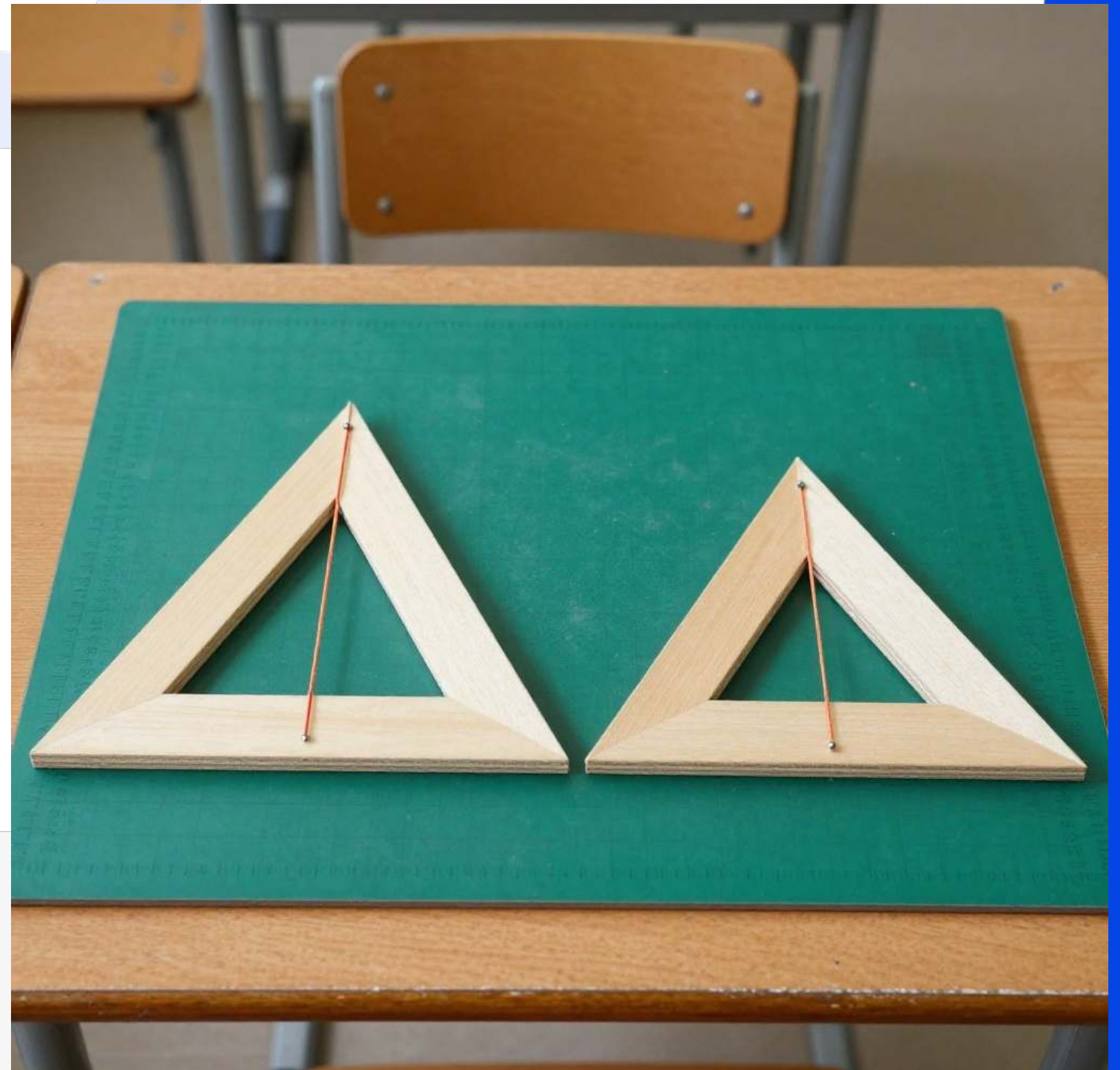


Равные треугольники и важные линии в треугольнике

Разбираем равные треугольники, высоту, медиану и биссектрису.



Зачем изучать эти линии в 7 классе?



Высота, медиана и биссектриса становятся основой первых доказательств в геометрии. Они помогают вычислять площади, находить равные треугольники, делить стороны и углы, а также готовят к построениям циркулем и линейкой.

Что такое равные треугольники

- **Одинаковая форма**

Равные треугольники полностью совпадают при наложении. Это значит, что их форма и размеры одинаковы, а каждый элемент одного треугольника соответствует такому же элементу другого.

- **Равные стороны**

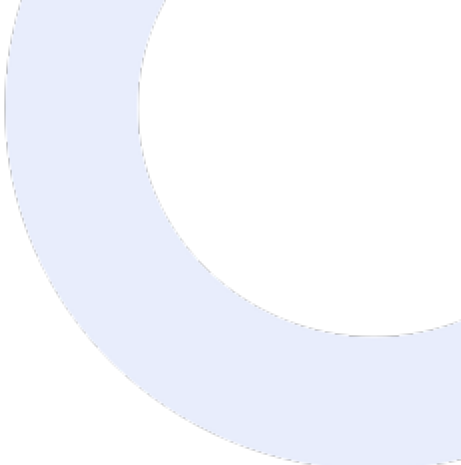
У равных треугольников попарно равны все соответствующие стороны. Если один отрезок в одном треугольнике равен другому в другом, это ещё не доказательство, но важная часть проверки.

- **Равные углы**

Кроме сторон, у таких треугольников равны и все соответствующие углы. Именно поэтому можно переносить выводы с одного чертежа на другой и уверенно решать задачи.

- **Признаки равенства**

В 7 классе используют три основных признака: по трём сторонам, по двум сторонам и углу между ними, по стороне и двум прилежащим углам.



Три важные линии треугольника

Сравним три линии, которые чаще всего встречаются в задачах по геометрии.

У каждой линии своё определение и свои задачи: высота связана с прямым углом, медиана — с серединой стороны, биссектриса — с делением угла.

Линия	Что делит	Главное свойство
Высота	Сторону/продолжение	Перпендикуляр
Медиана	Сторону пополам	Идёт к середине
Биссектриса	Угол пополам	Делит угол поровну



Высота треугольника

Что это такое

Высота — это отрезок, опущенный из вершины перпендикулярно к противоположной стороне или к её продолжению. Именно прямой угол делает её легко узнаваемой на чертеже.

Где она лежит

В остроугольном треугольнике все высоты находятся внутри фигуры. Это удобно для построений, потому что каждая из них остаётся в пределах треугольника.

Особый случай

В прямоугольном треугольнике две высоты совпадают с катетами, а в тупоугольном одна из высот может выходить за пределы фигуры.

Зачем нужна

Высота помогает находить площадь треугольника по формуле $S = \frac{1}{2}ah$ и часто используется в доказательствах, особенно когда нужно сравнить фигуры.

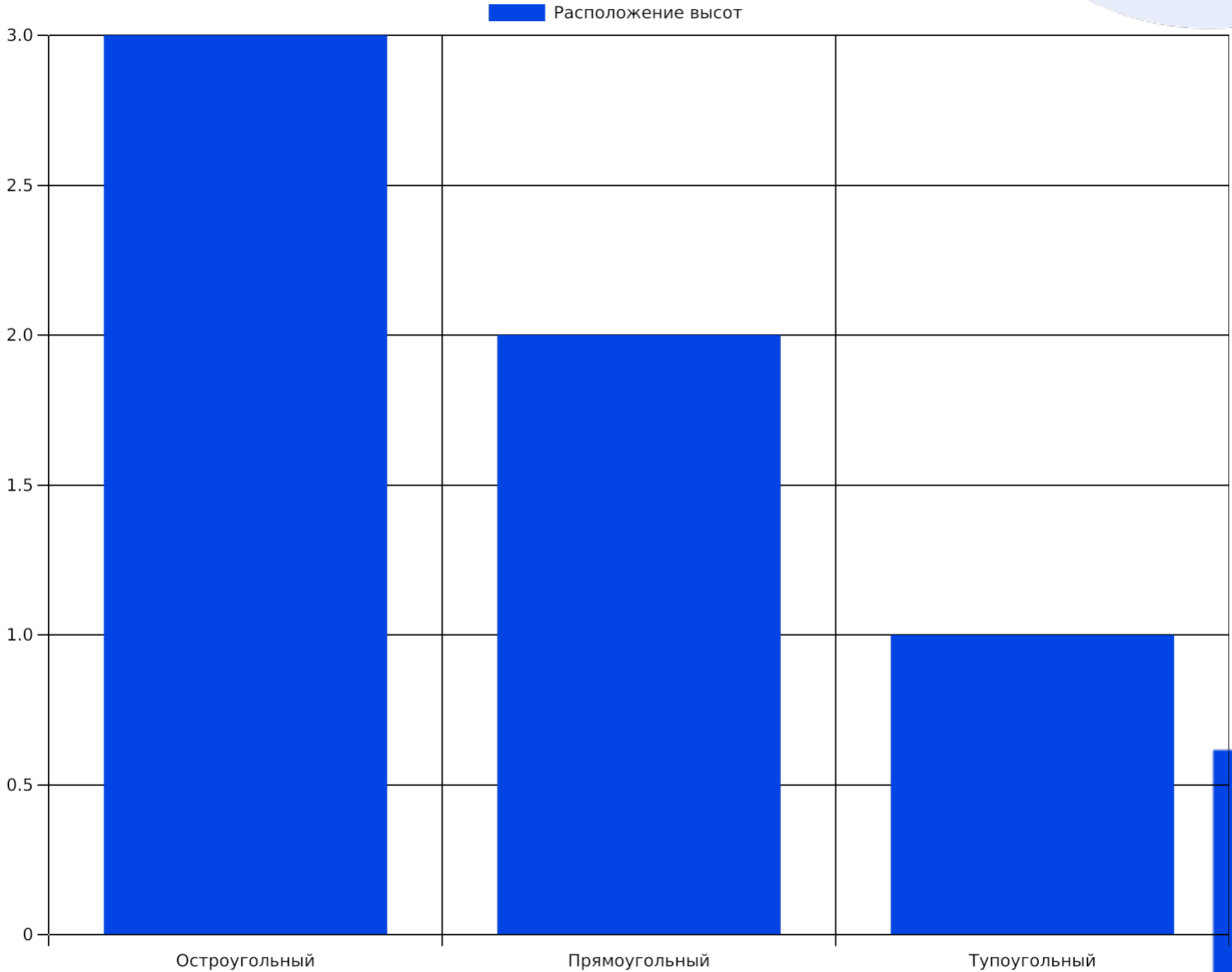




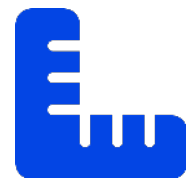
Положение высот в разных видах треугольников

Разные виды треугольников по-разному показывают, где находятся высоты и сколько из них остаются внутри фигуры.

Чем меньше углов треугольника меньше 90° , тем проще высоты размещаются внутри; в прямоугольном и тупоугольном случаях появляются особые положения.



Свойства высоты



Прямой угол

Высота всегда образует с основанием прямой угол. Это главное свойство позволяет сразу узнавать её на чертеже и применять при доказательствах, где нужен перпендикуляр.



Площадь треугольника

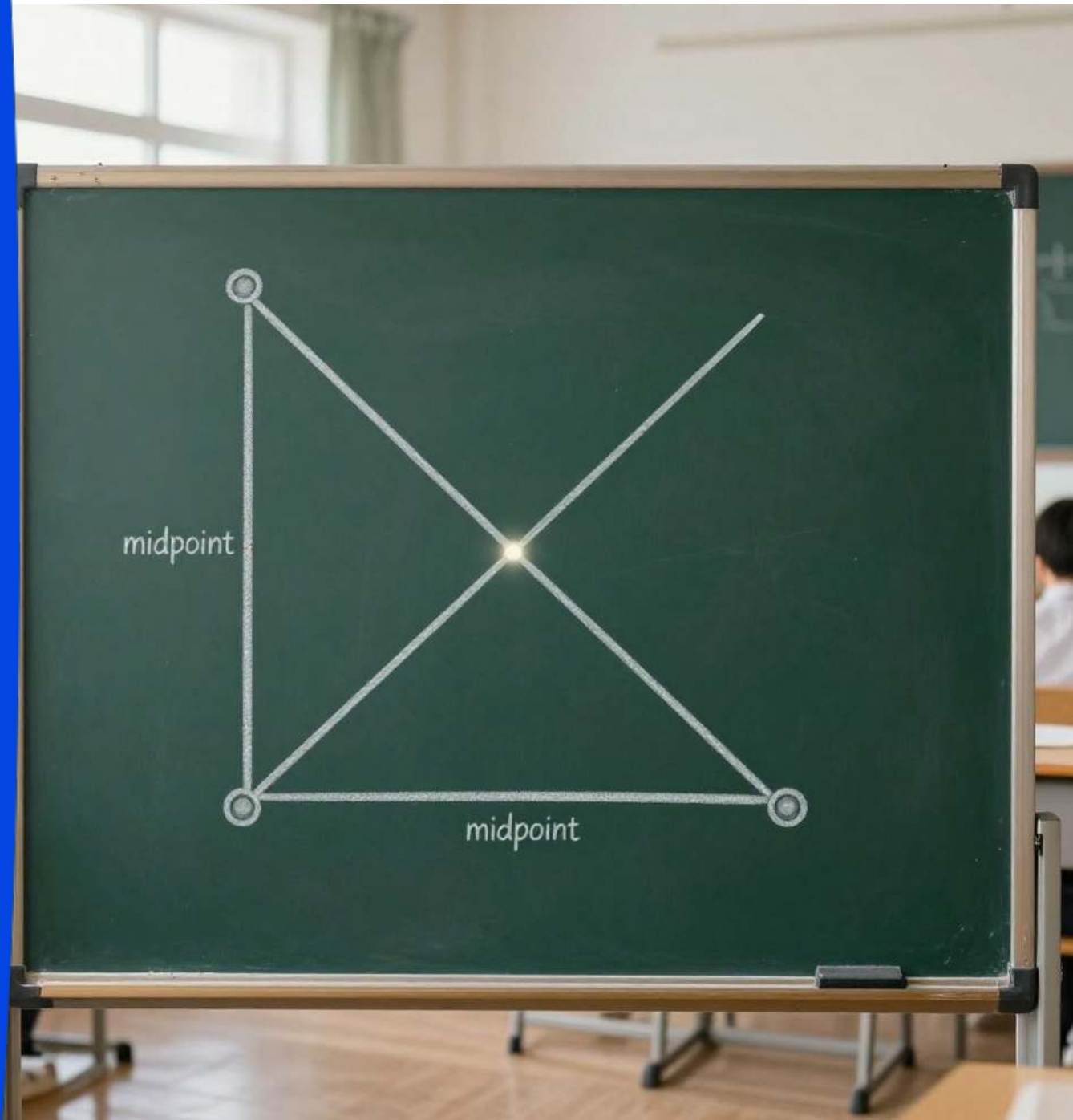
Зная основание и высоту, можно быстро находить площадь треугольника по формуле $S = \frac{1}{2}ah$. Поэтому высота часто становится ключом к решению задач на вычисления.



Равнобедренный случай

В равнобедренном треугольнике высота, проведённая к основанию, одновременно является медианой и биссектрисой. Такая линия делит фигуру на два равных прямоугольных треугольника.

Медиана треугольника



- **Определение**

Медиана соединяет вершину треугольника с серединой противоположной стороны. Она всегда начинается в вершине, но обязательно приходит именно в середину стороны, а не в любую точку.

- **Три медианы**

В любом треугольнике можно провести три медианы — по одной из каждой вершины. На чертеже они выглядят как три отрезка, направленные к серединам сторон.

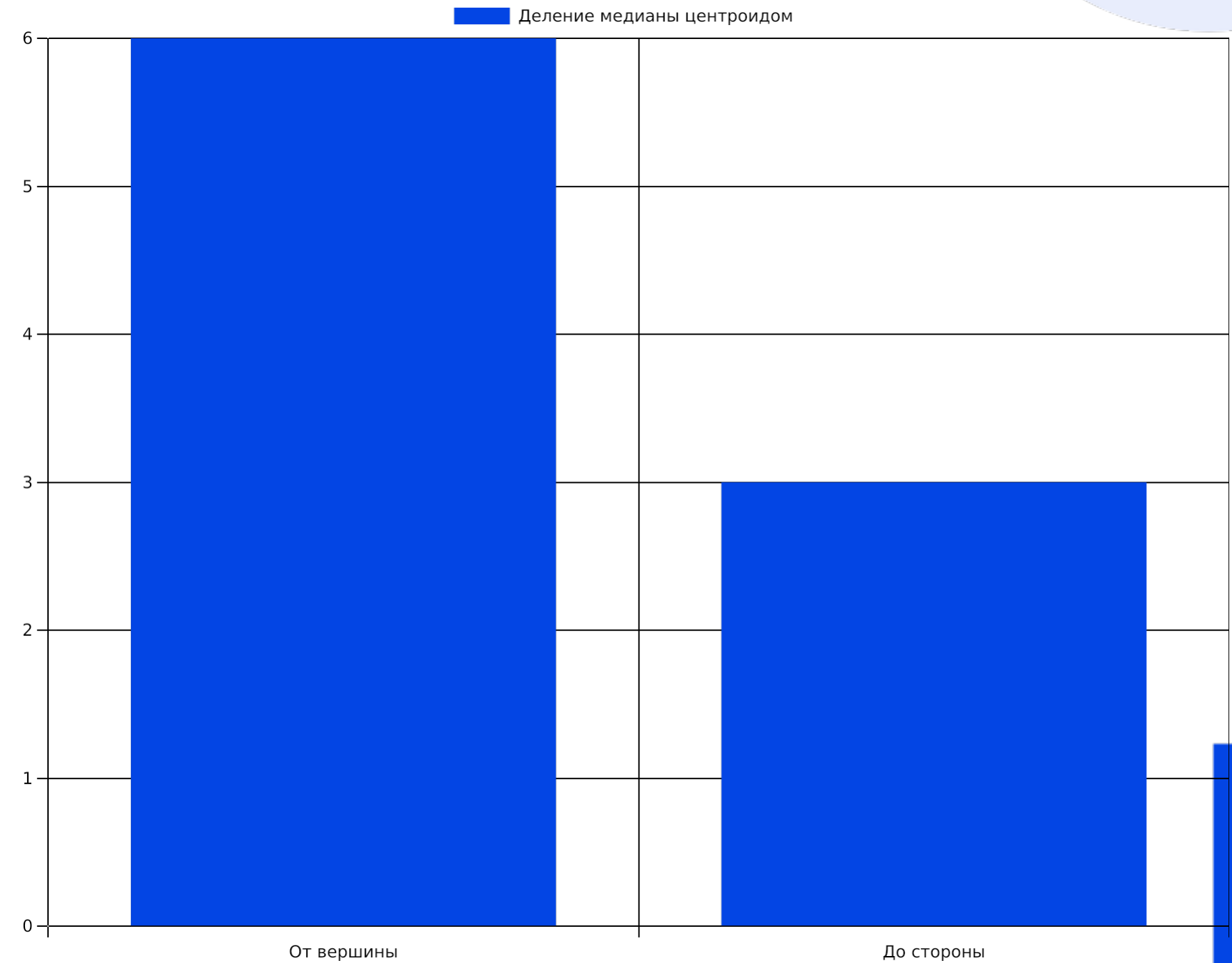
- **Точка пересечения**

Все три медианы пересекаются в одной точке. Её называют центроидом или центром тяжести треугольника, потому что она помогает понять, где фигура как будто уравновешена.

Как точка пересечения делит медиану

На примере медианы длиной 9 см удобно видеть правило деления: обе части связаны простым и постоянным отношением.

Центроид делит каждую медиану одинаково: часть от вершины вдвое длиннее части до середины стороны. Это помогает быстро находить неизвестные отрезки.



Школьный курс геометрии, 7 класс

Биссектриса треугольника

01

Деление угла

Биссектриса выходит из вершины треугольника и делит угол на две равные части. На чертеже это видно по двум одинаковым углам по обе стороны от отрезка.

02

Три биссектрисы

У каждого треугольника есть три биссектрисы. Они строятся из всех вершин и помогают изучать внутреннее устройство фигуры, особенно при задачах на углы и симметрию.

03

Центр вписанной окружности

Все биссектрисы пересекаются в одной точке. Это центр вписанной окружности, потому что он одинаково удалён от всех

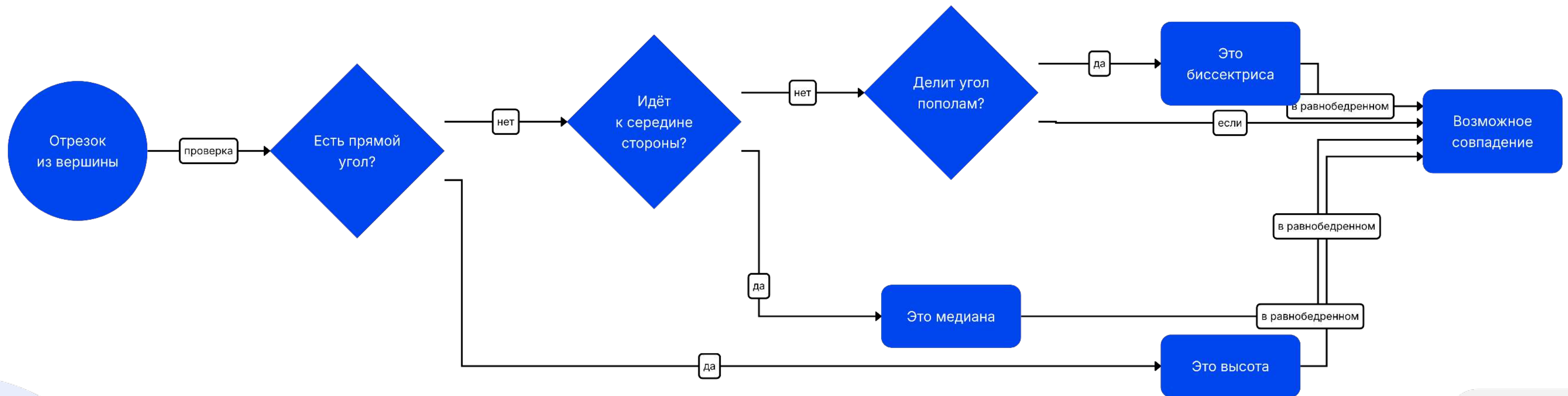
04

Практическое значение

Через центр можно провести окружность, касающуюся всех сторон треугольника. Это свойство часто используют в построениях и задачах на отношения

Определяем линию по её признакам

Алгоритм основан на трёх определениях: перпендикуляр, середина стороны или деление угла пополам.



Особые случаи в равнобедренном треугольнике

Три линии в равнобедренном треугольнике часто совпадают и дают удобную ось симметрии.

Линия	Что совпадает	Что даёт
Высота к основанию	С медианой	Два равных треугольника
Медиана к основанию	С биссектрисой	Ось симметрии
Биссектриса вершины	С высотой	Равные углы

В равнобедренном треугольнике одна линия может выполнять сразу три роли, поэтому такие задачи решаются особенно быстро.

Почему эти линии помогают в доказательствах



Общая сторона

Если в чертеже есть общий отрезок, он уже связывает два треугольника. Вместе с равными сторонами или углами это помогает применить признак равенства без лишних построений.



Прямой угол

Высота сразу даёт перпендикуляр, а значит — прямой угол. Это удобно, когда нужно сравнить прямоугольные треугольники и доказать равенство по стороне и прилежащим углам.



Деление пополам

Медиана показывает, что сторона разделена на две равные части. Такое равенство особенно полезно в задачах, где нужно сопоставить отрезки и получить две равные фигуры.



Равные углы

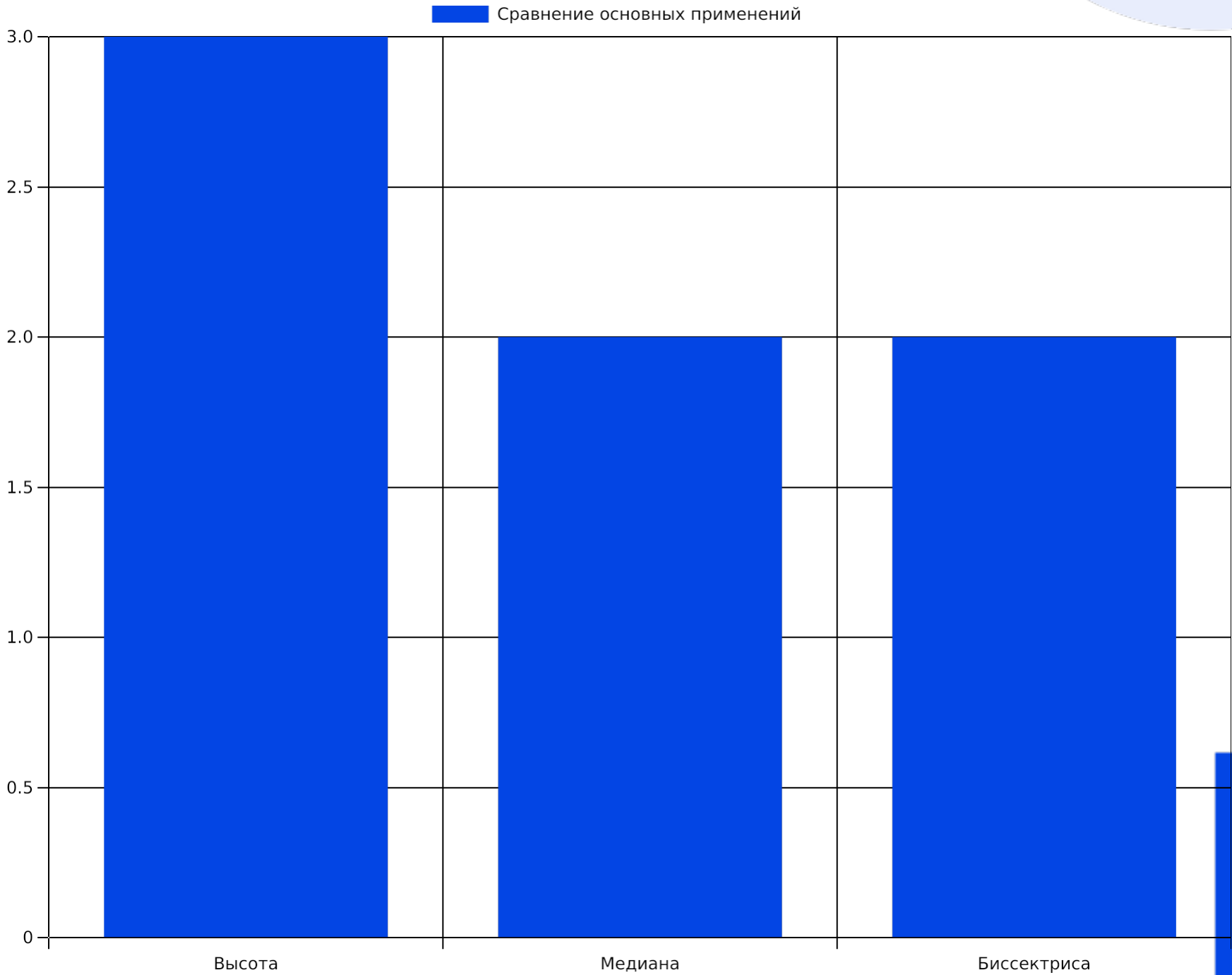
Биссектриса делит угол на две равные части и создаёт удобные угловые равенства. Это помогает связать треугольники и выбрать нужный признак равенства.



Где чаще всего используется каждая линия

На практике каждая линия встречается в своём типе задач: от площади до симметрии и отношений отрезков.

Высота чаще связана с площадью, медиана — с делением стороны, а биссектриса — с отношениями отрезков и угловыми построениями.



Обобщение по школьной геометрии 7 класса

Разбор задачи на высоту



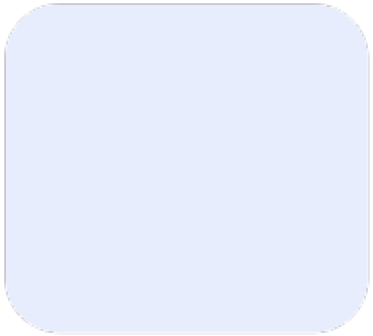
Высота в равностороннем треугольнике

Основание равно 10 см, значит высота, опущенная к нему, делит его на два отрезка по 5 см. Сразу появляются два равных прямоугольных треугольника, которые удобно сравнивать по сторонам и углам.



Что можно найти дальше

После деления основания легко переходить к площади, неизвестной стороне или углу при основании. Высота здесь работает как ключевое построение: она упрощает чертёж и делает задачу прозрачнее.



6 см

приходится на часть медианы от вершины
до точки пересечения.

Школьная геометрия, 7 класс

Если вся медиана равна 9 см, точка
пересечения делит её в отношении 2:1.
Поэтому от вершины до центроида
получается 6 см, а до середины стороны —
3 см.



Как применить теорему о биссектрисе

01

1. Найти стороны угла

Сначала отмечают две стороны, которые образуют угол при вершине. Именно их длины нужны для отношения, в котором биссектриса делит противоположную сторону.

02

2. Составить отношение

Если прилежащие стороны равны 6 см и 9 см, то деление идёт в отношении 6:9. После сокращения получаем 2:3, и это отношение переносят на части противоположной стороны.

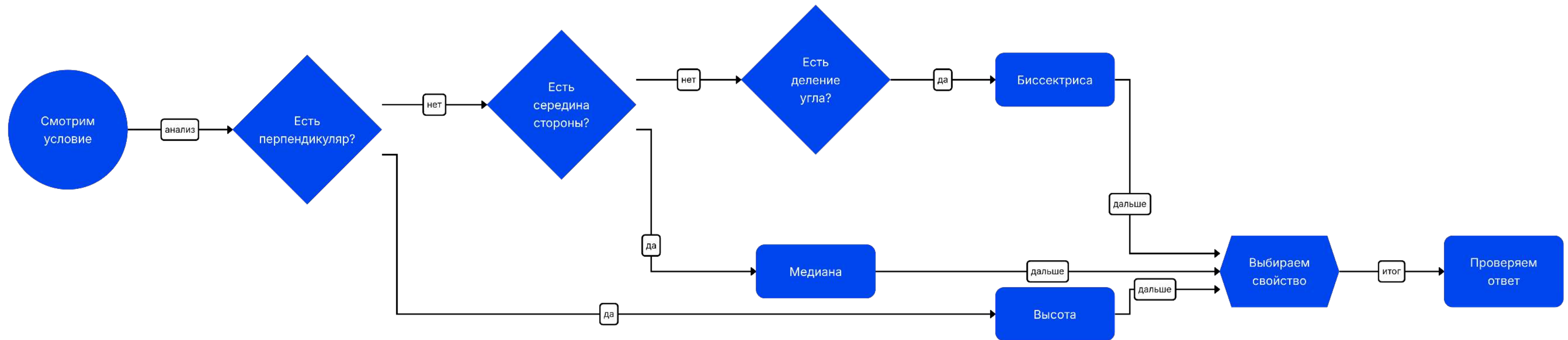
03

3. Использовать результат в задаче

Полученное отношение помогает найти неизвестные отрезки без сложных построений. Так биссектриса становится удобным инструментом для проверки чертежа и поиска длин в геометрических задачах.

Пошаговый способ решения задач

Алгоритм помогает не перепутать определение линии и выбрать подходящее свойство.



На что чаще всего ошибаются

Путают медиану и биссектрису

Медиана идёт к середине стороны, а биссектриса делит угол пополам. Если не смотреть на отметки равных частей, легко выбрать неверную линию.

Забывают про продолжение стороны

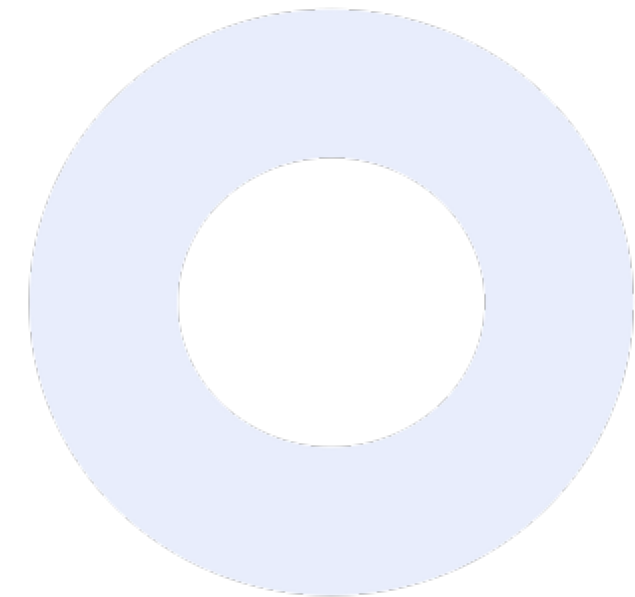
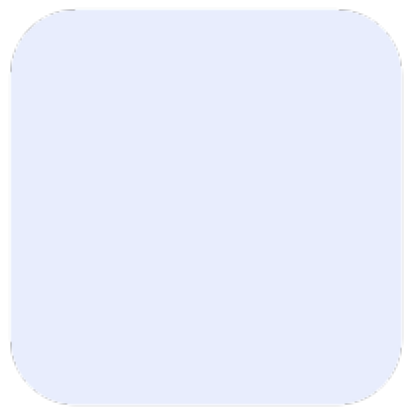
Высота не всегда падает на сам отрезок: в тупоугольном треугольнике её приходится проводить к продолжению стороны. Это важная деталь определения.

Называют высотой любой отрезок

Не каждый отрезок из вершины является высотой. Нужен именно прямой угол с основанием или его продолжением, иначе свойство не выполнено.

Применяют свойства без проверки

Перед решением нужно убедиться, что на чертеже есть середина стороны, равные углы или перпендикуляр. Только тогда можно уверенно использовать нужное правило.



Что важно запомнить

Равенство треугольников проверяют по признакам, а высота, медиана и биссектриса помогают находить нужные равенства и отношения. В равнобедренном треугольнике они особенно тесно связаны.

