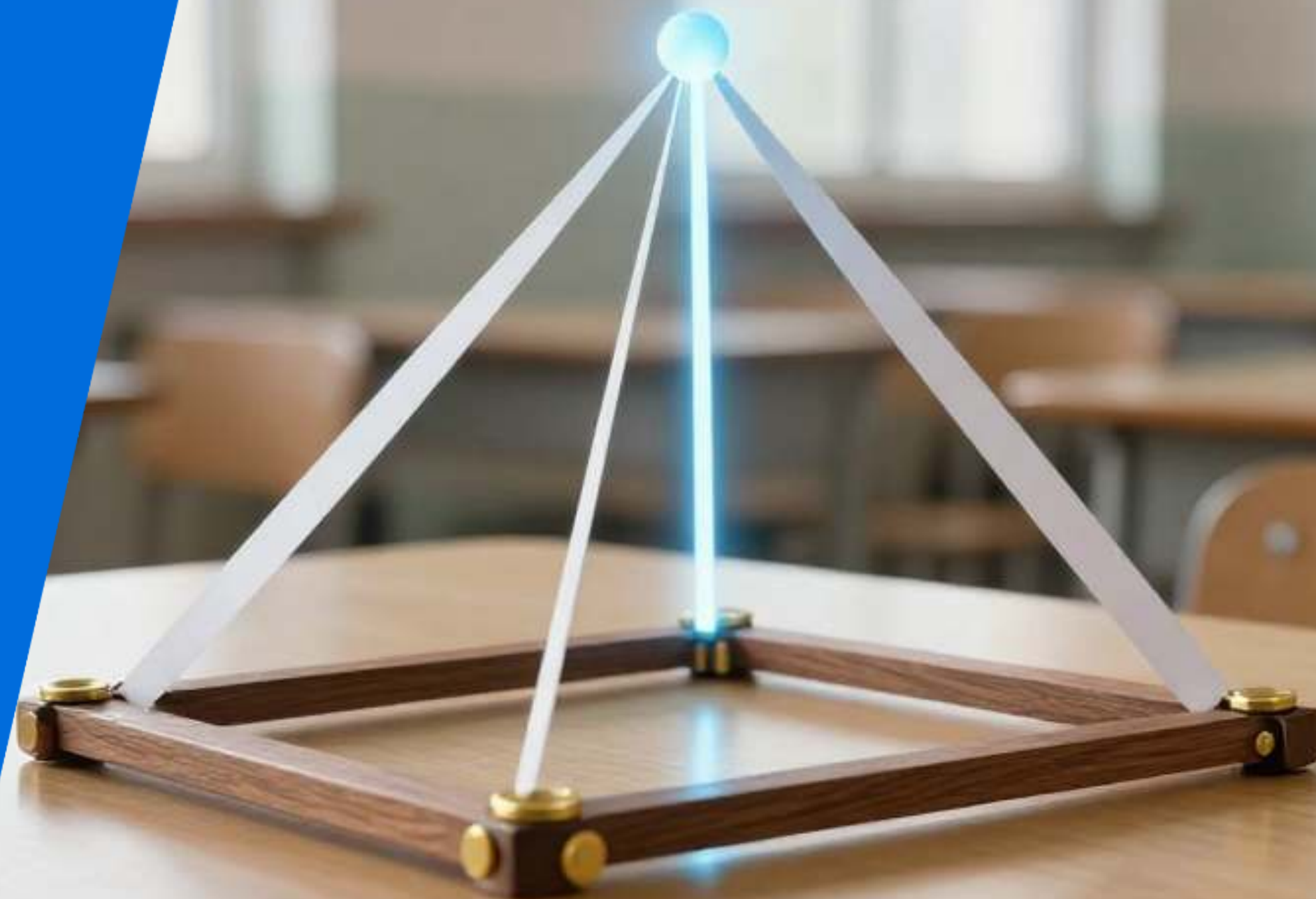


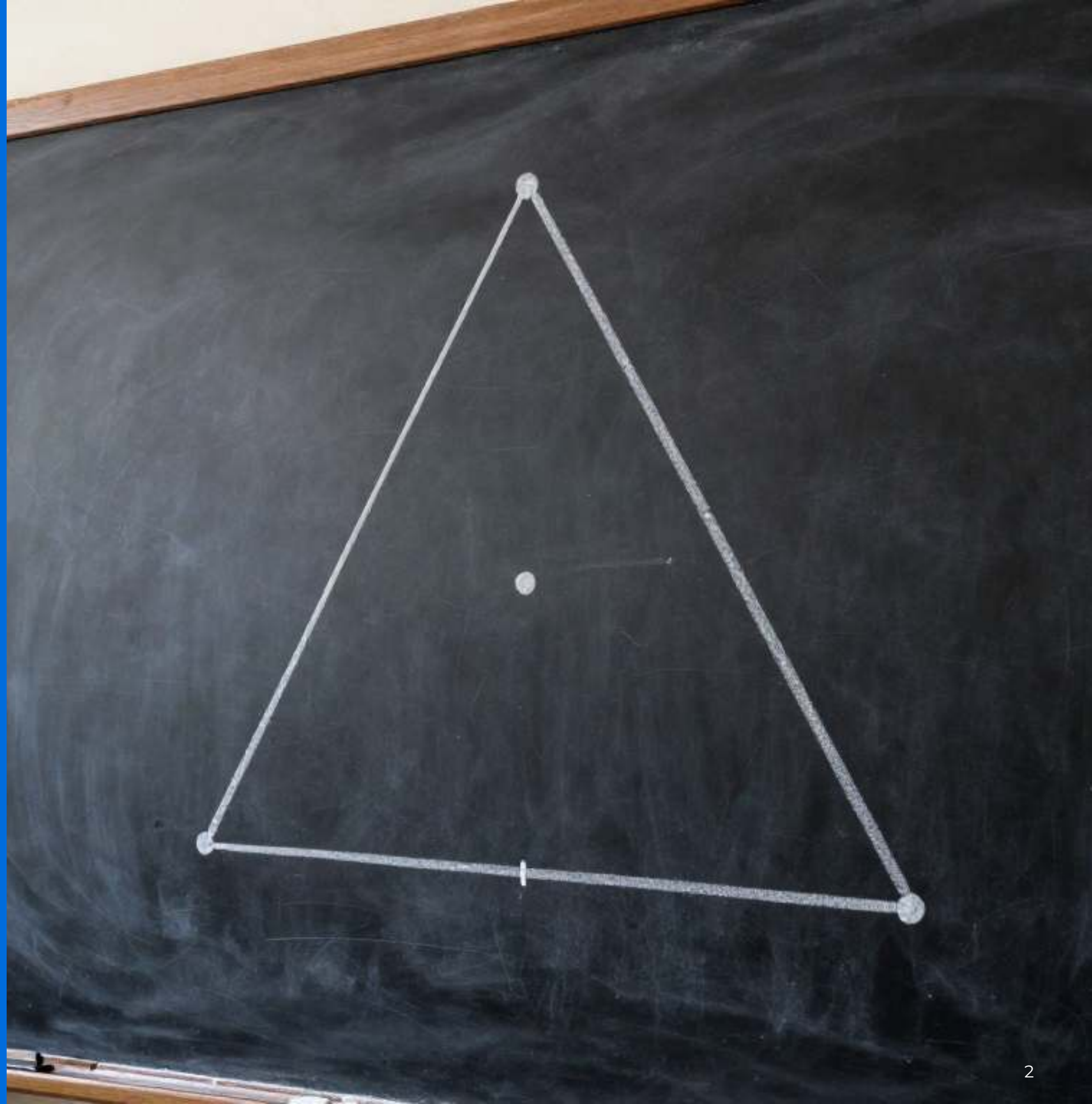
Теорема о пересечении серединных перпендикуляров

Одна точка треугольника равна всем его вершинам.



Как теорема связывает треугольник и окружность

Тема соединяет свойства треугольников, перпендикуляров и окружности. Она показывает, как с помощью циркуля и линейки без делений найти особую точку фигуры и построить окружность через три вершины.



Что такое серединный перпендикуляр



Проходит через середину

Серединный перпендикуляр всегда проходит через середину отрезка и образует с ним прямой угол, поэтому делит отрезок на две равные части.



Даёт равные расстояния

Любая точка на таком перпендикуляре находится на одинаковом расстоянии от обоих концов отрезка, что удобно использовать в геометрических построениях.



Есть и обратное свойство

Если точка равноудалена от концов отрезка, то она обязательно лежит на его серединном перпендикуляре; это свойство помогает доказывать теорему.

Формулировка теоремы

Общая точка

В любом треугольнике серединные перпендикуляры к трём сторонам пересекаются в одной точке, а не расходятся в разные стороны.

Равные расстояния

Эта точка одинаково удалена от всех трёх вершин треугольника, поэтому она является единственной подходящей точкой для центра окружности.

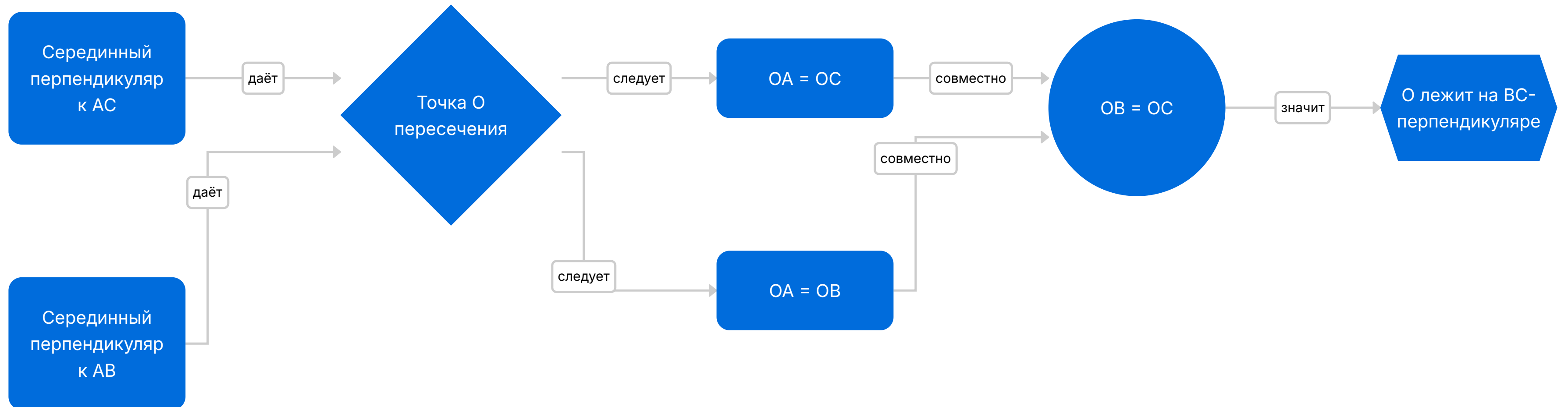
Описанная окружность

Через три вершины треугольника можно провести одну окружность, и её центр совпадает с точкой пересечения серединных перпендикуляров.



Как работает доказательство

Логика строится на равенстве расстояний от точки до вершин треугольника.



Доказательство через равенство расстояний

Берём точку O

Пусть точка O лежит на серединных перпендикулярах к сторонам AB и AC . Тогда она равноудалена от концов каждого из этих отрезков.

1

Получаем равенства

Из положения точки O на первом перпендикуляре следует $OA = OB$, а из положения на втором — $OA = OC$. Значит, обе пары расстояний равны.

2

Сравниваем отрезки

Из равенств $OA = OB$ и $OA = OC$ получаем $OB = OC$. Следовательно, точка O равноудалена от B и C .

3

Делаем вывод

Раз точка O одинаково удалена от B и C , она лежит на серединном перпендикуляре к BC . Значит, все три перпендикуляра пересекаются в одной точке.

4

Построение центра описанной окружности

Выбираем две стороны

Сначала удобно взять любые две стороны треугольника, например АВ и АС. По ним можно найти точку, которая определит центр будущей окружности.

Находим середины

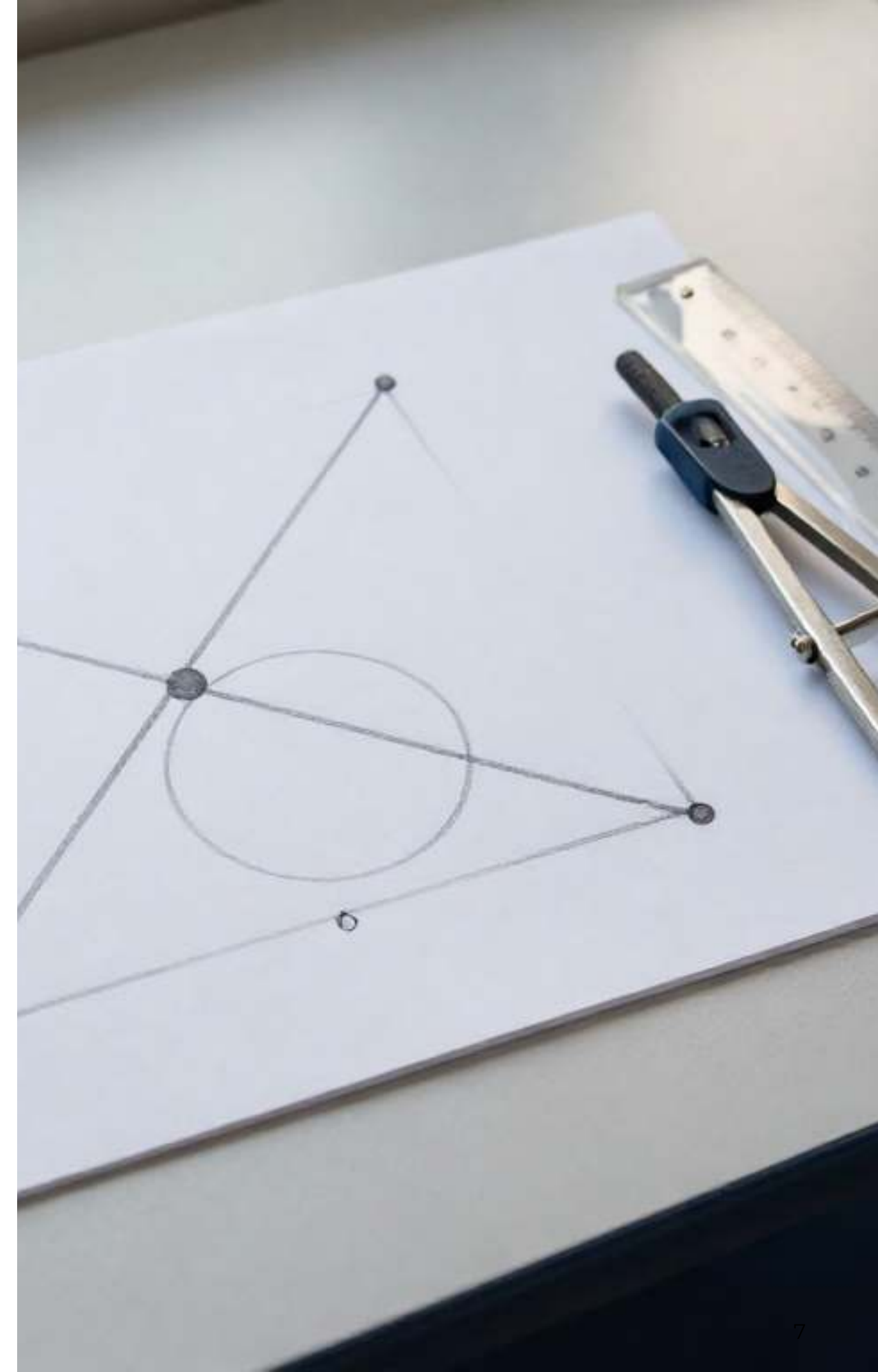
Для каждой выбранной стороны отмечают её середину. Это важный шаг, потому что именно через середину должен проходить серединный перпендикуляр.

Проводим перпендикуляры

Через найденные середины проводят перпендикуляры к соответствующим сторонам. Их пересечение даёт центр описанной окружности, если построение выполнено точно.

Строим окружность

С найденным центром и радиусом, равным расстоянию до любой вершины, проводят окружность. Она проходит через все три вершины треугольника.



Почему точка пересечения особая

Для центра описанной окружности все три расстояния совпадают, а у случайной точки обычно нет.

Равенство трёх расстояний выделяет единственную точку, которая подходит на роль центра описанной окружности.

Геометрическое свойство точки пересечения серединных перпендикуляров; иллюстративные значения для сравнения.

Главные понятия и их свойства

Понятие	Определение	Свойство
Серединный перпендикуляр	Через середину	Равные расстояния
Точка пересечения	Общая для трёх	Одна на треугольник
Центр окружности	Равноудалён от вершин	Даёт описанную окружность
Радиус	До любой вершины	Один и тот же

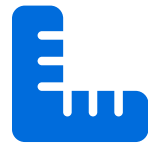
Краткая таблица помогает связать определения с тем, что именно они дают в задаче.

Все ключевые свойства сводятся к одной идее: найденная точка задаёт окружность, проходящую через вершины треугольника.

В остроугольном треугольнике центр описанной окружности находится внутри фигуры, поэтому до всех вершин сохраняются одинаковые расстояния.

1
**точка пересечения
лежит внутри
треугольника.**

Прямоугольный треугольник



Середина гипотенузы

В прямоугольном треугольнике центр описанной окружности находится в середине гипотенузы. Эта точка одинаково удалена от всех трёх вершин и становится естественным центром окружности.



Диаметр окружности

Если провести описанную окружность, то гипотенуза окажется её диаметром. Поэтому вершины прямого угла лежат на окружности, а середина гипотенузы служит центром построения.



Равные расстояния

Расстояния от центра до каждой вершины равны. Это удобно проверять на чертеже: одна точка сразу задаёт окружность, проходящую через все вершины треугольника без дополнительных измерений.

Тупоугольный треугольник

Шаг 1

Проводят серединные перпендикуляры к двум сторонам тупоугольного треугольника и продолжают линии до их пересечения.

Шаг 2

Точка пересечения оказывается вне треугольника, но сохраняет главное свойство: она равноудалена от всех трёх вершин.

Шаг 3

С этой точки проводят окружность через вершины треугольника. Она получается описанной, хотя её центр расположен снаружи фигуры.



Где находится центр описанной окружности

Положение центра связано не с размером треугольника, а с величинами его углов. Поэтому достаточно определить вид треугольника, чтобы понять, где окажется центр.

Чем больше прямой или тупой угол, тем дальше центр смещается от внутренней области.
Расположение центра помогает сразу распознать тип треугольника.

Схематическое сравнение по свойствам описанной окружности для трёх видов треугольников.

Практическое значение теоремы

1. Построение окружности

Теорема позволяет строить окружность через три вершины треугольника только циркулем и линейкой. Сначала находят центр, затем проводят окружность нужного радиуса без лишних измерений.

2. Нахождение центра

Если нужно определить центр окружности, достаточно провести два серединных перпендикуляра. Их точка пересечения даёт точный результат и подходит для геометрических построений на бумаге.

3. Проверка равенства расстояний

Теорема помогает быстро проверить, находится ли точка на одинаковом расстоянии от вершин. Это полезно в задачах, где требуется сравнить отрезки без вычислений.

4. Решение задач

Во многих упражнениях теорема сокращает путь к ответу: вместо сложных рассуждений достаточно найти особую точку треугольника и использовать её свойства для дальнейшего построения.

Разбор типичных ошибок

Медиана — не перпендикуляр

Часто срединный перпендикуляр путают с медианой, потому что обе линии связаны с серединой стороны. Но медиана идёт от вершины, а срединный перпендикуляр проходит через середину стороны под прямым углом, поэтому это разные объекты.



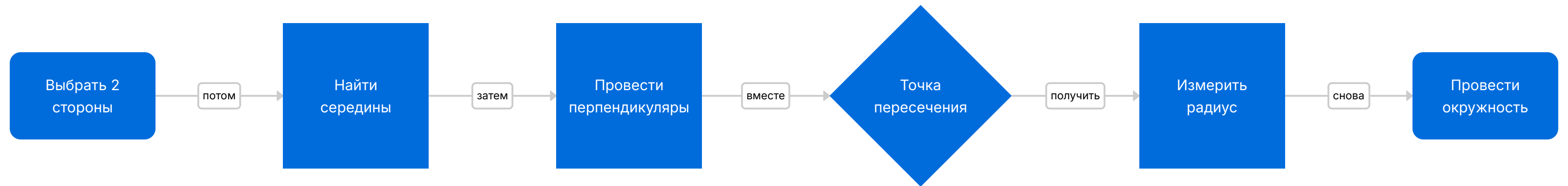
Центр не всегда внутри

Ещё одна ошибка — думать, что центр описанной окружности всегда находится внутри треугольника. На рисунке это верно только для остроугольного случая, а в тупоугольном треугольнике центр оказывается снаружи, хотя окружность всё равно проходит через все вершины.



Алгоритм нахождения центра описанной окружности

Построение по двум сторонам треугольника с помощью циркуля и линейки



Что позволяет делать теорема в задачах

Теорема особенно полезна в задачах на построение, где важно работать точно и без координат. Она экономит время и делает решение наглядным.

Главная ценность теоремы — быстрый переход от свойств сторон к центру окружности и равным расстояниям. Это упрощает многие геометрические построения.

Учебные свойства серединных перпендикуляров и описанной окружности.

Краткая памятка по теме

Факт	Смысл	Следствие
Перпендикуляры	Через середины сторон	Одна точка
Равные расстояния	До всех вершин	Центр окружности
Вид треугольника	Положение центра	Внутри/снаружи

Итоги теоремы о серединных перпендикулярах.

Таблица напоминает главные факты и их следствия. Она помогает быстро восстановить определение, свойства и итог теоремы перед решением задач.

Если помнить три связи — перпендикуляры, равные расстояния и окружность, — можно быстро находить центр и объяснять его положение в любом треугольнике.

Связь с другими темами геометрии

Перпендикуляры

Сердцем теоремы является перпендикуляр к стороне треугольника. Без этого понятия невозможно построить серединный перпендикуляр и доказать равенство расстояний до концов отрезка.

Медианы и высоты

Тема помогает отличать серединный перпендикуляр от медианы и высоты. Все три линии важны, но у каждой есть своё определение, свой способ построения и своё назначение.

Биссектрисы

Как и биссектриса, серединный перпендикуляр выделяет особую линию внутри фигуры. Поэтому теорема хорошо связывается с темой особых линий треугольника и их свойств.

Окружность

Теорема напрямую ведёт к изучению окружности, описанной около треугольника. Она показывает, как из трёх точек получить одну окружность и найти её центр.

Главная идея теоремы

Серединные перпендикуляры к сторонам треугольника всегда сходятся в одной точке. Эта точка одинаково удалена от всех вершин и помогает безошибочно построить описанную окружность.