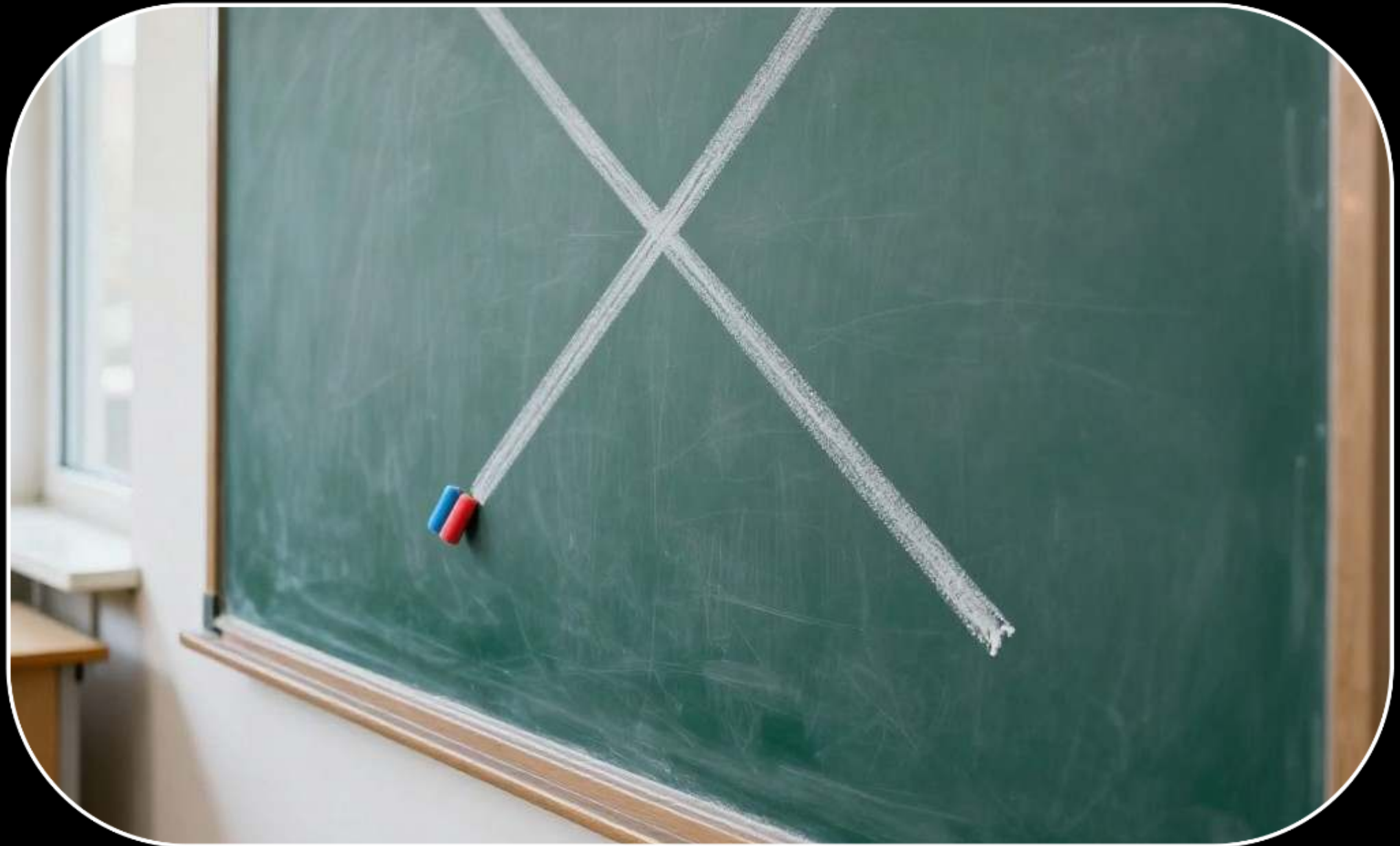


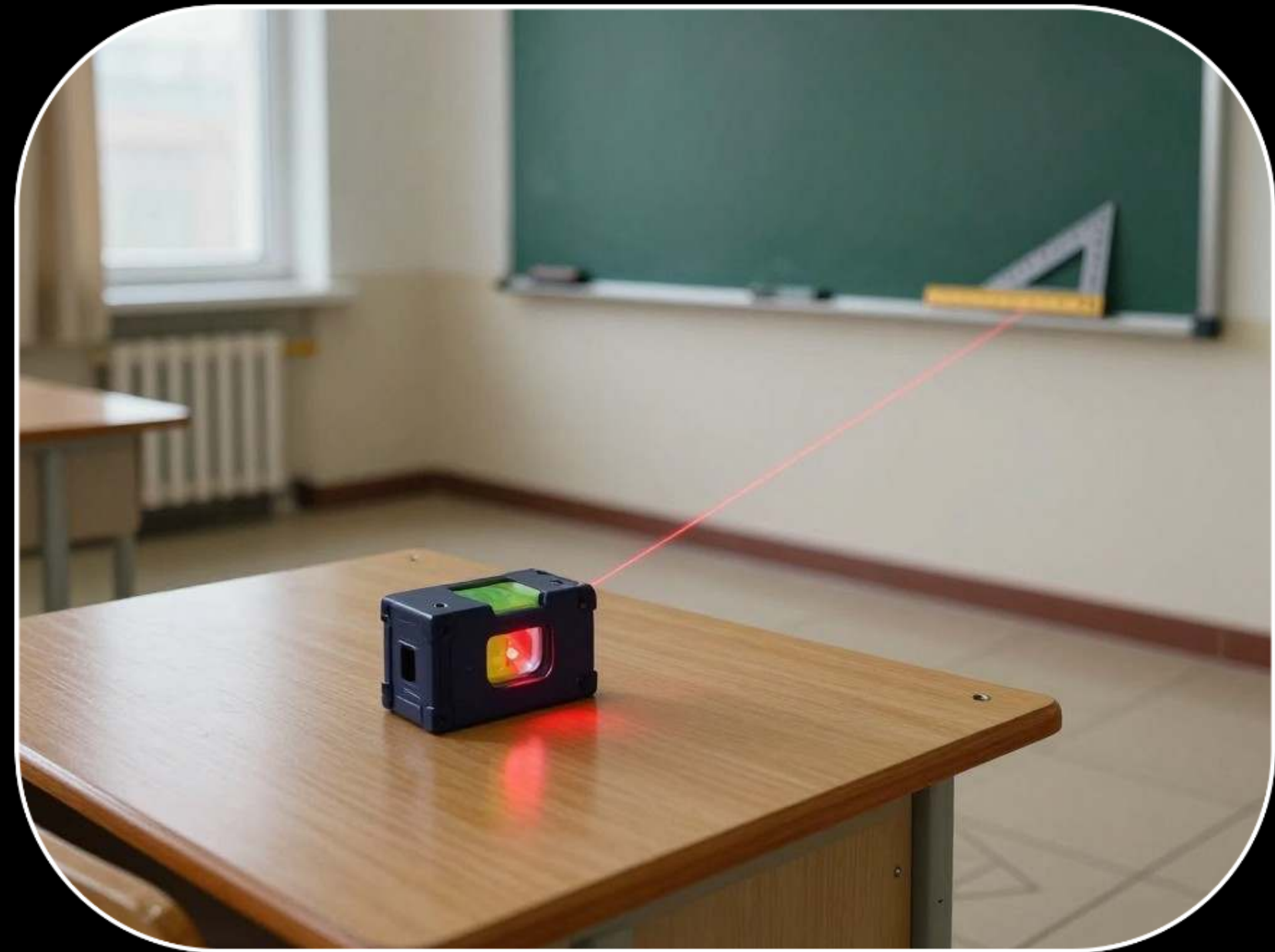
Уравнение прямой: как записать и изучить линию на координатной плоскости

Уравнение прямой точно
описывает линию на плоскости.

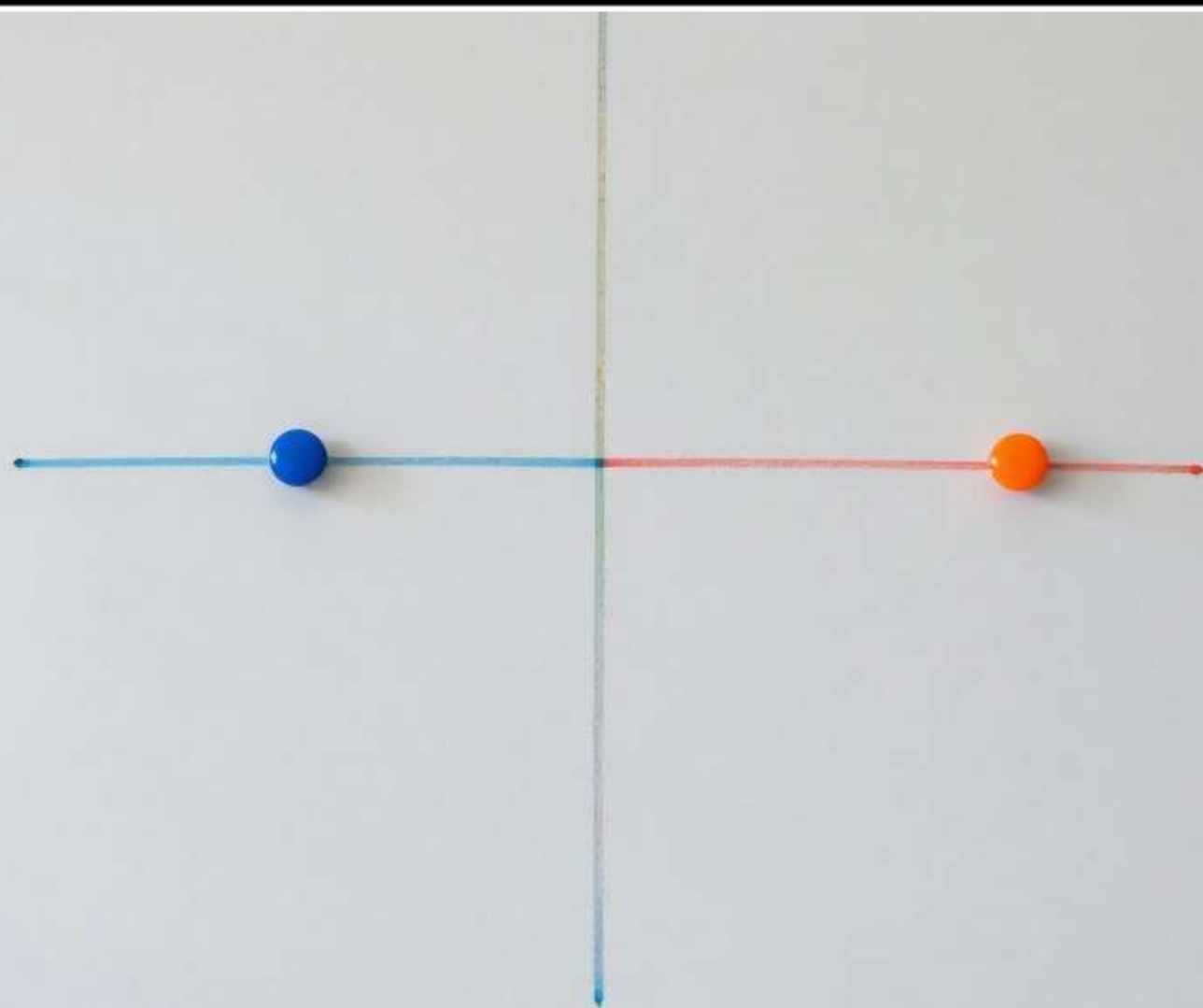


Зачем нужно уравнение прямой в 9 классе

Это мост между чертежом и формулой: по нему находят точки, строят графики и сравнивают прямые. Понятие углового коэффициента помогает понять, как линия наклонена и как меняется ее положение.



Прямая на координатной плоскости и её точки



Координаты точки

Каждая точка прямой задаётся парой чисел x и y . Если точка принадлежит прямой, её координаты делают уравнение верным равенством и подтверждают её положение на графике.

Две точки определяют линию

Любая прямая однозначно проходит через две разные точки. Поэтому, зная две точки, можно восстановить всю линию и затем записать её уравнение.

График на плоскости

Координатная плоскость состоит из осей Ox и Oy , расположенных под прямым углом. Все точки, удовлетворяющие уравнению, вместе образуют график прямой.

График прямой как изображение уравнения

Найти точки

1

Сначала выбирают два удобных значения переменной и вычисляют соответствующие координаты. Этого достаточно, потому что через две отмеченные точки можно провести только одну прямую.

Построить линию

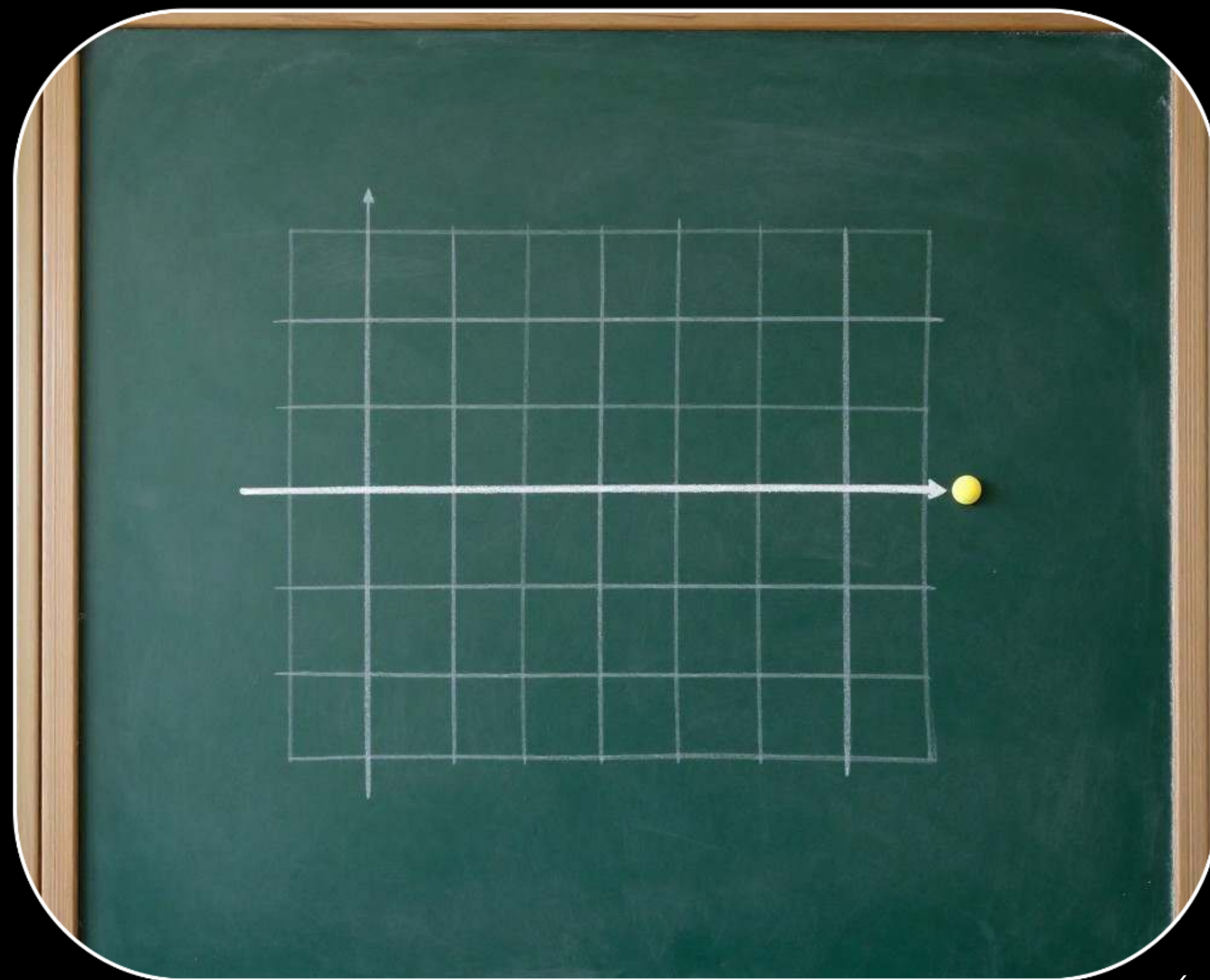
2

После отметки точек на координатной плоскости их соединяют прямой линией. Так график показывает все точки, которые подходят данному уравнению, а не только выбранные примеры.

Проверить пересечение

3

Если уравнение записано как $y = kx + b$, особенно удобно отметить точку пересечения с осью Oy . Она сразу показывает значение b и помогает быстрее понять расположение прямой.



Основные формы уравнения прямой

Вид	Особенность	Когда удобно
$y = kx + b$	наклон и сдвиг	построение по точкам
$ax + by + c = 0$	общий вид	преобразования
$x = a$	вертикальная прямая	частный случай
$y = b$	горизонтальная прямая	частный случай

Сравнение помогает быстро выбрать удобную запись для построения и решения задач.

Разные формы описывают одну и ту же линию, но по-разному удобны: для графика, преобразований и частных случаев.

Коэффициент k и направление прямой

1 Положительный наклон

Когда k больше нуля, прямая поднимается слева направо. Чем больше значение коэффициента, тем быстрее возрастает y при одинаковом изменении x .

2 Отрицательный наклон

Если k меньше нуля, линия опускается слева направо. Это значит, что при увеличении x значение y уменьшается.

3 Крутизна линии

Чем больше модуль k , тем сильнее наклон прямой. Линия становится более крутой и заметнее отклоняется от горизонтали.

4 Нулевой коэффициент

При $k = 0$ уравнение принимает вид $y = b$. В этом случае получается горизонтальная прямая, где значение y не меняется.



0

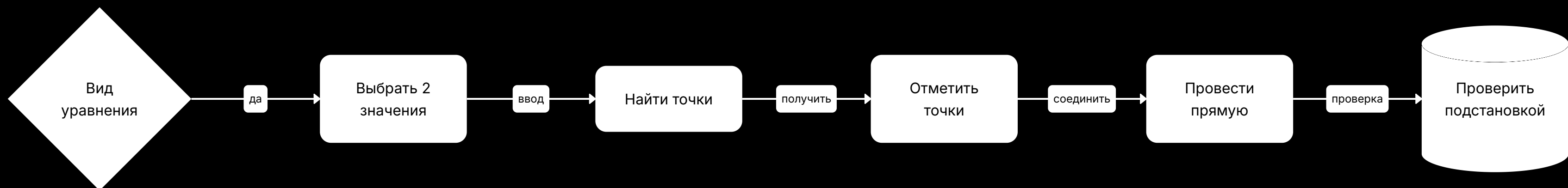
**подставление $x = 0$ сразу
показывает точку пересечения
прямой с осью Oy .**

Это значение помогает быстро найти место, где прямая пересекает вертикальную ось, и понять, насколько линия сдвинута вверх или вниз.

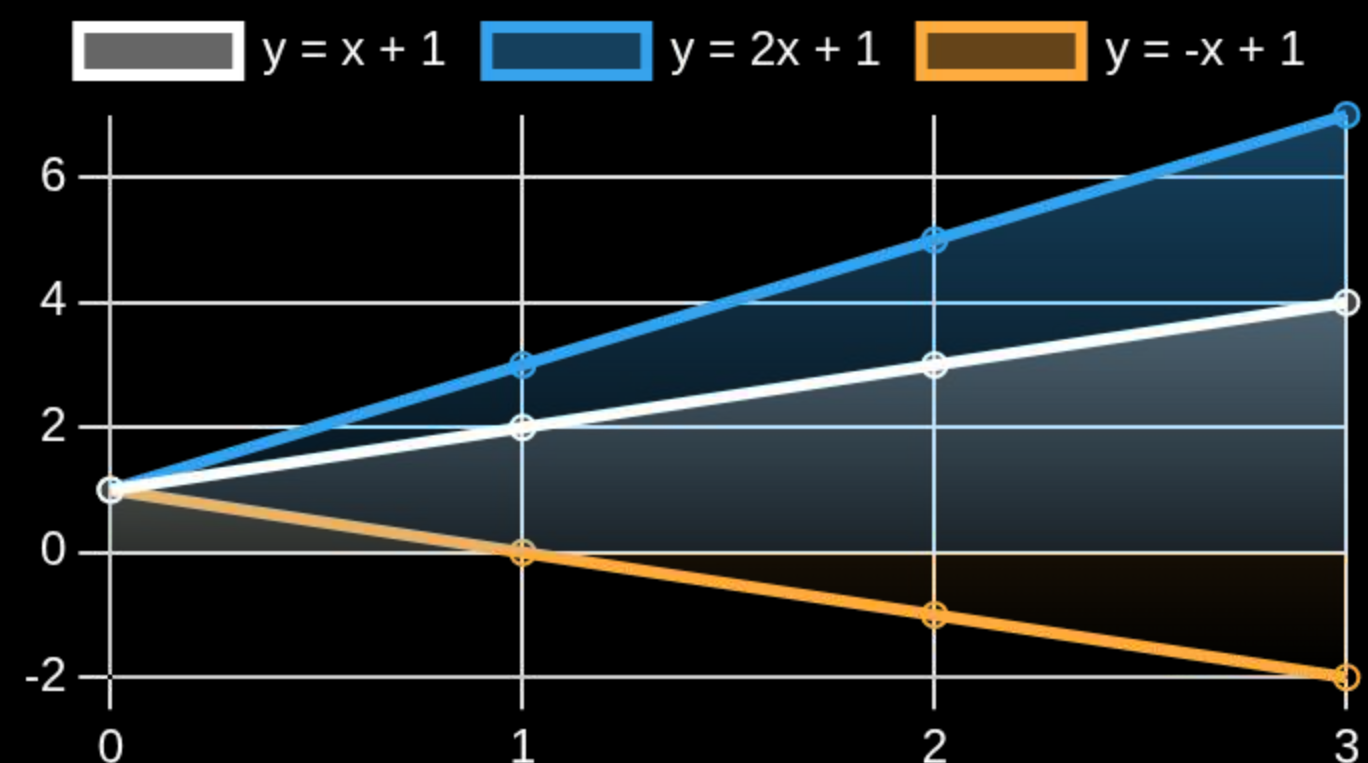
Свойство уравнения прямой $y = kx + b$

Как построить прямую по уравнению

Алгоритм построения на координатной плоскости



Как меняется график при разных значениях k



У всех трёх прямых одинаковое значение b , поэтому они проходят через одну и ту же точку на оси Oy .

Чем больше k , тем быстрее растёт график; отрицательное k меняет направление на убывание.

Иллюстративный пример по теме «Угловой коэффициент прямой»

Как найти уравнение прямой по двум точкам

Найти k

1

Сначала вычисляют угловой коэффициент по формуле $k = (y_2 - y_1) / (x_2 - x_1)$. Он показывает, как меняется y при изменении x .

Подставить точку

2

Затем берут одну из данных точек и подставляют её координаты в уравнение $y = kx + b$. Так находят значение b .

Записать уравнение

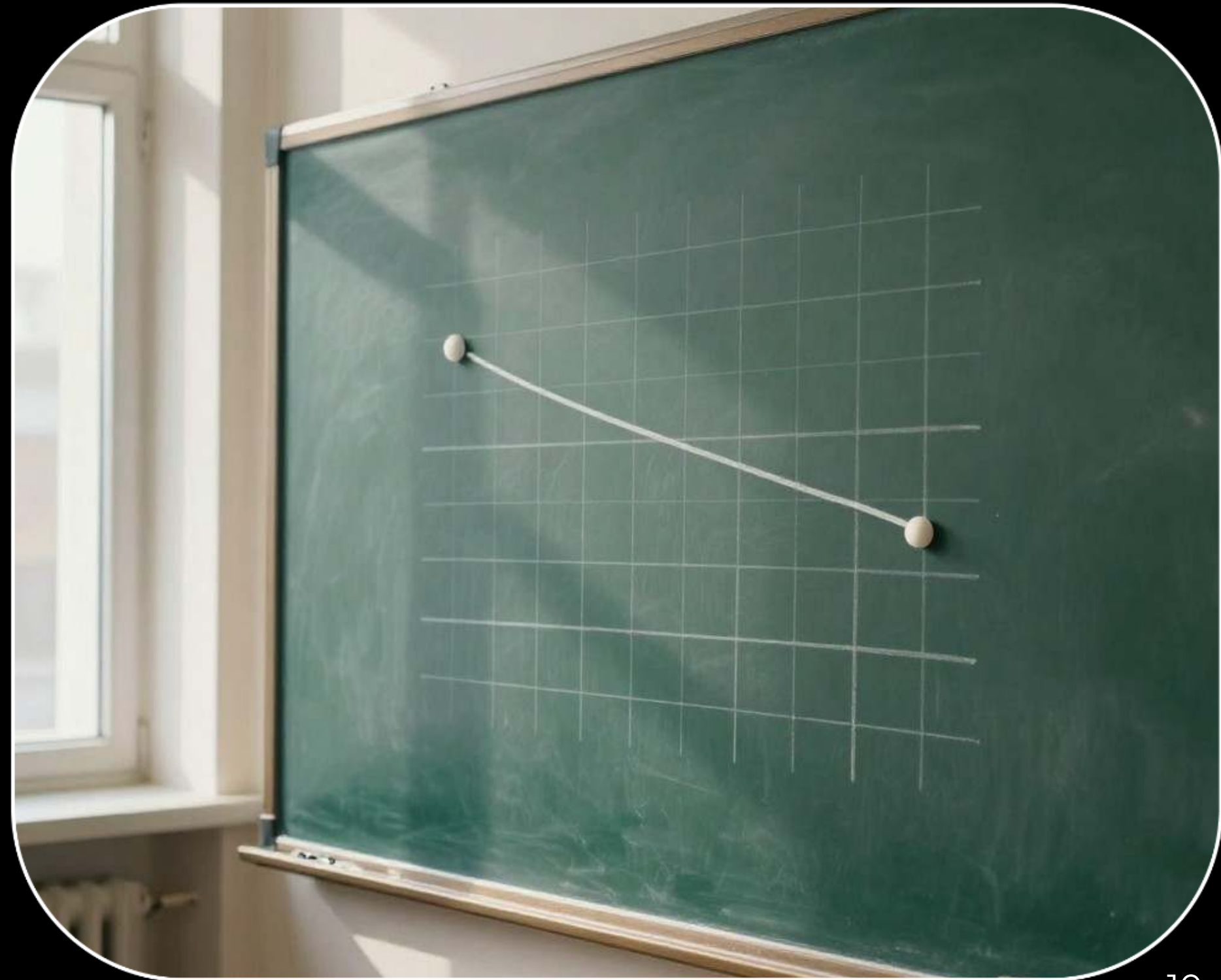
3

После вычислений получают полную запись прямой и проверяют её второй точкой. Если обе точки подходят, уравнение найдено верно.

Учесть вертикальный случай

4

Когда $x_1 = x_2$, прямая вертикальная. Тогда формула $y = kx + b$ не используется, а уравнение записывают как $x = a$.



Пример нахождения уравнения по двум точкам

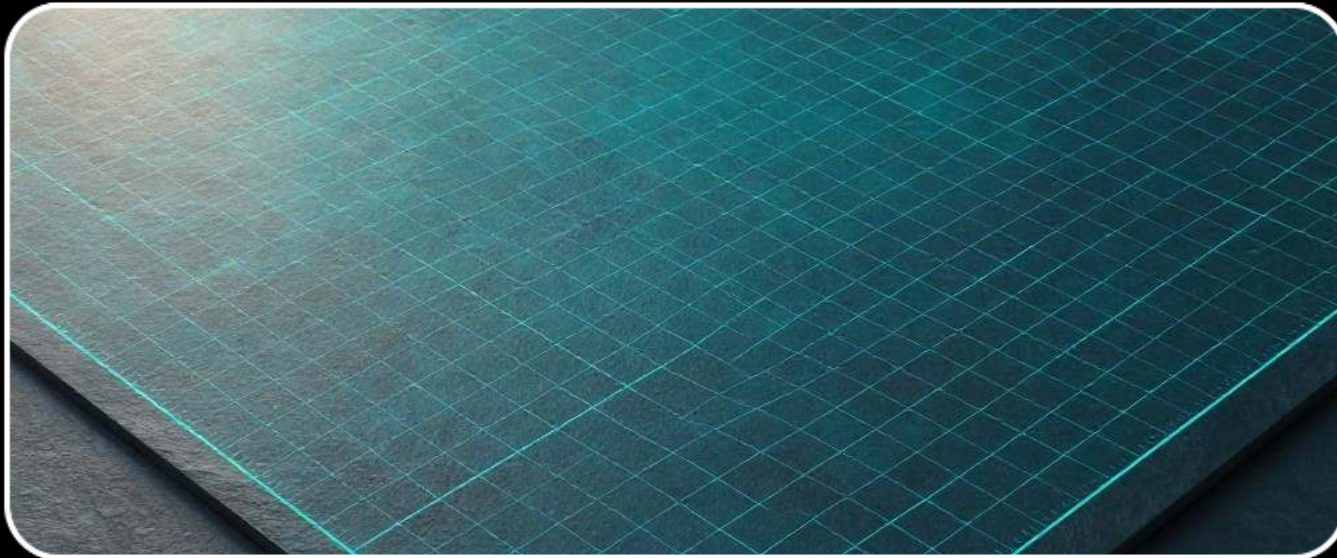
По точкам $A(1; 2)$ и $B(3; 6)$ можно найти наклон прямой, затем вычислить свободный член и проверить результат подстановкой второй точки.

Прямая проходит через начало координат и имеет вид $y = 2x$; обе точки удовлетворяют уравнению.

Шаг	Действие	Результат	Смысл
1	$\Delta y / \Delta x$	$4 / 2$	$k = 2$
2	$2 = 2 \cdot 1 + b$	$b = 0$	Подстановка A
3	Проверка B	$6 = 2 \cdot 3$	Верно

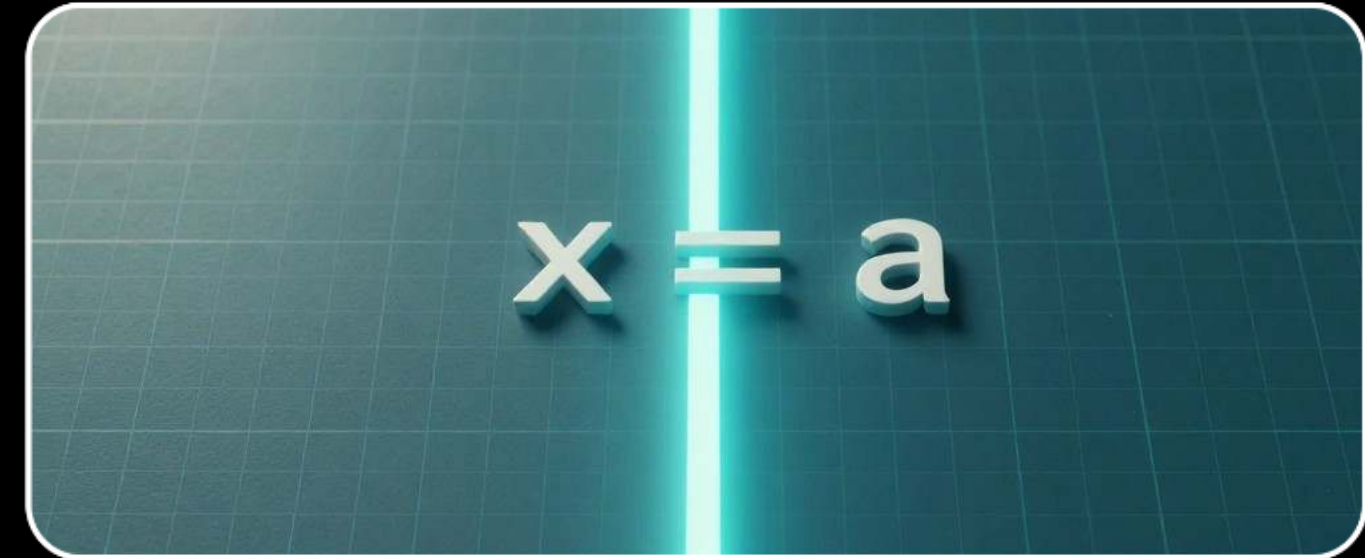
Даны точки $A(1; 2)$ и $B(3; 6)$.

Две прямые — два разных образа



Горизонтальная линия: одинаковая высота

Если во всех точках ордината одна и та же, получается горизонтальная прямая $y = b$. На рисунке она идёт параллельно оси Ox и выглядит как ровная линия на одной высоте.



Вертикальная линия: одна абсцисса для всех точек

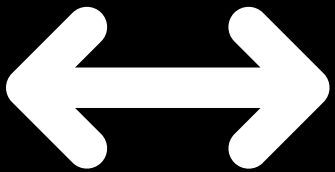
Когда у всех точек совпадает x , получается вертикальная прямая $x = a$. Она параллельна оси Oy и на координатной плоскости проходит строго сверху вниз через одну и ту же абсциссу.

Что важно помнить об общем виде



Одна запись для прямой

Форма $ax + by + c = 0$ подходит для многих задач, потому что в ней удобно переносить слагаемые и сравнивать уравнения между собой.



Переход к привычному виду

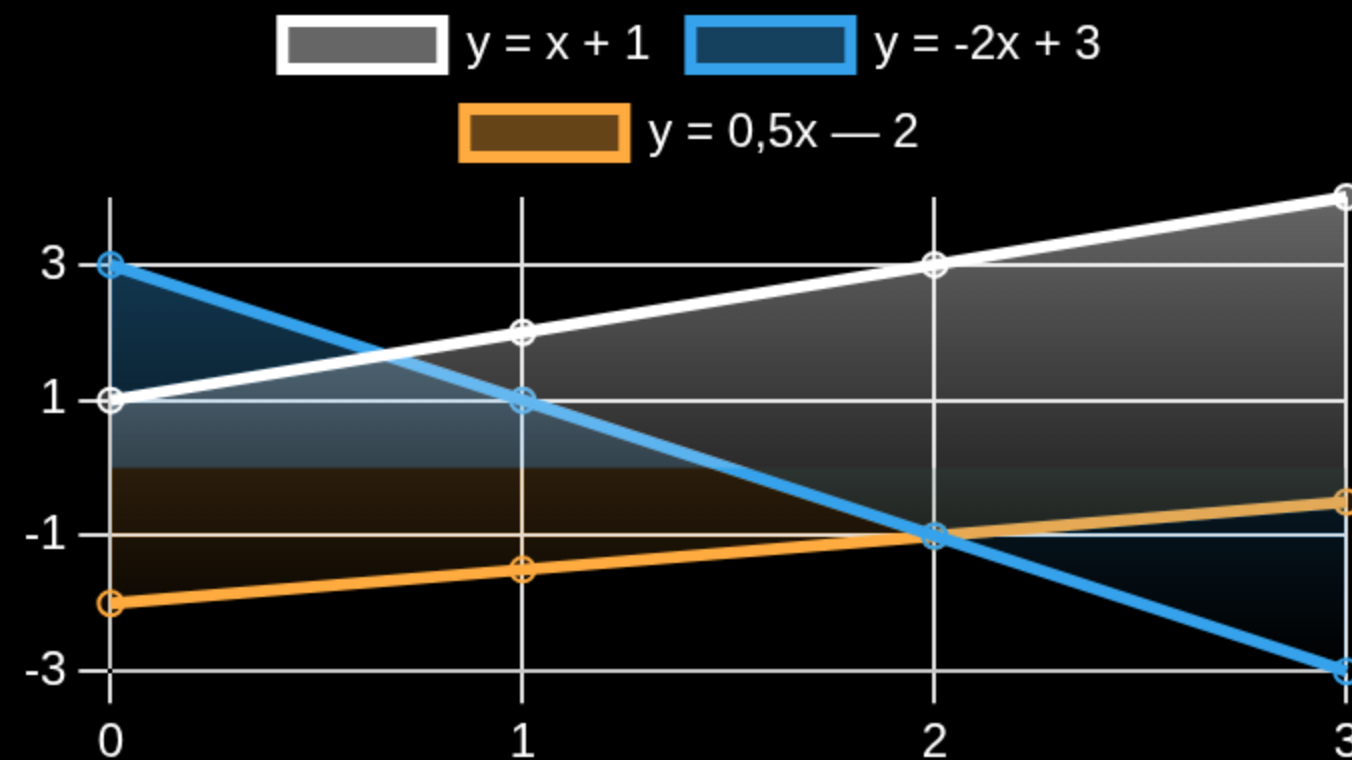
Если b не равно нулю, уравнение можно преобразовать к виду $y = kx + b$ и сразу увидеть наклон прямой и её пересечение с осью Oy .



Коэффициенты без лишних ограничений

Числа a , b и c могут быть любыми, но a и b не должны одновременно равняться нулю, иначе линия не задаётся.

Несколько прямых в одной системе координат



Все три прямые имеют одинаковую форму записи, но по-разному меняют y при увеличении x . Это хорошо видно при одинаковых значениях x .

Знак и величина k определяют направление и крутизну: одна прямая растёт, одна убывает, одна растёт медленно.

Составлено по уравнениям $y = x + 1$, $y = -2x + 3$, $y = 0,5x - 2$.

Проверка принадлежности точки прямой

1

Подставь координаты

Возьмите координаты точки и замените x и y в уравнении прямой. Важно сохранять порядок: сначала абсцисса, затем ордината, иначе проверка даст неверный ответ.

2

Сравни обе части

Если после вычислений левая и правая части совпали, точка лежит на прямой. Это быстрый способ проверить решение без построения графика и лишних измерений.

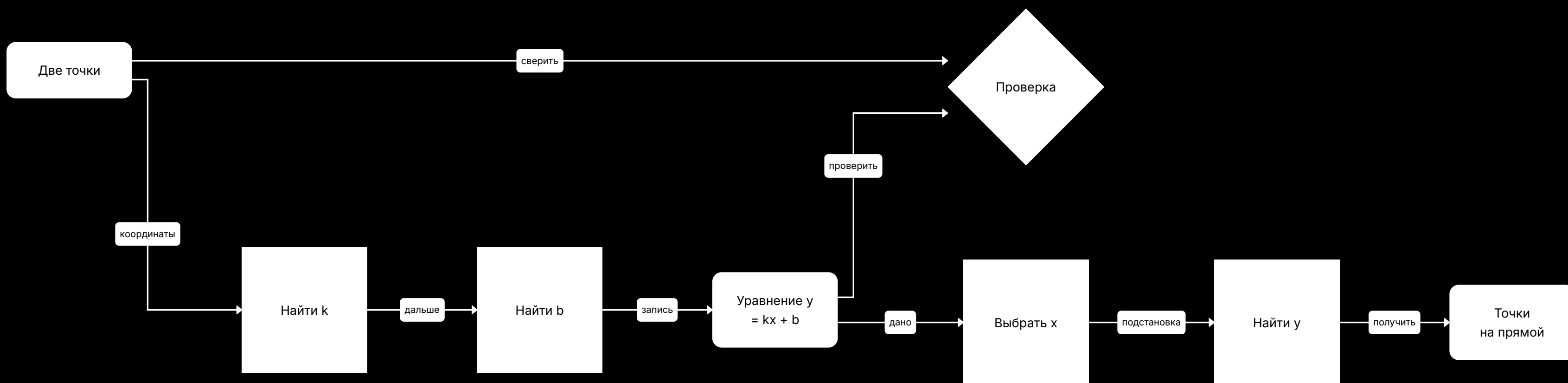
3

Сделай повторную проверку

Когда ответ кажется неожиданным, подставьте ещё одну точку или пересчитайте действия. Дополнительная проверка помогает заметить ошибку в знаке, скобках или арифметике.

Как перейти от формулы к точкам и обратно

Схема показывает два пути: от уравнения к координатам и от двух точек к уравнению с последующей проверкой.



Где встречается уравнение прямой



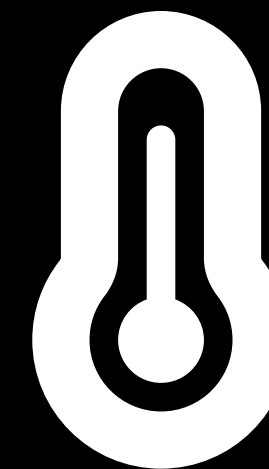
Покупки и стоимость

Если цена одного предмета постоянна, общая стоимость увеличивается равномерно. Такой пример помогает увидеть линейную зависимость в знакомой ситуации и связать формулу с обычными покупками.



Равномерное движение

Когда скорость не меняется, путь зависит от времени по линейному закону. На графике это удобно показывать прямой линией, которая отражает одинаковый прирост расстояния за равные промежутки.



Изменение температуры

Температура тоже может меняться почти равномерно в простых задачах. Тогда график удобно читать как прямую, по которой легко увидеть рост или спад значения со временем.

Сравнение уравнений и их графиков

Уравнение	Тип	Наклон	Точки
$y = 3x$	наклонная	вверх	(0; 0), (1; 3)
$y = -x + 2$	наклонная	вниз	(0; 2), (2; 0)
$x = -1$	вертикальная	нет	(-1; 0), (-1; 2)
$y = 4$	горизонтальная	нет	(0; 4), (2; 4)

Одна таблица помогает увидеть, как разные записи описывают разные типы прямых и по-разному располагают их на координатной плоскости.

Коэффициенты и форма записи определяют вид графика: наклонный, вертикальный или горизонтальный, а также точки пересечения с осями.

Составлено по уравнениям $y = 3x$, $y = -x + 2$, $x = -1$, $y = 4$.

Типичные ошибки при работе с уравнением прямой

Путают x и y

Часто координаты подставляют в неверном порядке: вместо точки $(x; y)$ используют $(y; x)$. Из-за этого получается неправильное равенство, хотя сама идея решения выбрана верно.

Ошибаются со знаком

При нахождении углового коэффициента легко потерять минус или неправильно раскрыть скобки. Такая ошибка меняет наклон прямой и сразу даёт другое уравнение.

Забывают про b

В уравнении $y = kx + b$ иногда записывают только часть с x и не находят свободный член. Тогда прямая проходит не через нужную точку на оси Oy .

Не узнают вертикальную прямую

Если x одинаковый у двух точек, прямая вертикальная, и форма $y = kx + b$ здесь не подходит. Нужно записывать $x = a$ и проверять это отдельно.

Уравнение прямой: формула, график и проверка

Уравнение прямой помогает перейти от рисунка к точной записи и обратно. Оно показывает наклон, положение на плоскости и позволяет по точкам находить и проверять решение.