

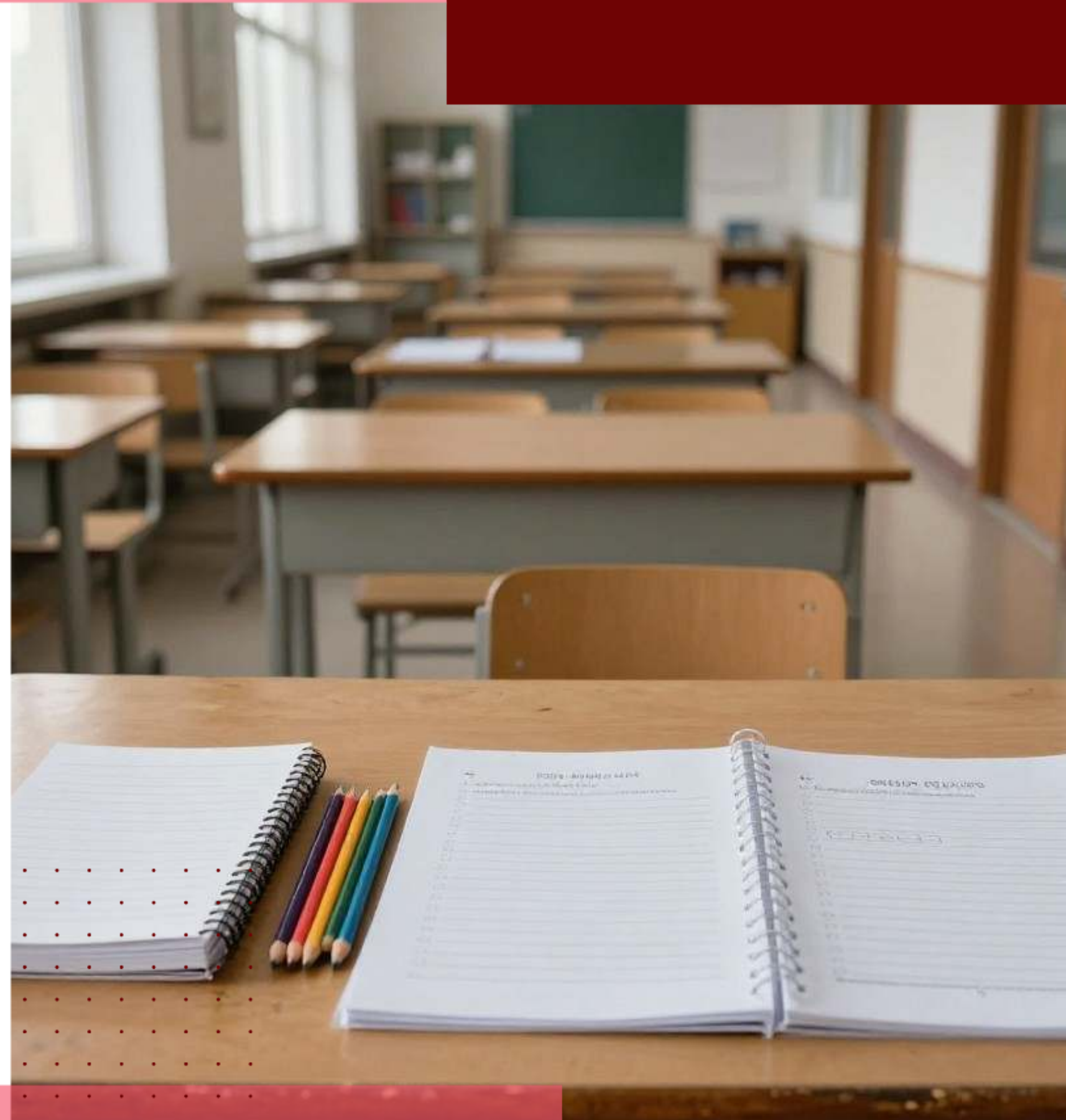
Решение задач с помощью систем линейных уравнений

Находим две неизвестные точно, а не подбором.



Зачем нужны системы уравнений в задачах

Системы уравнений помогают переводить жизненные ситуации на язык алгебры: покупки, движение, возраст, числа. Они позволяют записать условия кратко, найти две величины одновременно и сразу проверить, верен ли ответ.



Что называют системой линейных уравнений

1. Несколько уравнений

Система — это два или более уравнения, в которых неизвестные связаны между собой и должны удовлетворять каждому равенству одновременно.

2. Линейный вид

Линейное уравнение содержит переменные только в первой степени, без квадратов, произведений неизвестных и других сложных выражений.

3. Общие переменные

Во всех уравнениях системы используются одни и те же неизвестные, например x и y , поэтому решения сравниваются сразу для обоих выражений.

4. Пара чисел

Решением системы считается не одно число, а упорядоченная пара значений, которая делает верными все уравнения системы.

5. Проверка решения

Если подставить найденные числа в каждое уравнение и получить верные равенства, значит, пара действительно является решением системы.

Как условие текстовой задачи превращается в уравнения

Выделяем данные

Сначала находим в условии все известные величины: числа, единицы измерения и связи между ними. Это помогает не пропустить важную информацию.

Выбираем неизвестные

Затем обозначаем две искомые величины, чаще всего x и y . Так удобно записывать условия кратко и без лишних слов.

Строим схему

Для наглядности полезно сделать таблицу, чертёж или краткую запись. Визуальная опора показывает, какие данные связаны между собой.

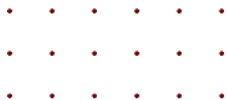
Составляем уравнения

После этого переводим словесные связи в алгебраические равенства и получаем систему, которую можно решить одним из изученных способов.



Алгоритм решения текстовой задачи

Последовательность действий при переводе условия задачи в систему уравнений



Способ подстановки

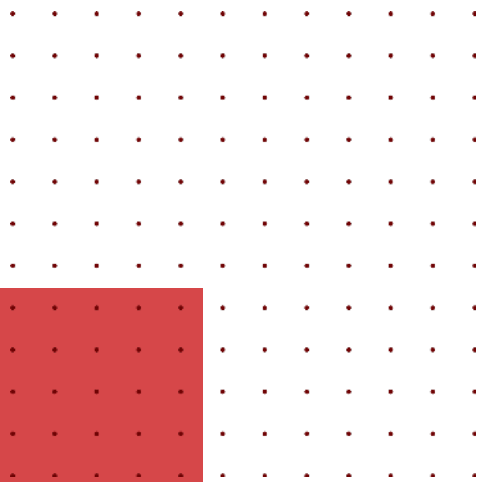


1. **Выражаем переменную**
В одном из уравнений удобно выразить одну переменную через другую, чтобы получить более простую запись для дальнейших действий.

2. **Подставляем во второе**
Затем найденное выражение подставляют в другое уравнение. Так система превращается в одно уравнение с одной неизвестной.

3. **Находим вторую величину**
Решив полученное уравнение, находят значение одной переменной, а потом подставляют его обратно и вычисляют вторую.

4. **Проверяем пару**
Последний шаг — проверить, верна ли найденная пара чисел в обоих уравнениях. Это помогает избежать ошибки в вычислениях.



Способ сложения

1. Сравниваем коэффициенты

Сначала смотрят, можно ли сделать коэффициенты при одной переменной одинаковыми или противоположными, чтобы она исчезла при сложении.

2. Умножаем уравнения

Если нужно, одно или оба уравнения умножают на число. Это позволяет получить удобные коэффициенты без изменения решения системы.

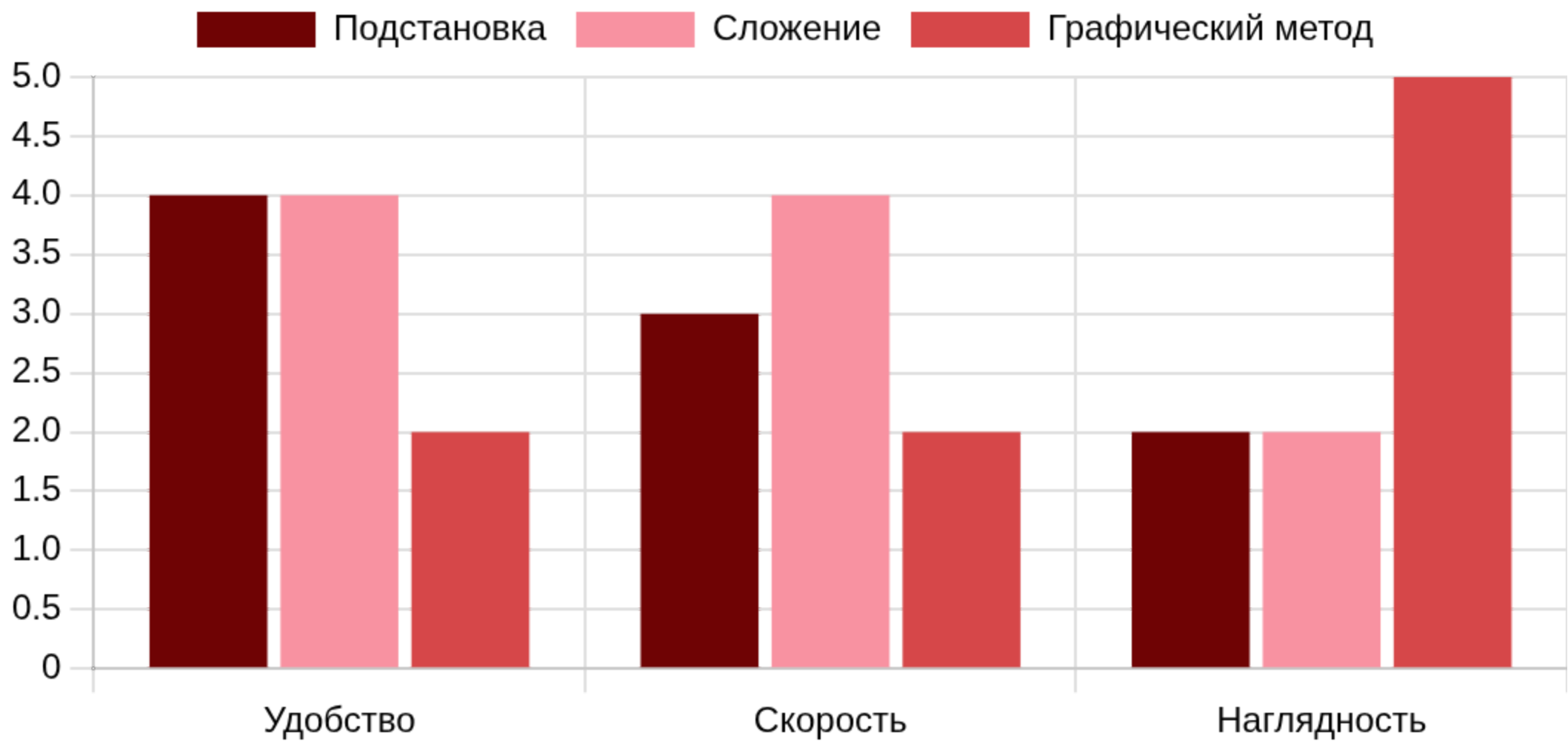
3. Складываем уравнения

После приведения к нужному виду уравнения складывают или вычитают. В результате остаётся одно уравнение с одной неизвестной.

4. Находим обе переменные

Сначала вычисляют одну переменную, затем подставляют её в исходное уравнение и находят вторую. Ответ обязательно проверяют.

Сравнение способов решения систем

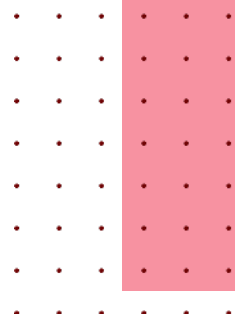


Оценки показывают, что каждый способ сильнее в своей ситуации: одни методы быстрее, другие понятнее, а графический подход лучше всего раскрывает смысл пересечения прямых.

Для текстовых задач обычно практичнее подстановка и сложение, а графический метод особенно полезен для понимания результата.

Сравнение по свойствам методов на основе школьного курса алгебры 7 класса

Когда какой способ решения удобнее

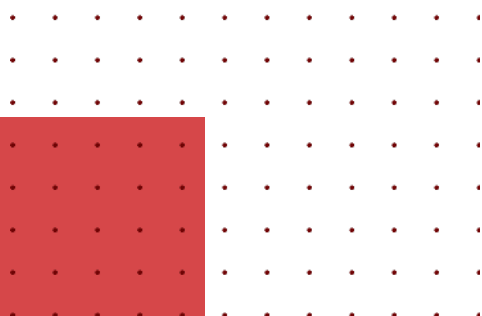


Краткое сравнение трёх способов решения систем линейных уравнений.

Подстановка и сложение чаще применяются в задачах, а графический метод лучше использовать для объяснения идеи решения.

Способ	Когда подходит	Плюс	Трудность
Подстановка	Легко выразить	Простая запись	Длинные вычисления
Сложение	Кoeff. удобны	Быстрое сокращение	Нужно подобрать множитель
Графический	Нужно увидеть	Очень наглядно	Точное построение

Школьный курс алгебры 7 класса



Графический метод и точка пересечения

Две прямые

Каждое линейное уравнение с двумя переменными можно изобразить как прямую на координатной плоскости. Для системы строят сразу две такие прямые.

Общая точка

Если прямые пересекаются, их общая точка показывает пару чисел, которая подходит обоим уравнениям. Это и есть решение системы.

Значение координат

Координаты точки пересечения читают как значения неизвестных. Поэтому графический метод помогает увидеть ответ не только вычислением, но и наглядно.

Проверка найденного ответа



1.

Подстановка в уравнения

Сначала подставьте найденные значения вместо x и y в каждое уравнение системы. Если после вычислений получаются верные равенства, значит пара чисел подходит одновременно обоим условиям.

2.

Проверка всех условий

Одного совпадения в одном уравнении недостаточно. Нужно убедиться, что выполняется и второе равенство, иначе ответ не может считаться решением всей системы.

3.

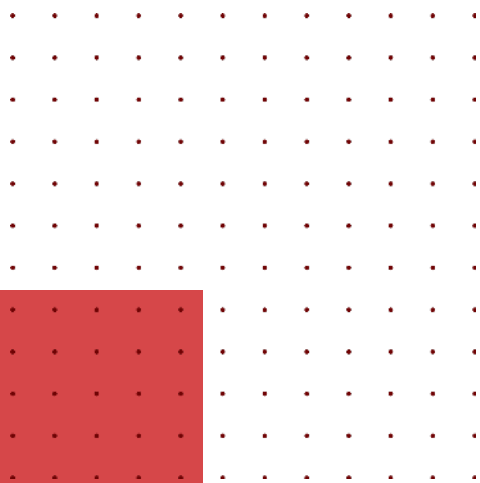
Смысл задачи

В текстовой задаче проверьте, соответствует ли ответ описанной ситуации. Например, не может получиться отрицательное количество предметов или дробное число там, где нужны целые штуки.

4.

Единицы измерения

Последний шаг — сравнить ответ с единицами измерения из условия: рубли, километры, часы, минуты или штуки. Это помогает заметить ошибку ещё до записи окончательного ответа.



Задачи на покупки и стоимость

- 1. Что известно
В таких задачах обычно даны общая стоимость покупки и число предметов двух видов. По этим данным можно составить два уравнения и найти цену каждого товара.
- 2. Что обозначают
Чаще всего за неизвестные берут цену одного предмета и количество товаров каждого вида. Тогда условия задачи легко переводятся на язык алгебры без лишних предположений.
- 3. Как составить систему
Одно уравнение выражает количество предметов, а второе — общую сумму денег. В результате получается система, где обе связи между величинами записаны точно и кратко.
- 4. Почему это удобно
Система позволяет получить точный ответ без подбора и сразу проверить, совпадает ли найденная сумма с условием. Это особенно полезно в задачах с несколькими видами товаров.

Задачи на движение

1. Записываем данные

Сначала выписывают, что известно о пути, скорости и времени на каждом участке движения. Это помогает увидеть, какие величины нужно найти.

2. Составляем два уравнения

Для каждого участка используют формулу $s = vt$. Если известны разные данные для двух отрезков пути, получают систему из двух уравнений.

3. Находим и проверяем

После решения системы определяют неизвестную скорость, время или расстояние и обязательно сверяют ответ с условием. Особенно важно это в задачах на встречное движение и движение в одном направлении.

Задачи на возраст и числа

Возраст сейчас и позже

В возрастных задачах удобно сравнивать два момента времени: сейчас, через несколько лет или несколько лет назад. Тогда разница в возрасте остаётся постоянной, а уравнения становятся понятнее.

Сумма и разность

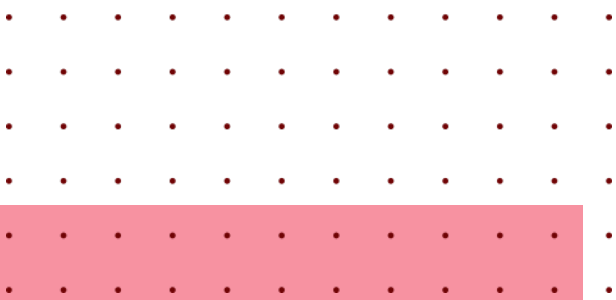
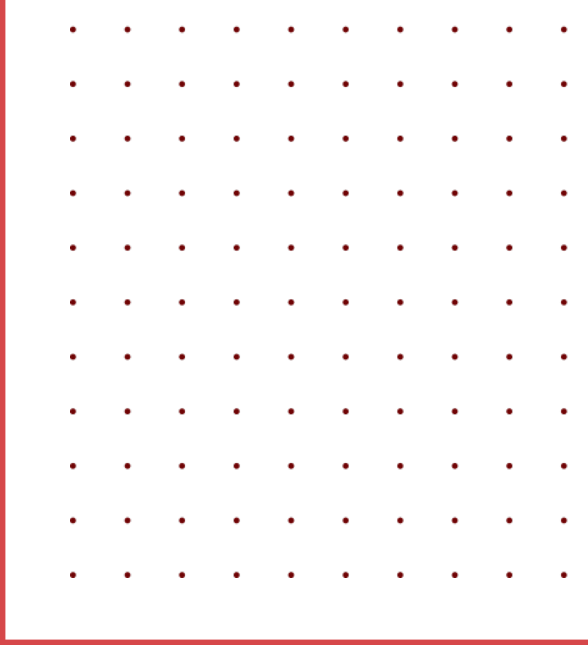
В задачах на числа часто используют сумму, разность или кратное отношение. Если известна разность, меньшее число удобно обозначить через x , а большее — через x плюс разность.

Кратные отношения

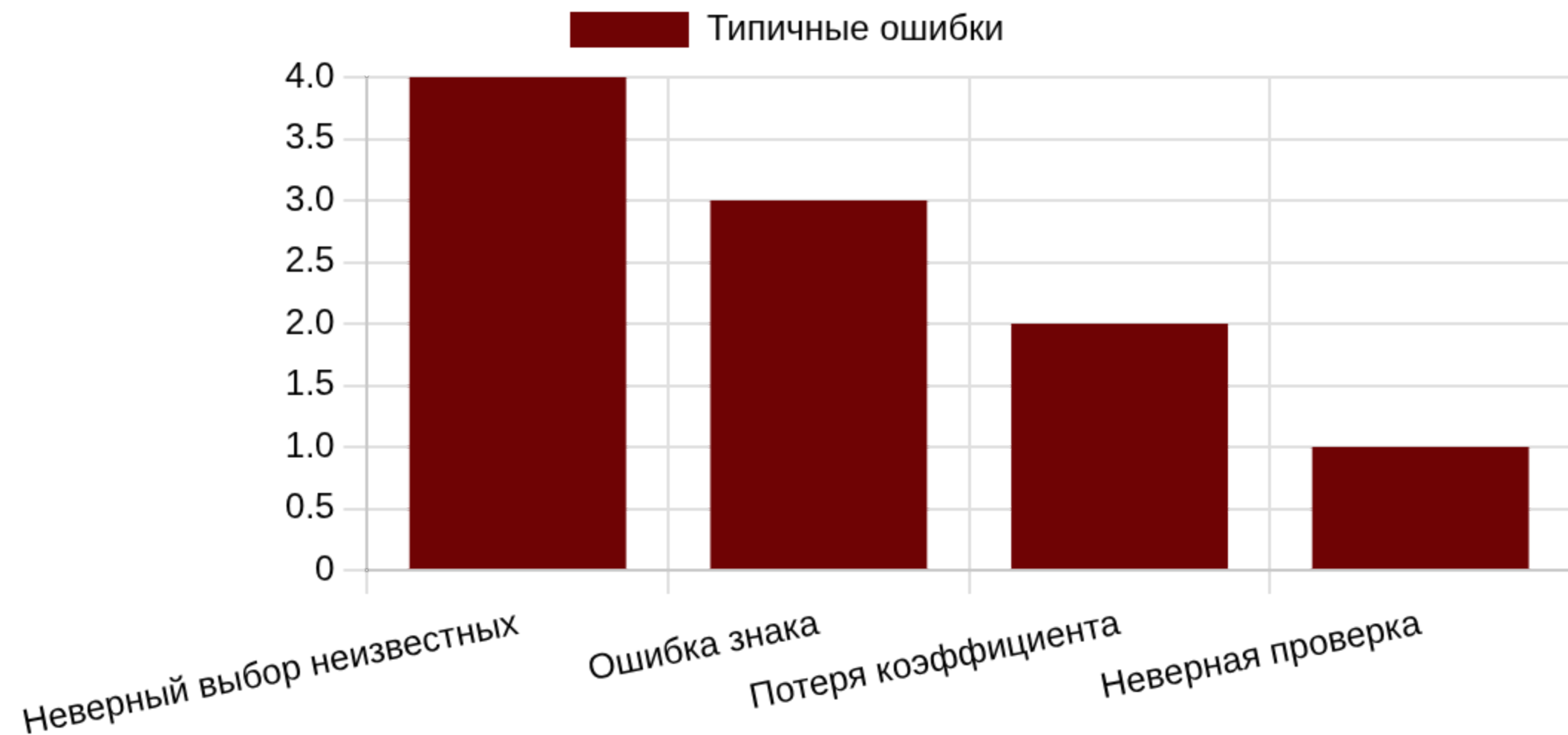
Когда одно число в несколько раз больше другого, связь между ними записывают через коэффициент. Это упрощает составление уравнений и помогает быстрее найти оба значения.

Понятная запись

Главное — сразу определить, что обозначает каждая переменная. Если переменные выбраны ясно, легче не перепутать числа и правильно перевести условие в систему уравнений.



Типичные ошибки при решении систем



Чаще всего трудности возникают не в вычислениях, а на этапе перевода текста в уравнения. Поэтому полезно каждый раз перечитывать условие и сверять обозначения переменных.

Наибольший риск связан с неверным выбором неизвестных и знаками при переносе слагаемых. Аккуратная запись почти всегда снижает число ошибок.

Учебная схема по теме «Системы линейных уравнений»; условное ранжирование ошибок для 7 класса, 2025

Как составить уравнения по таблице



1.

Выделить величины

Сначала определяют, какие величины описаны в задаче: цена, количество, скорость, время или возраст. После этого удобно сразу понять, что именно нужно найти.

2.

Заполнить строки

В таблицу по строкам записывают величину, её обозначение, известное значение и связь с другими данными. Такая запись делает условие наглядным и коротким.

3.

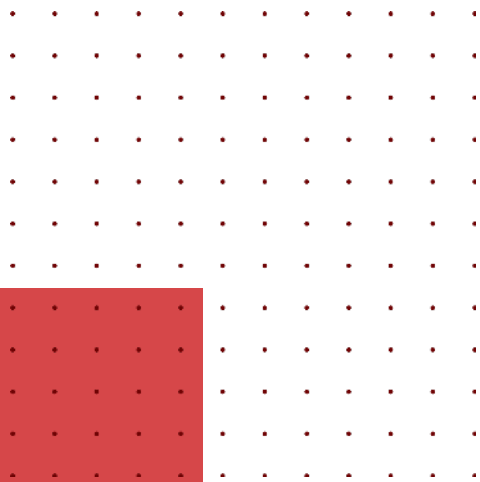
Найти два равенства

Когда таблица заполнена, легче увидеть, какие две зависимости можно превратить в уравнения. Обычно одно из них связано с количеством, а другое — с общей величиной.

4.

Проверить смысл

Перед решением полезно ещё раз посмотреть, совпадают ли обозначения и единицы измерения. Это помогает избежать путаницы и сразу заметить лишние или пропущенные данные.



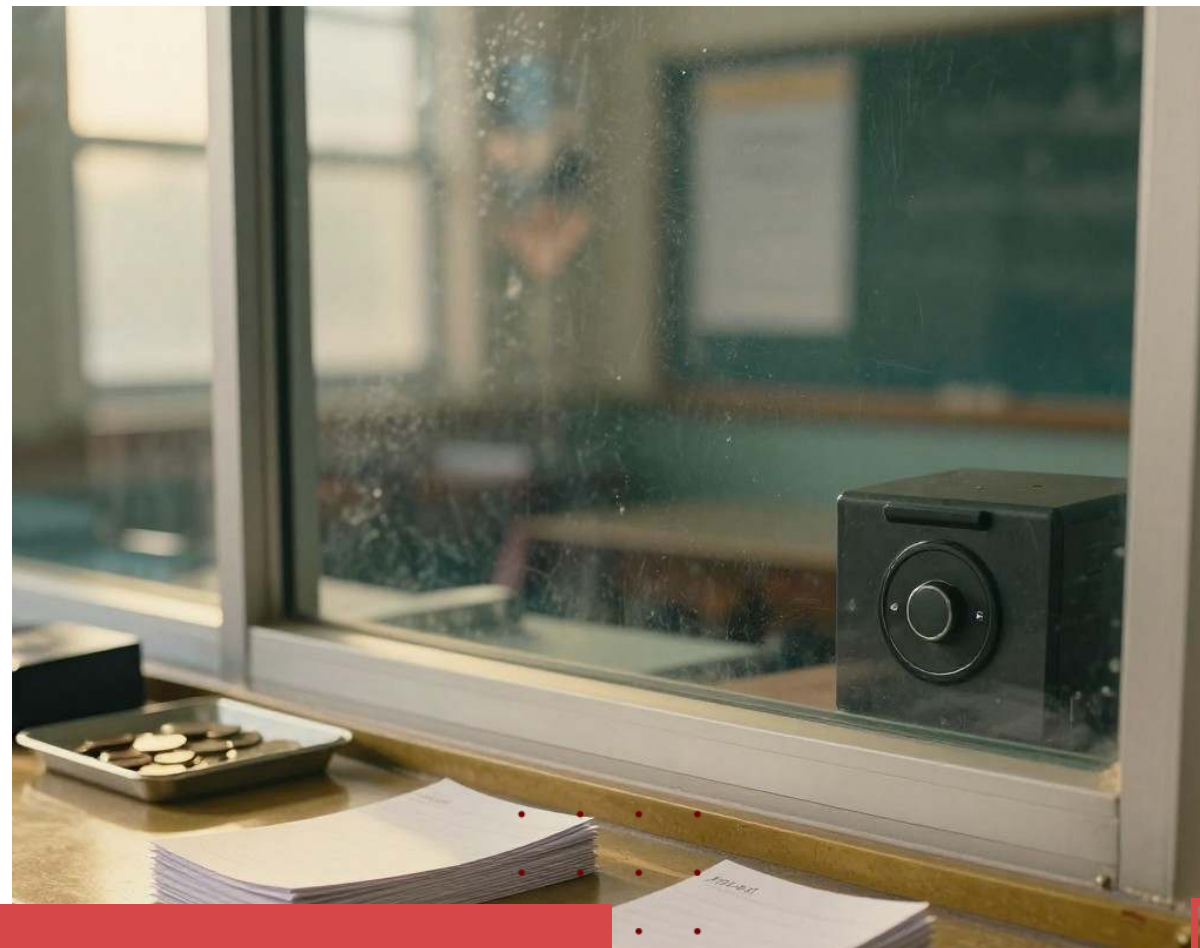
От условия к системе уравнений

Последовательность помогает не пропустить данные и сохранить смысл задачи при переводе на язык алгебры.

Задача рядом с нами: где встречаются системы уравнений

Билеты на школьный праздник

В кассе продают билеты двух видов: для детей и для взрослых. Известны общая выручка и количество проданных билетов, но неизвестны цена каждого вида и их число. Такая ситуация легко превращается в систему уравнений.



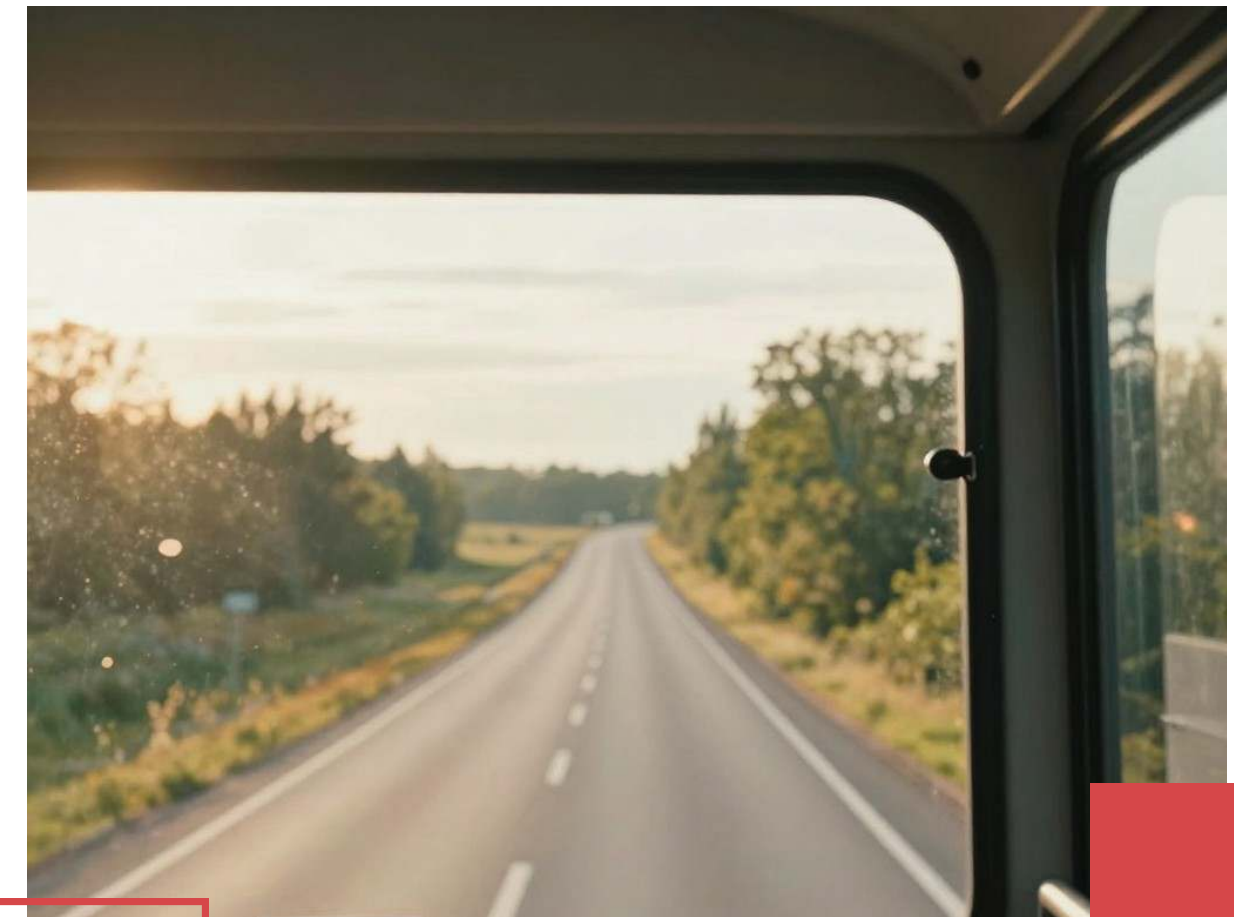
Покупки на ярмарке

На школьной ярмарке продают пирожки и сок. Если известна сумма покупки и число каждого товара, можно найти цену одного предмета и количество проданных товаров. Для иллюстрации подойдёт стол с ценниками и корзиной покупок.



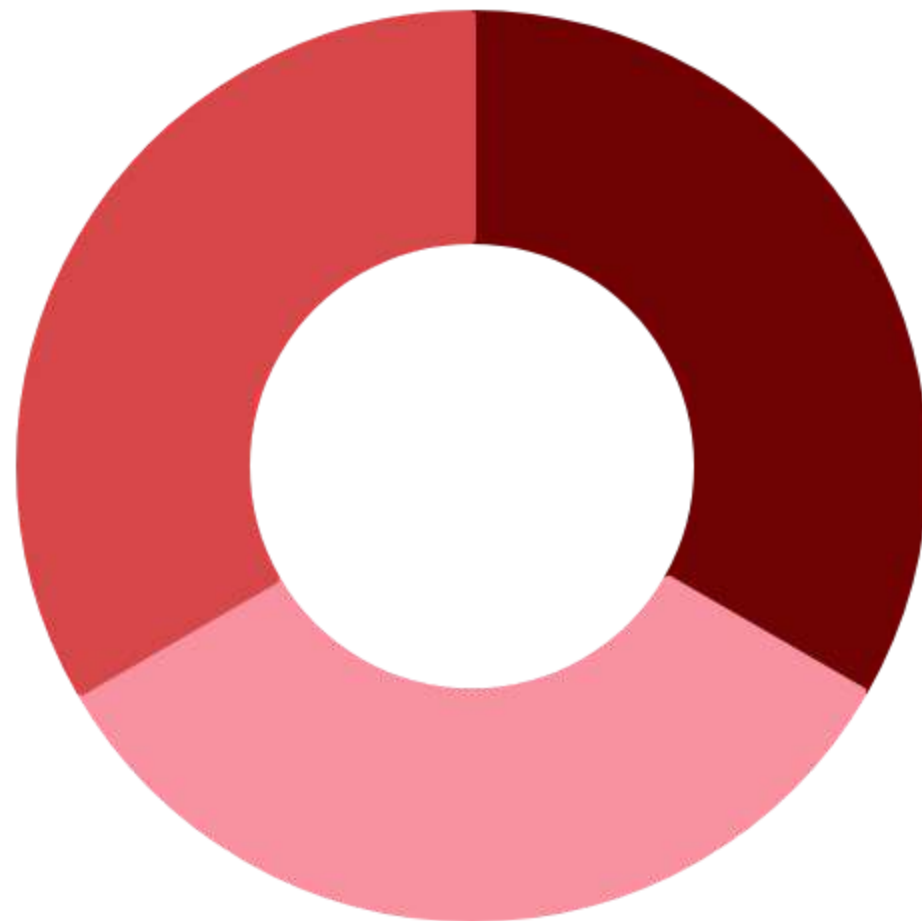
Поездка на автобусе

В дороге могут быть известны расстояние и время на двух участках пути, а скорость нужно определить. Тогда система помогает связать данные о движении и получить точный ответ. Здесь удобно показать автобус и дорожный маршрут.



Что даёт решение задачи с помощью системы

Точный ответ Проверка решения Связь с жизнью



Этот способ учит не только вычислять, но и объяснять, почему ответ верный. Он соединяет текст задачи, алгебру и привычные жизненные ситуации.

Все три результата одинаково важны: точность, проверка и практический смысл. Именно поэтому системы уравнений так полезны в школьных задачах.

Учебная схема по теме «Решение задач с помощью систем линейных уравнений»; 2025

Системы уравнений: от условия к точному ответу

Системы линейных уравнений помогают перевести текст задачи на язык алгебры и найти две неизвестные сразу. Если правильно выбрать переменные, аккуратно записать уравнения и проверить ответ, решение будет надёжным и понятным.