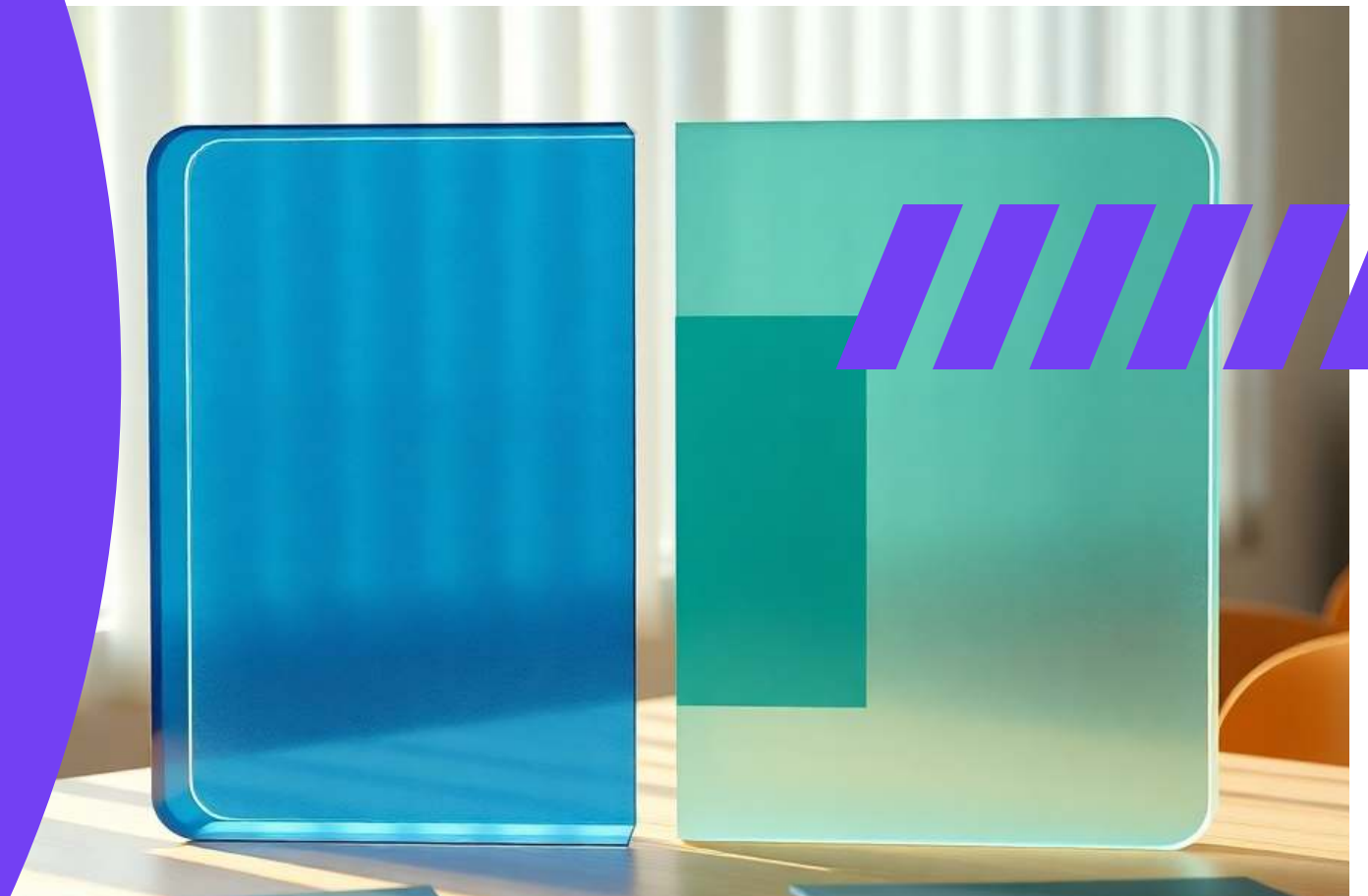


Разность квадратов двух выражений



Формула, которая упрощает
вычисления и раскрывает скрытые
множители.



Зачем нужна формула разности квадратов



Она помогает быстрее преобразовывать выражения, разлагать многочлены на множители, сокращать дроби и проверять вычисления. Формула основана на умножении и раскрытии скобок, поэтому тесно связана с темами 7 класса.



2

скобки появляются в ответе, и в них
стоят одинаковые выражения
с разными знаками.

Формула сокращённого умножения



Главная запись: $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$.

3

Как распознать выражение вида $a^2 - b^2$



Алгебра 7 класса, тема «Формулы сокращённого умножения»



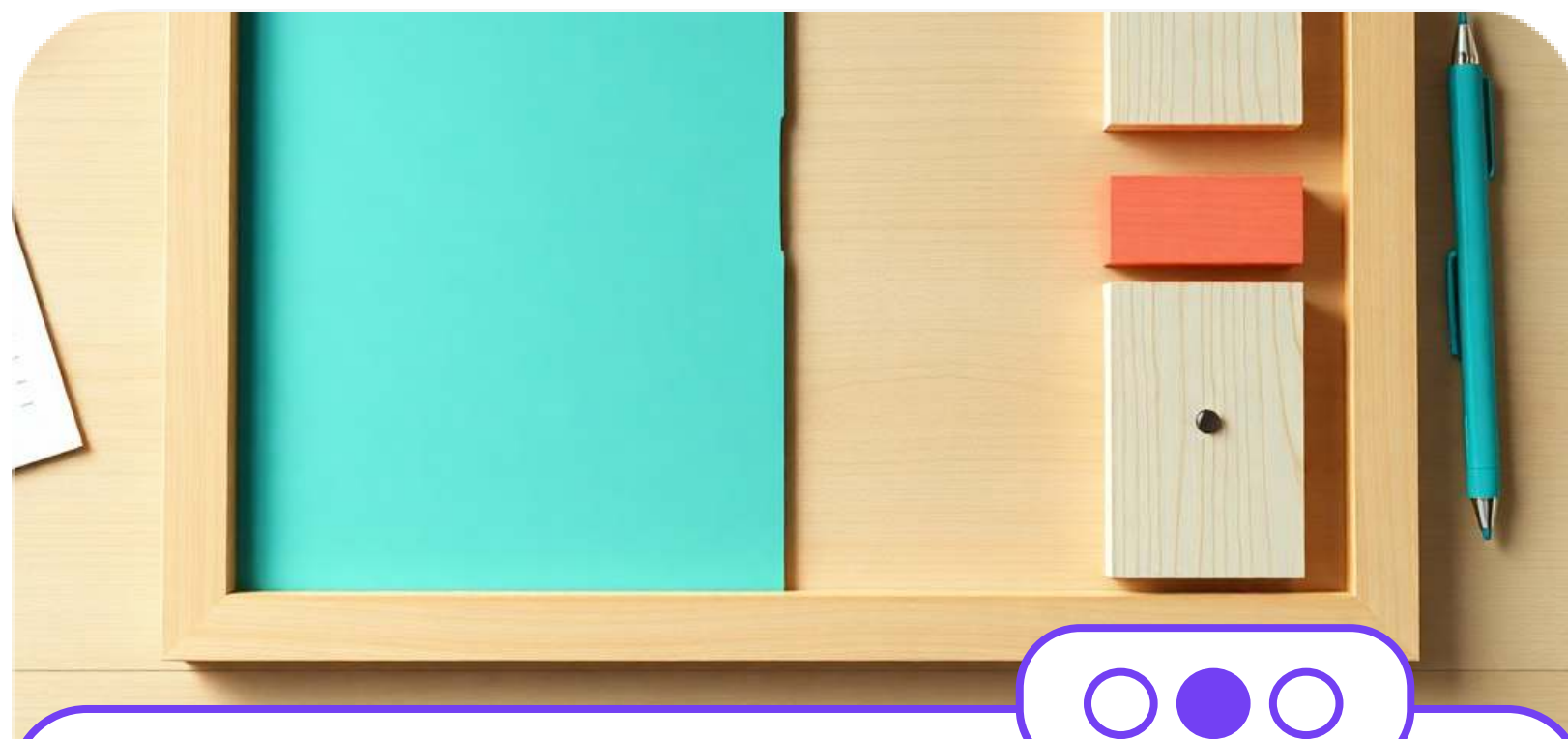
Проверьте, подходит ли выражение к формуле разности квадратов.

Признак	Проверка
Два слагаемых	Да
Оба — квадраты	Да
Между ними минус	Да
Есть плюс	Нет

Если есть два квадрата и знак минус, можно применять формулу. Знак плюс между квадратами не подходит.



Геометрический смысл формулы



Из квадратов — в прямоугольник

Если от большой фигуры отнять меньшую, разность можно представить как новую фигуру из двух частей. После разрезания и перестановки получается прямоугольник со сторонами $a-b$ и $a+b$. Это наглядно показывает, почему произведение этих сторон равно разности квадратов.

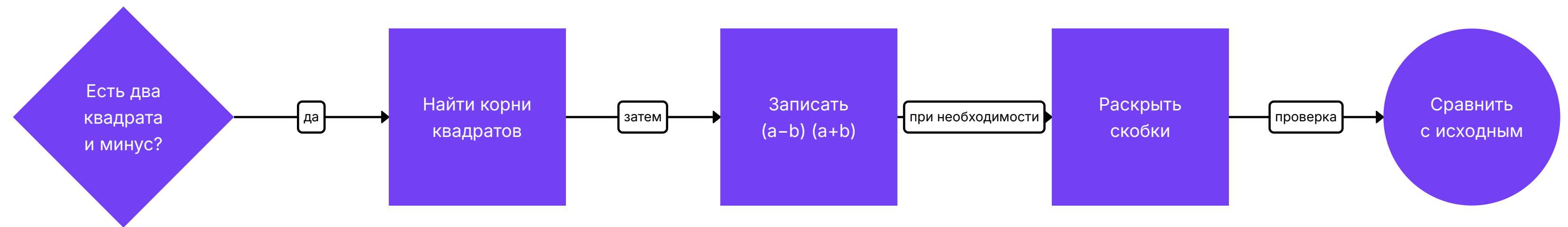


Почему это удобно видеть глазами

Геометрическая модель помогает не просто запомнить формулу, а понять её смысл. Когда площадь выражается как $a^2 - b^2$, мы видим не абстрактную запись, а понятную перестройку фигур. Такой рисунок особенно полезен для проверки рассуждений и запоминания правила.

Алгоритм разложения разности квадратов на множители

Пошаговая схема применения формулы и проверки результата



Числовые примеры разности квадратов

01

25 – 9

Это разность квадратов: $25=5^2$, а $9=3^2$. Записываем $25-9=(5-3)(5+3)$ и быстро получаем 16. Преобразование делает вычисление короче и понятнее.

02

49 – 16

Здесь $49=7^2$, а $16=4^2$. Поэтому $49-16=(7-4)(7+4)=3\cdot 11=21$. Такой способ особенно удобен, когда числа большие и считать напрямую неудобно.

03

100 – 1

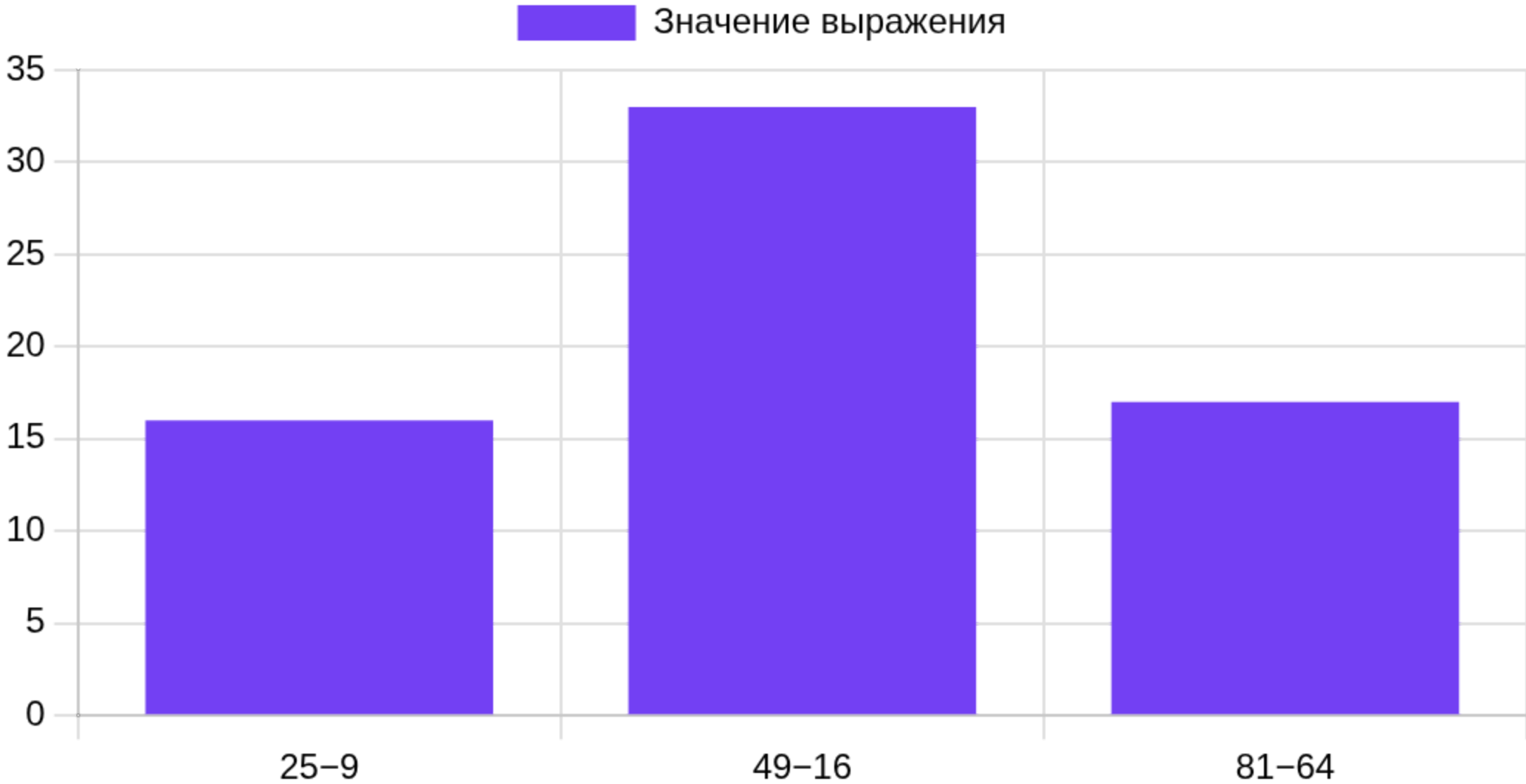
Это тоже разность квадратов: $100=10^2$, а $1=1^2$. Получаем $100-1=(10-1)(10+1)=9\cdot 11=99$. Формула помогает увидеть ответ почти сразу.

Сравнение исходных выражений и разложения на множители



На диаграмме показано, что после преобразования значение выражения сохраняется, а запись становится удобнее для устного счёта.

Учебные примеры по алгебре 7 класса



Разложение на множители не меняет значение, но помогает быстрее вычислять и упрощать запись.

Примеры с буквенными выражениями

$$x^2 - 16$$

Число 16 — это 4^2 , поэтому выражение можно записать как $x^2 - 4^2$. По формуле получаем $(x-4)(x+4)$. Сначала находят корень квадрата, затем ставят противоположные знаки.

1

$$9a^2 - b^2$$

Здесь $9a^2 = (3a)^2$, а b^2 уже является квадратом. Значит, разность квадратов раскладывается так: $(3a-b)(3a+b)$. Важно правильно выделить корни каждого квадрата.

2

$$25m^2 - 36n^2$$

Поскольку $25m^2 = (5m)^2$ и $36n^2 = (6n)^2$, применяем формулу разности квадратов. Получаем $(5m-6n)(5m+6n)$. Такой приём работает и с буквами, и с числами.

3

Проверка формулы раскрытием скобок



1. Записываем произведение

Берём $(a-b)(a+b)$ и умножаем каждый член первой скобки на каждый член второй.

2. Раскрываем скобки

Получаем $a^2+ab-ab-b^2$.
Средние слагаемые имеют разные знаки, поэтому они взаимно уничтожаются.

3. Сверяем результат

Остаётся a^2-b^2 . Это подтверждает, что формула верна и действительно даёт разность квадратов.



Типичные ошибки при разложении разности квадратов

Материал урока по алгебре 7 класса.

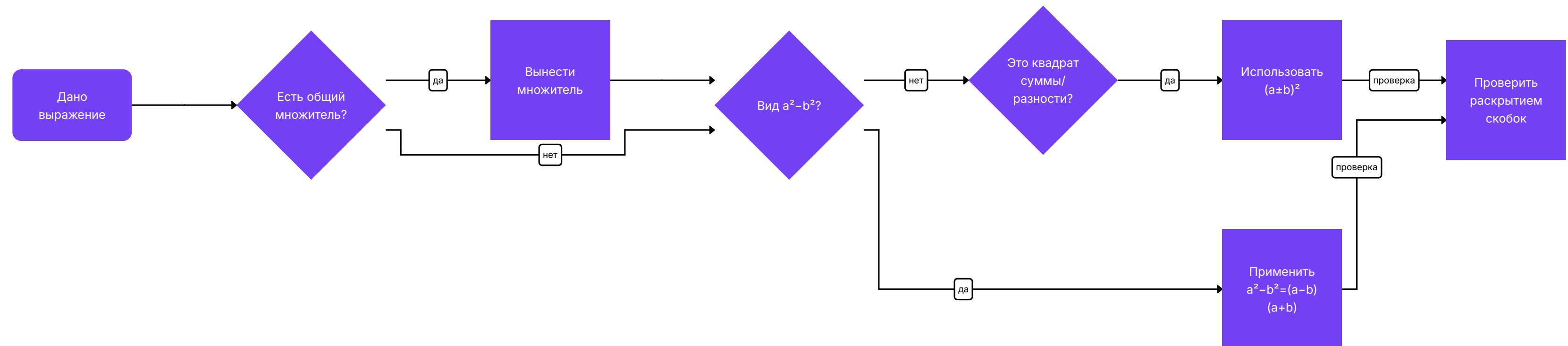
Ошибка	Что не так	Как должно быть
$(a-b)^2$	квадрат суммы скобок	$(a-b)(a+b)$
$x^2-16=(x-16)(x+16)$	неверный корень	$x^2-16=(x-4)(x+4)$
$(a-b)(a-b)$	одинаковые знаки	разные знаки
нет общего множителя	пропущен вынос	сначала вынести множитель

Частые ошибки и правильный ориентир при разложении разности квадратов.

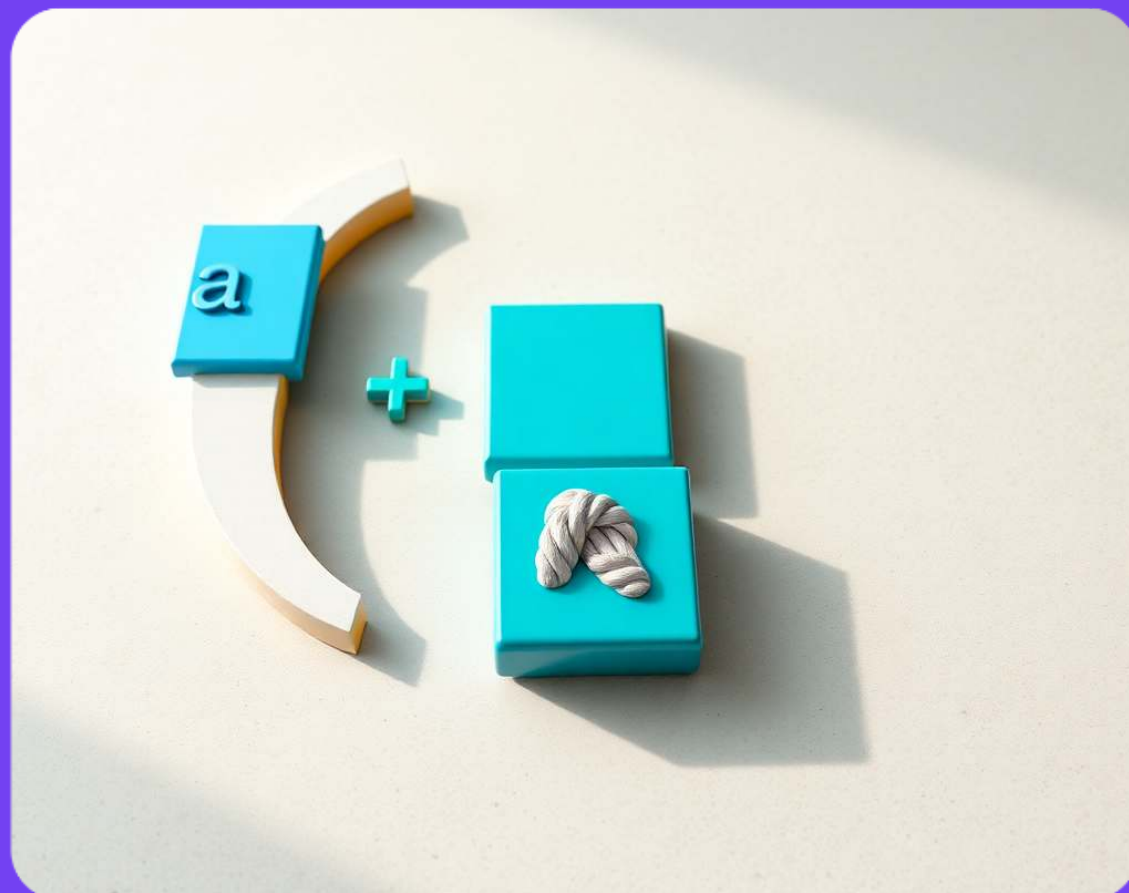
Во всех верных ответах обязательно есть две скобки с одинаковыми выражениями и разными знаками; перед формулой нужно проверить общий множитель и корни квадратов.

Как отличить разность квадратов от других формул

Схема выбора формулы по виду выражения и наличию общего множителя.



Как выглядят три похожие формулы



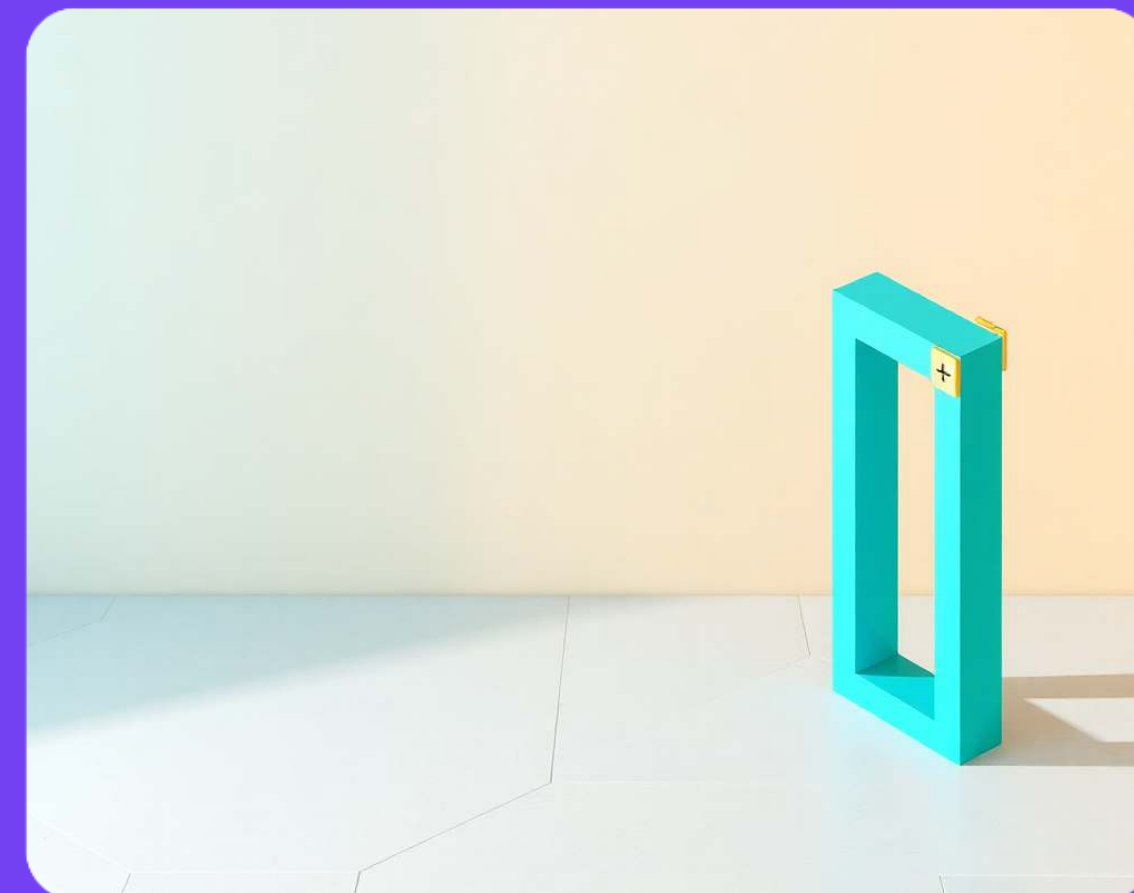
Квадрат суммы

Если выражение записано как $(a+b)^2$, в раскрытии появляются три части: a^2 , $2ab$ и b^2 . Средний член делает формулу узнаваемой, а знак плюса сохраняется внутри обеих скобок и в середине результата.



Квадрат разности

Формула $(a-b)^2$ тоже даёт три части, но средний член становится отрицательным: $a^2-2ab+b^2$. Здесь важно не перепутать её с разностью квадратов, потому что внешне записи очень похожи.



Разность квадратов

У выражения a^2-b^2 нет среднего члена $2ab$. Оно сразу раскладывается на две скобки: $(a-b)(a+b)$, где в одной части стоит минус, а в другой — плюс.

Где чаще используется разность квадратов



Формула особенно полезна там, где нужно быстро увидеть скрытое произведение и упростить запись без лишних вычислений.

Учебная классификация применения формулы в алгебре 7 класса.



Больше всего формула помогает при разложении многочленов и упрощении выражений; именно эти задачи чаще требуют быстрого преобразования.

Применение формулы при сокращении дробей

01

Разложить числитель

Сначала проверяют, можно ли представить числитель как разность квадратов. Например, $x^2 - 9$ превращается в $(x-3)(x+3)$, и в записи сразу видна удобная пара множителей.

02

Сократить общий множитель

Если знаменатель содержит один из множителей, дробь сокращают. Так, $(x^2 - 9)/(x - 3)$ даёт $x + 3$, но только при $x \neq 3$, чтобы не делить на ноль.

03

Проверить ограничения

После сокращения обязательно смотрят на допустимые значения переменной. Ограничение записывают отдельно, потому что исходная дробь может быть не определена при некоторых значениях.

Упрощение выражений с помощью разности квадратов



○ Одна дробь — один результат

Если числитель имеет вид $a^2 - b^2$, его можно разложить на $(a - b)(a + b)$ и сократить с одинаковым множителем в знаменателе. Это делает выражение короче и удобнее.

○ Число 81 как квадрат

Запись $81 - x^2$ удобно представить как $9^2 - x^2$. Тогда сразу получается разложение $(9 - x)(9 + x)$, без лишних шагов и длинных вычислений.

○ Квадрат переменной

Выражение $49p^2 - 1$ — это разность квадратов, потому что $49p^2 = (7p)^2$, а $1 = 1^2$. Значит, ответ записывается как $(7p - 1)(7p + 1)$.

○ Быстрая проверка

После разложения полезно раскрыть скобки и сравнить результат с исходной записью. Такая проверка помогает не допустить ошибки в знаках и корнях квадратов.



Мини-практикум: найди множители в выражениях



Задание для закрепления формулы разности квадратов.



Заполни таблицу: для каждого выражения найди корни квадратов и запиши произведение двух скобок.

Выражение	Корни	Ответ
$64-x^2$	8 и x	$(8-x)(8+x)$
$121m^2-4$	11 m и 2	$(11m-2)(11m+2)$
$9a^2-49b^2$	3a и 7b	$(3a-7b)(3a+7b)$
y^2-100	y и 10	$(y-10)(y+10)$

Во всех примерах нужно сначала определить квадрат каждого слагаемого, а затем записать множители с противоположными знаками.



Почему формула важна в школьной алгебре



Экономит время

Формула позволяет быстро преобразовать выражение и не выполнять лишних шагов. Это особенно полезно, когда нужно считать устно или проверять ответ на уроке.



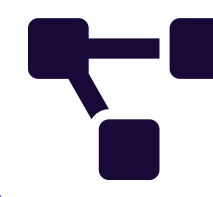
Помогает раскрывать скобки

Разность квадратов тренирует умение переходить от произведения к сумме и обратно. Такое умение нужно почти во всех темах алгебры 7 класса.



Удобна для проверки

Если результат разложения вызывает сомнение, его можно проверить раскрытием скобок. Это простой способ убедиться, что знаки и корни выбраны верно.



Основа для новых приёмов

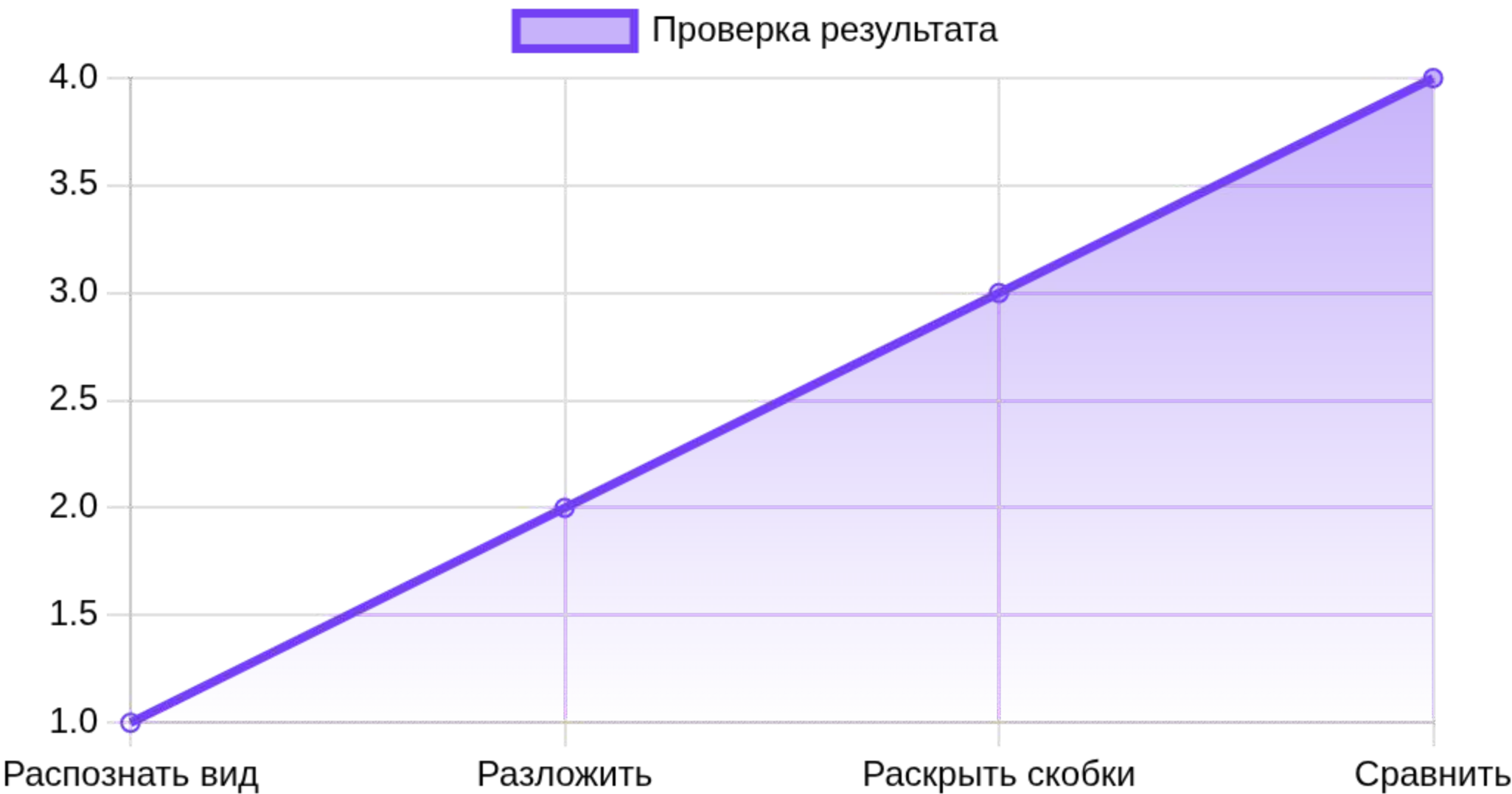
Формула часто сочетается с вынесением общего множителя и другими формулами сокращённого умножения. Поэтому она помогает решать более сложные задачи в дальнейшем.

Схема проверки результата

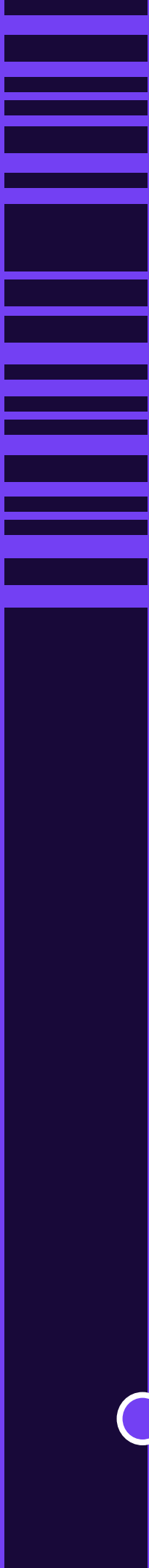


Проверка особенно полезна, если выражение содержит буквы или несколько действий сразу.

Методическая схема проверки преобразования на уроке алгебры 7 класса.



Последовательная проверка показывает, что разложение действительно возвращает исходную разность квадратов без изменения значения.



Главное о разности квадратов



Формула $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$ помогает узнавать разность квадратов, быстро упрощать записи и проверять ответ раскрытием скобок. Чем увереннее вы видите пары квадратов, тем легче решать задачи.

