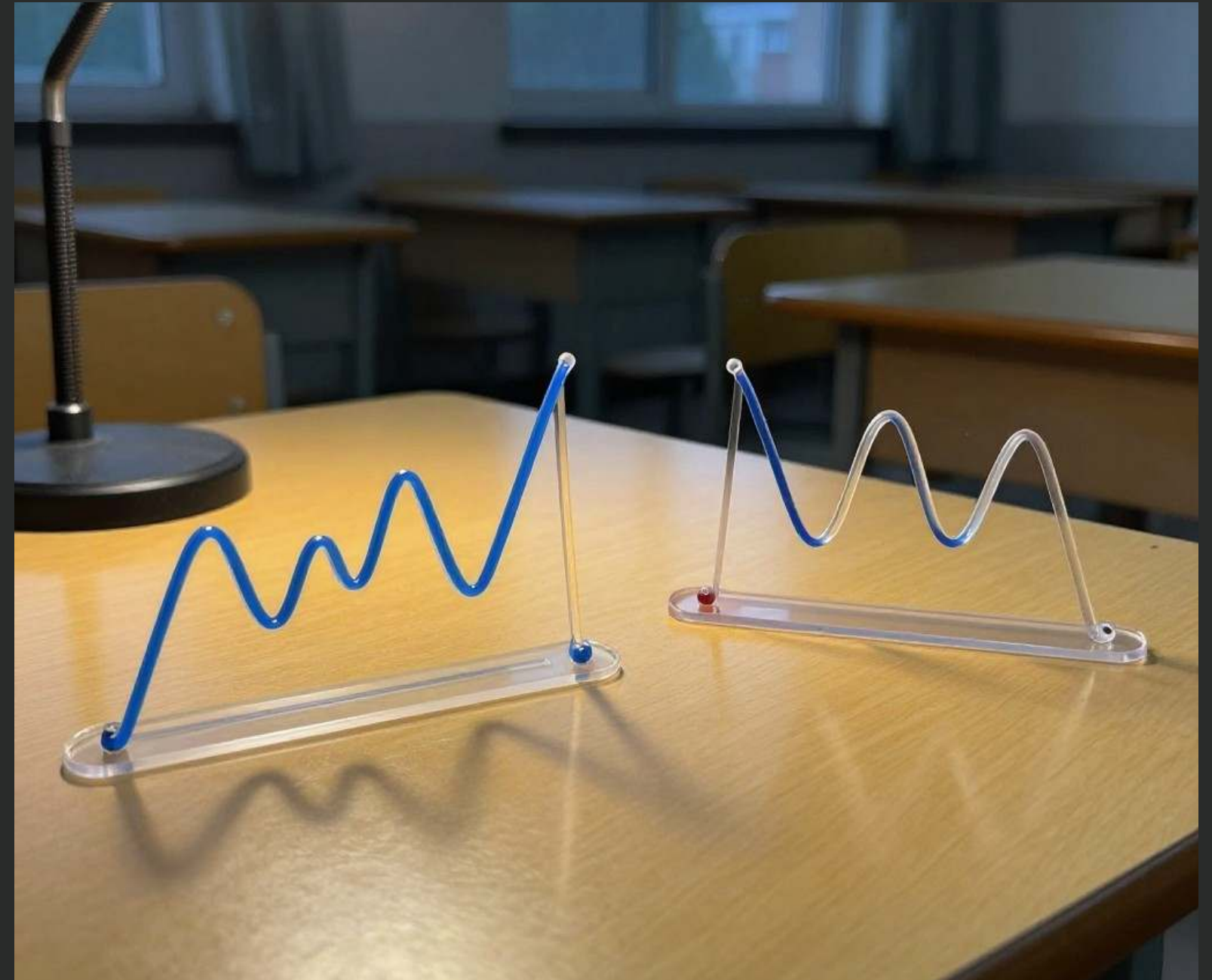
Сумма и разность синусов и косинусов

Четыре формулы, удобные примеры
и быстрые правила знаков.



От формул сложения к практике

Эти формулы выводятся из формул сложения и вычитания и особенно полезны при упрощении выражений и решении тригонометрических уравнений.



2

слагаемых нередко достаточно, чтобы перейти к произведению.

2 тригонометрических слагаемых часто можно заменить одним произведением — так выражения становятся короче и удобнее для преобразований.

4

формулы дают всю дальнейшую схему вывода.

4 базовые формулы сложения и вычитания служат исходной точкой для всех преобразований в произведение.

2

выражения с одинаковыми частями
складывают или вычитают по паре.

При объединении одинаковых
частей появляется средний
угол и половина разности —
именно они становятся
удобными множителями.

2

множителя появляются после преобразования суммы.

В формуле суммы синусов два угла превращаются в произведение синуса и косинуса с разными аргументами.

2

множителя возникают и здесь,
но в другом порядке.

Разность синусов тоже
сводится к произведению,
но первым множителем
становится косинус среднего
угла.

2

косинуса остаются в ответе после разложения.

Сумма косинусов распадается на произведение двух косинусов, что особенно удобно для дальнейших преобразований.

—2

показывает, что перед произведением
стоит минус.

В разности косинусов знак
перед двойкой отрицательный,
и именно его важно
не потерять при записи.

Правила знаков

Вид	Результат	Знак
$\sin a + \sin b$	$\sin \cdot \cos$	+
$\cos a - \cos b$	$\sin \cdot \sin$	-

Тригонометрические формулы сложения и преобразования в произведение

Эта таблица помогает мгновенно выбрать нужную формулу и не перепутать знак.

Средний угол ставится первым, а для разности косинусов обязательно появляется минус.

45°

появляется как средний угол и упрощает
вычисление

В этом примере удобно перейти к углу 45° , чтобы использовать симметрию косинуса и получить компактное произведение.

Пример по формуле суммы синусов из условия презентации

0

получается из обнуления одного
из множителей

В разности $\pi \sin x - \sin(\pi - x)$
первый множитель становится
нулём, поэтому всё выражение
обращается в ноль.

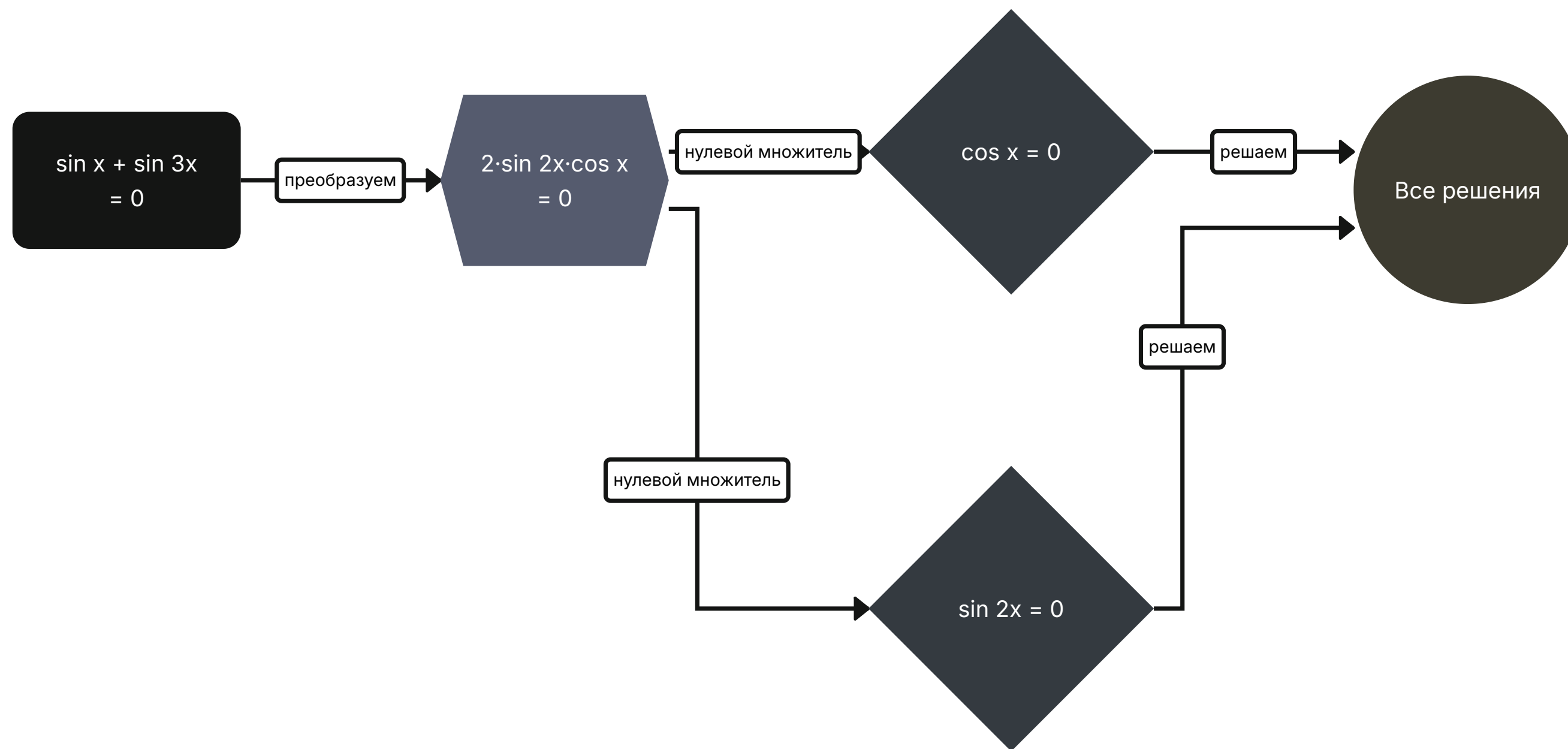
2

показывает, что выражение распадается на два множителя

После преобразования сумма косинусов сводится к произведению, где общий множитель $\cos x$ сразу видно и удобно выносить.

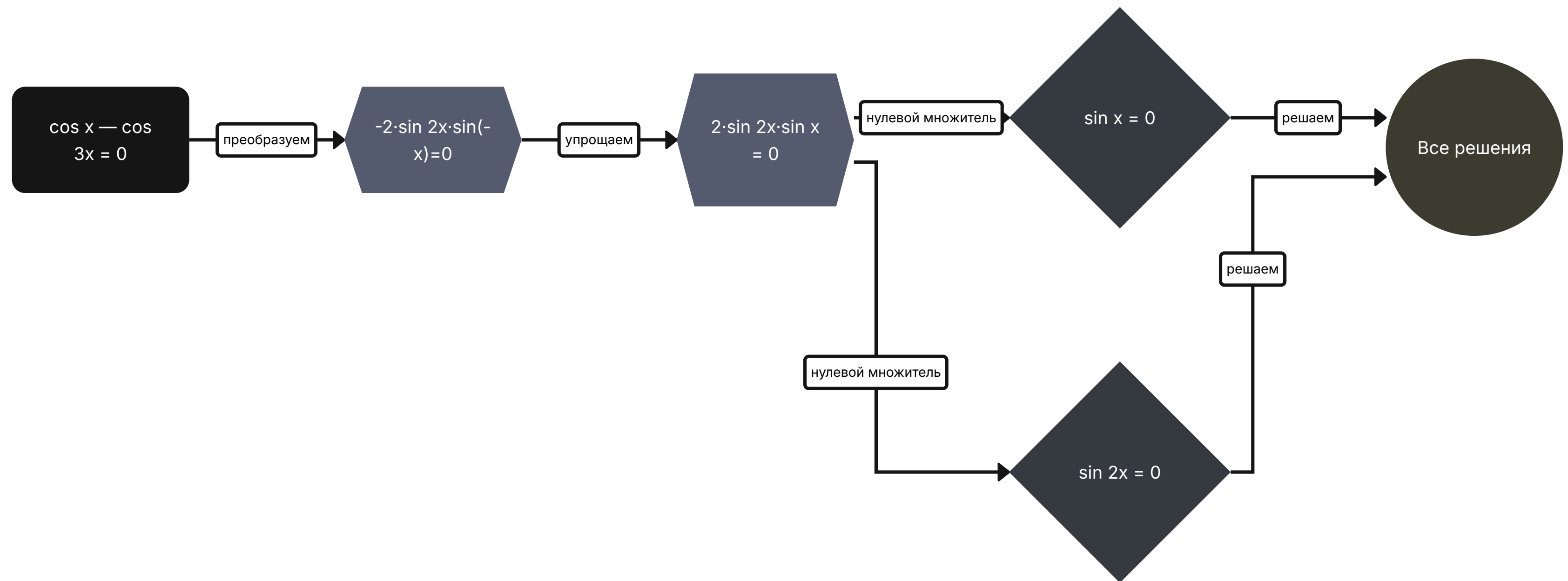
Решение уравнения 1

Переход от суммы синусов к произведению и разбор по нулевым множителям.



Решение уравнения 2

Преобразование разности косинусов и поиск решений через нули множителей.



0

показывает, что разность равных
выражений исчезает

Если после преобразования
в обеих частях остаются
одинаковые
тригонометрические выражения,
тождество подтверждается
без дополнительных вычислений.

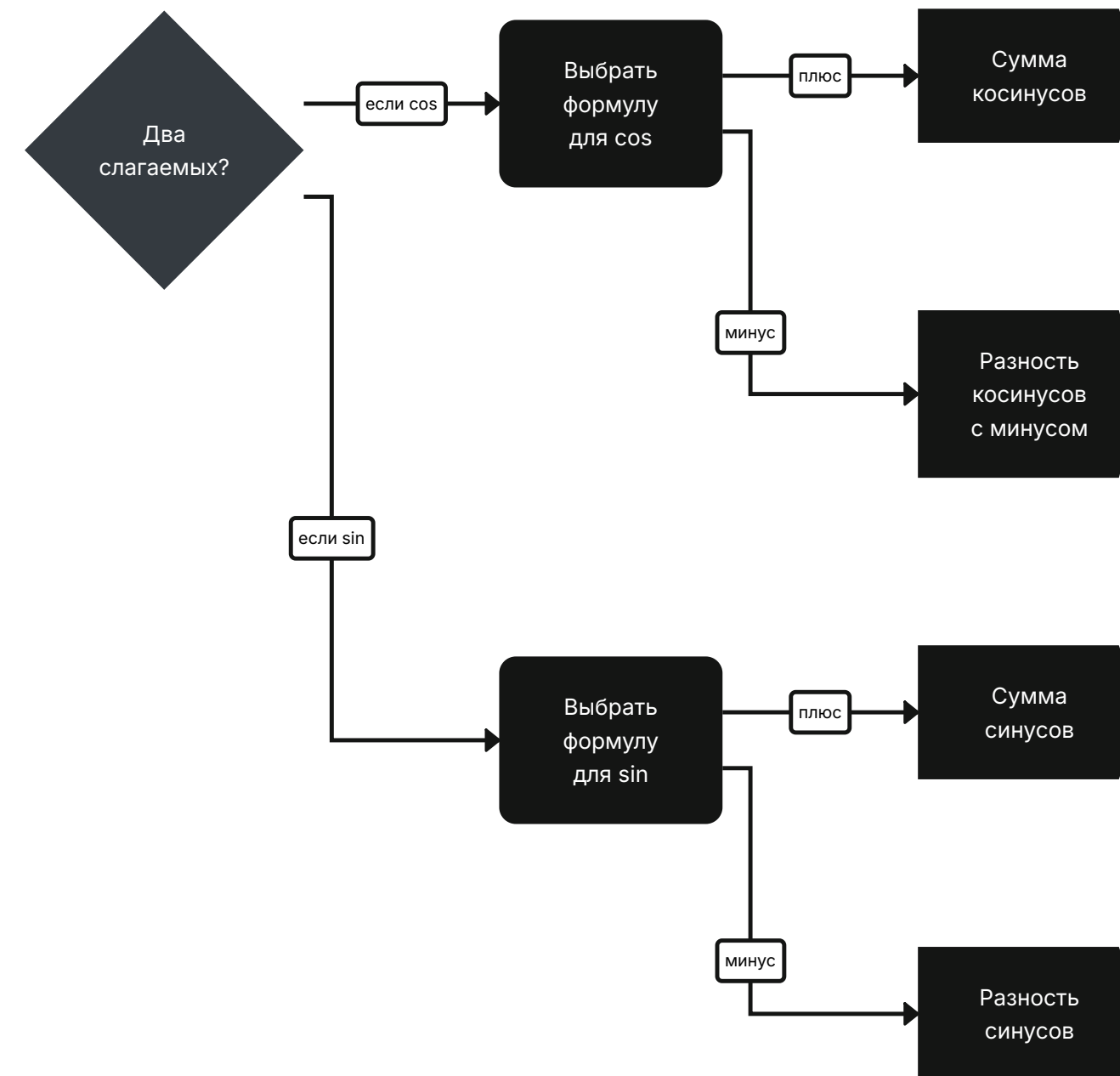
1

быстро выявляет ошибку в формуле
при самопроверке

Одна неверная деталь — знак,
множитель или средний угол —
сразу ломает ответ, поэтому
полезно сверять частный
случай при $a=b$.

Как быстро выбрать формулу

Алгоритм выбора формулы по виду выражения и знаку между слагаемыми.



0

достигается через обращение хотя бы
одного множителя

После разложения
на множители решение
сводится к нескольким
простым условиям,
а не к одному громоздкому
выражению с суммой
тригонометрических функций.

Свойство произведения и его применение в тригонометрических
уравнениях из условия презентации

Главное, что нужно унести с собой

Формулы суммы и разности превращают два тригонометрических слагаемых в произведение, поэтому их стоит искать прежде всего в уравнениях и упрощениях. Запоминайте знак, тип функции и порядок углов.