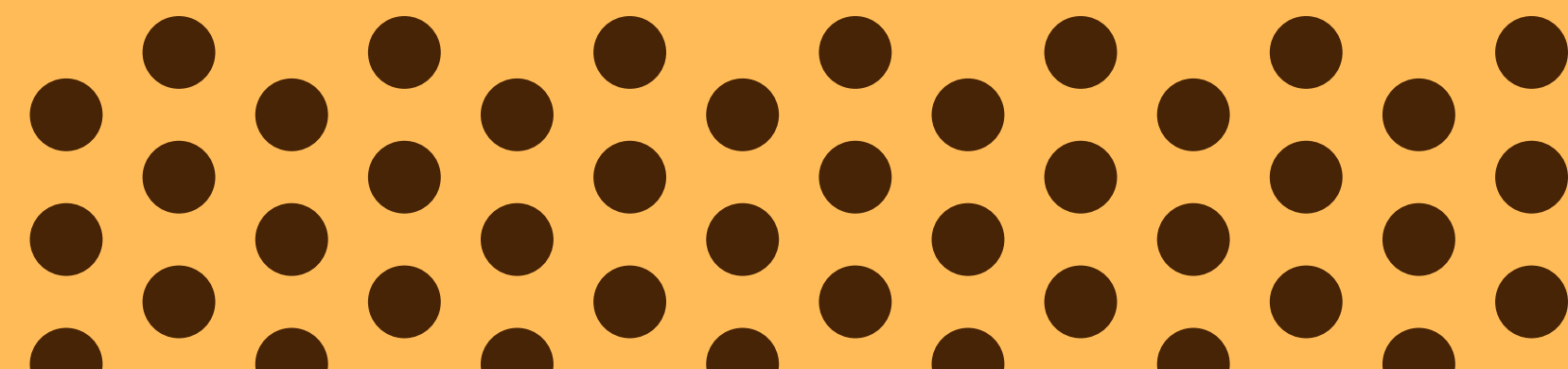




Частота и вероятность: как описывают случайные события

Как понять случайность через опыт и расчёт?



От наблюдений к математическому выводу

Случайность окружает нас в играх, погоде и спорте. На уроке мы научимся описывать её языком математики: через исходы, события, частоту и вероятность.



Случайный опыт, исход и событие



Случайный опыт

Это действие, результат которого заранее нельзя определить точно. Даже если условия одинаковые, итог может оказаться разным, поэтому опыт изучают по возможным исходам.



Исход опыта

Так называют один конкретный результат случайного опыта. У броска монеты это орёл или решка, у кубика — одно из чисел от 1 до 6.



Событие

Событие объединяет один или несколько интересующих результатов. Например, выпадение пятёрки, появление орла или выбор красного шарика — всё это отдельные события.



Примеры из жизни

В школьных задачах часто рассматривают бросок монеты, игрального кубика или выбор предмета из набора. Такие модели помогают увидеть случайность в простой и наглядной форме.

Основные термины темы

Краткие определения помогают не путать основные понятия и правильно записывать вероятность.

В простых равновозможных моделях вероятность выражают отношением числа благоприятных исходов к общему числу исходов.

Определения и обозначения из темы «Частота и вероятность» для 7 класса.

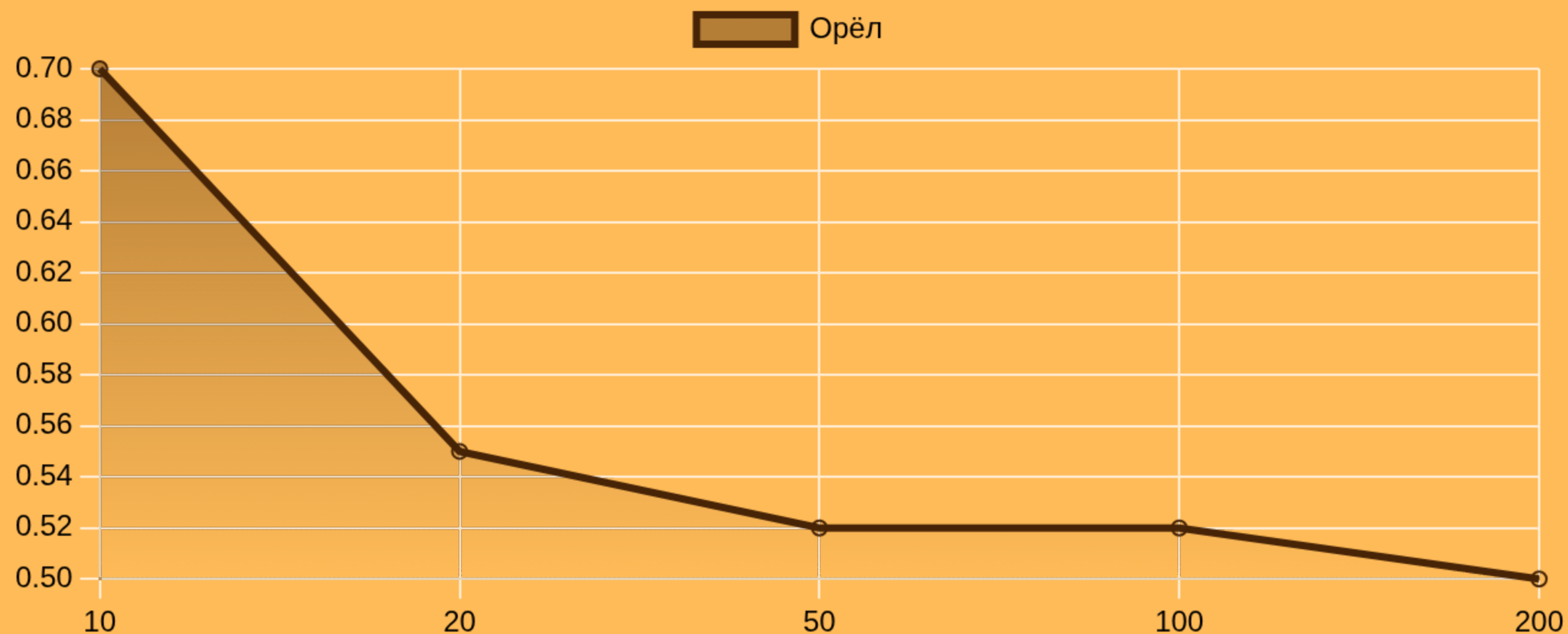
Термин	Обозначение	Смысл
Опыт	—	случайное действие
Вероятность	$P(A)$	m/n

Как меняется относительная частота при увеличении числа бросков

Чем длиннее серия испытаний, тем заметнее становится устойчивость результата. На коротких сериях отклонения сильнее, а затем значения постепенно выравниваются.

Относительная частота в больших сериях обычно приближается к теоретической вероятности 0,5.

Учебная модель серии бросков монеты: 10, 20, 50, 100 и 200 испытаний.



Монета как простая модель случайности



Два равных исхода

Честная монета удобна тем, что у неё только два исхода: орёл и решка. Оба результата считаются равновероятными, поэтому каждому соответствует вероятность $\frac{1}{2}$. На иллюстрации можно показать монету рядом с краткой записью результата бросков.



Короткая серия может удивить

Если бросить монету немного раз, числа орлов и решек легко окажутся разными. Это не ошибка, а обычное проявление случайности. Небольшая таблица рядом с изображением поможет увидеть, что краткий опыт не обязан дать идеальное равенство.



Теория и практика

Даже при одинаковых шансах отдельная серия бросков редко совпадает с теоретическим ожиданием точно. Поэтому в математике сравнивают не только правило, но и реальные результаты. Именно так монета становится наглядной моделью случайного процесса.

Как находят частоту и относительную частоту

.1

Считаем появления

Сначала определяют, сколько раз интересующее событие произошло в серии опытов. Это число и называют частотой события.

.2

Делим на общее число

Затем число появлений события делят на количество всех опытов. Так получают относительную частоту, которая показывает долю успехов в серии.

.3

Записываем в удобной форме

Если орёл выпал 18 раз из 30 бросков, относительная частота равна $18/30 = 0,6$. Это же значение можно записать как 60%.

Пример серии бросков монеты

Таблица показывает, как меняется доля орлов при разном числе бросков.

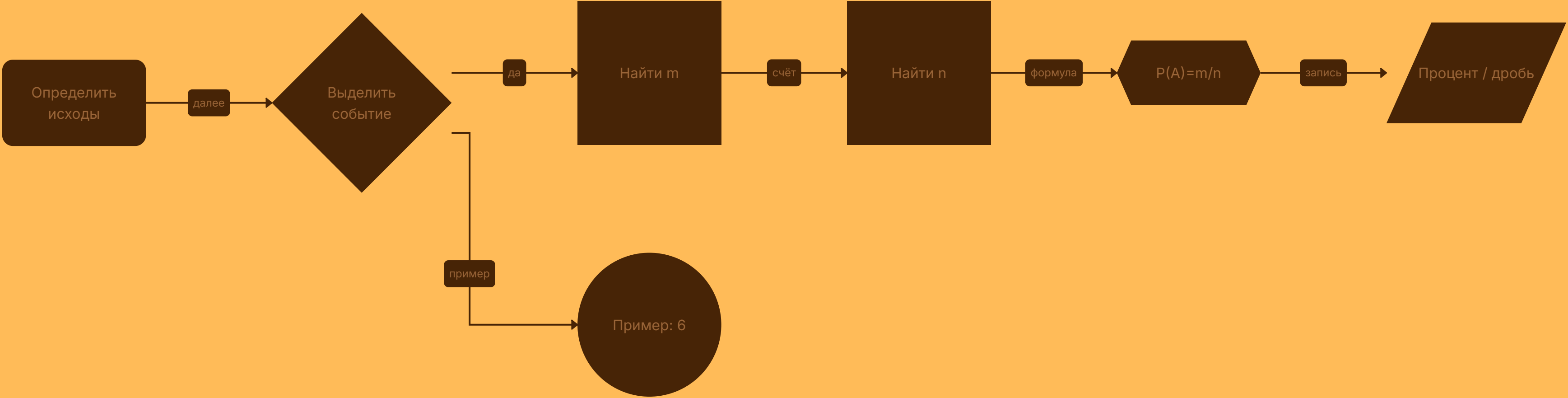
При увеличении числа испытаний относительная частота становится устойчивее и ближе к 0,5.

Учебный пример серии бросков монеты.

Бросков	Орлов	Отн. частота
10	7	0,7
20	11	0,55
50	26	0,52
100	52	0,52

Алгоритм нахождения вероятности в простой задаче

Последовательность шагов для задач с равновозможными исходами.



1/2

**такова вероятность выпадения
чётного числа на честном кубике**

Когда все исходы
равновозможны, вероятность
удобно находить по формуле
 $P(A)=m/n$. На примере кубика
это помогает быстро получать
точный ответ без длинных
вычислений.

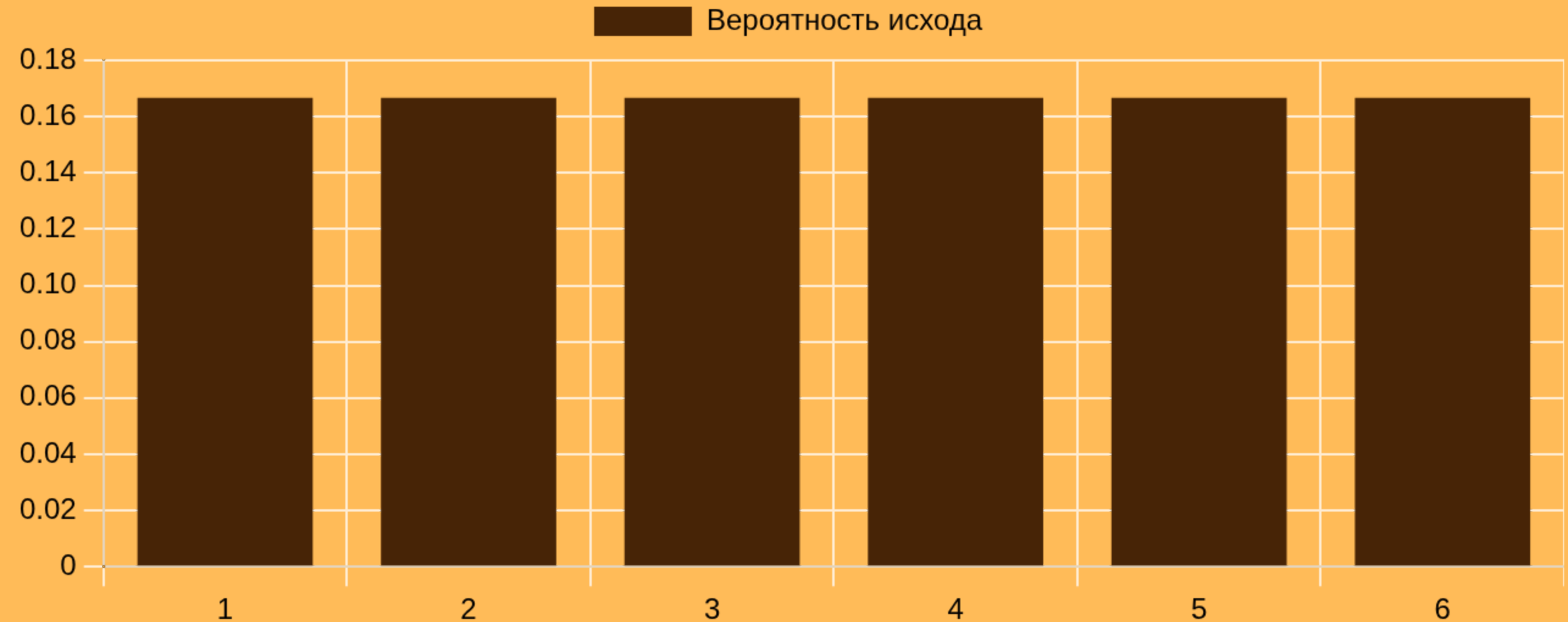
Учебный пример для темы «Частота
и вероятность»: честный игральный кубик.

Вероятности исходов на игральном кубике

Для честного кубика каждый исход равноверен. Событие «чётное число» объединяет три исхода: 2, 4 и 6.

Все шесть исходов имеют одинаковую вероятность $1/6$, а для чётного числа получаем $3/6 = 1/2$.

Теоретическая модель равновозможных исходов; курс алгебры 7 класса.



.1

Нижняя граница

Вероятность не может быть отрицательной. Если в ответе получилось число меньше 0, значит в подсчёте исходов или в записи дроби допущена ошибка.

.2

Верхняя граница

Наибольшее значение вероятности — 1. Оно означает достоверное событие, которое обязательно произойдёт, если опыт проводится в заданных условиях.

.3

Проверка суммы

Если перечислены все возможные исходы, их вероятности в сумме дают 1. Это удобно использовать как быстрый контроль правильности вычислений.

.4

Особые случаи

Невозможное событие имеет вероятность 0, а событие с вероятностью 1 называют достоверным. Эти границы помогают сразу оценить разумность ответа.

Границы вероятности и проверка ответа

Где используются частота и вероятность в жизни



Погода

Прогноз дождя, снега или ветра часто выражают в процентах. Это помогает понять, насколько вероятно событие в ближайшие часы или сутки.

Спорт

Статистика матчей показывает, как часто команда побеждала раньше. По этой частоте делают осторожные выводы о шансах в следующей игре.

Медицина

В исследованиях используют вероятность успеха лечения, а в опросах — долю ответов. Так данные становятся понятнее и удобнее для сравнения.

Игры и анкеты

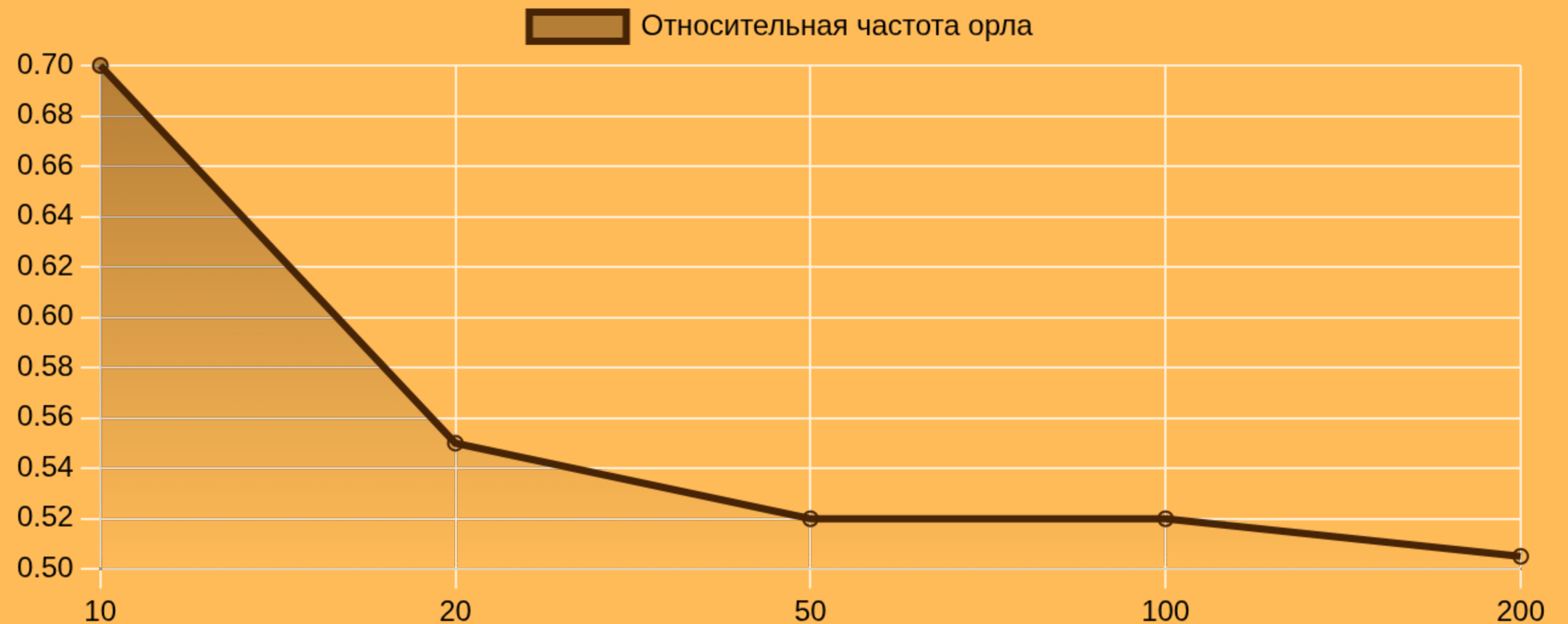
При бросках, жеребьёвке и анкетировании вероятность и частота показывают, насколько равномерно распределяются результаты и как часто выбирают один вариант.

Относительная частота в длинной серии опытов

Чем длиннее серия, тем заметнее сглаживаются случайные колебания результатов. Это видно уже при сравнении коротких и более длительных серий бросков.

По мере роста числа испытаний относительная частота всё ближе подходит к 0,5 и становится более устойчивой оценкой вероятности.

Учебная модель серии бросков монеты; иллюстративные расчёты по курсу алгебры 7 класса.



Простейшие задачи на нахождение вероятности

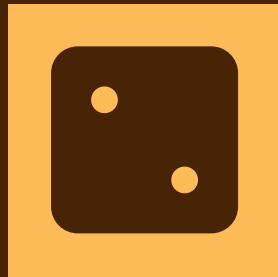
В таблице показано, как находят число благоприятных исходов, общее число исходов и вероятность в простых ситуациях.

Во всех примерах вероятность получается как отношение числа благоприятных исходов к общему числу равновозможных исходов.

Теоретические модели для задач 7 класса.

Задача	m/n	P
2 из 5	2/5	0,4
>4 на кубике	2/6	1/3
3 из 20	3/20	0,15

Независимые и зависимые события



Независимые опыты

Два отдельных броска монеты или кубика не влияют друг на друга. Результат первого опыта не меняет шансы второго, поэтому вероятности рассматривают отдельно.



Связанные результаты

Если событие в одном опыте не меняет условия следующего, говорят о независимости. Это удобно при повторных бросках, когда состав набора остаётся тем же.

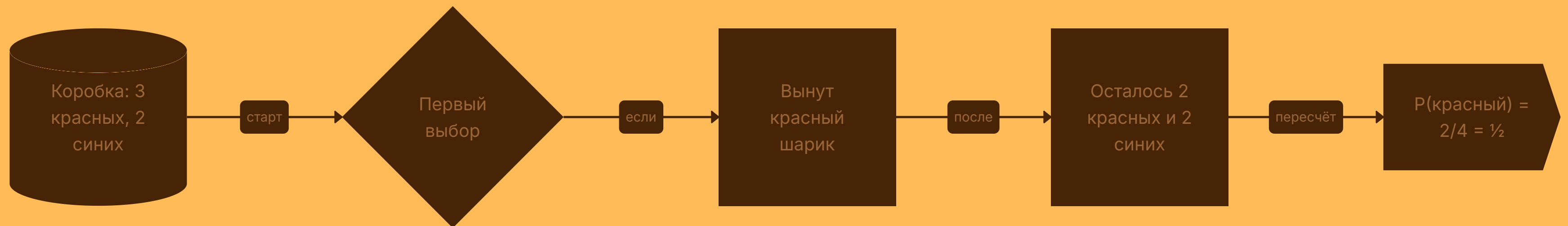


Выбор без возвращения

Когда шарик или карточка не возвращается в набор, состав меняется. Тогда вероятность следующего события зависит от предыдущего результата и требует нового подсчёта.

Выбор без возвращения: как меняется вероятность

Пример с коробкой, в которой сначала 3 красных и 2 синих шарика.



Типичные ошибки в задачах на вероятность

.1

Путают понятия

Частоту иногда принимают за вероятность, хотя частота показывает результат уже проведённых опытов, а вероятность описывает событие заранее. Это разные, хотя и связанные, величины.

.2

Считают не все исходы

Ошибка возникает, когда в знаменателе забывают часть равновозможных исходов или, наоборот, включают лишние варианты. Тогда дробь перестаёт отражать реальную ситуацию.

.3

Пропускают благоприятные исходы

Если событие состоит из нескольких результатов, нужно учесть каждый из них. Например, при чётном числе на кубике благоприятны 2, 4 и 6.

.4

Не проверяют ответ

Полезно сверять результат с границами от 0 до 1 и с суммой вероятностей. Если получилось больше 1, значит в вычислениях есть ошибка.

Модельные опыты и реальные данные



Монета как учебная модель

Один из самых удобных способов начать изучение вероятности — бросать монету и записывать результаты в таблицу. Такой опыт прост, нагляден и позволяет увидеть, как работает относительная частота. На маленьком числе бросков результаты могут заметно отличаться, но сама идея становится понятной сразу.



Кубик и набор шариков

Игральный кубик и коробка с разноцветными шариками помогают моделировать равновероятные и неравновероятные ситуации. По таблице наблюдений легко сравнить теоретическую вероятность и результат серии опытов. Для наглядности рядом можно показать компьютер, где данные быстро подсчитываются и оформляются.



Почему данные не совпадают точно

Экспериментальная относительная частота редко совпадает с теоретической вероятностью в одной короткой серии. Это нормально: случайные колебания неизбежны. Когда число испытаний растёт, таблица наблюдений становится устойчивее, а значение частоты обычно ближе к ожидаемому.

Частота показывает прошлое, вероятность — ВОЗМОЖНЫЙ результат

Частота описывает уже проведённые опыты, а вероятность помогает заранее оценить шанс события. Чем длиннее серия испытаний, тем надёжнее становится относительная частота и тем полезнее она для выводов.