

# Поворот. Геометрические преобразования



Поворот перемещает каждую точку вокруг центра на угол и направление, сохраняя размеры и взаимные положения.

# Почему эту тему проходят в 9 классе

Геометрические преобразования помогают изучать равные фигуры, симметрию и построения. Поворот встречается в часах, колёсах, механизмах, орнаментах и чертежах. Он тесно связан с переносом и разными видами симметрии.



# Определение поворота относительно точки



Поворот относительно точки  $O$  переводит точку  $A$  в точку  $A'$  так, что расстояние от центра сохраняется:  $OA = OA'$ . Это задаёт, где окажется образ точки после вращения.



Отрезок  $AA'$  вместе с точкой  $O$  определяет угол поворота  $\angle AOA'$ . Угол показывает, насколько «повернулась» прямая к исходной точке, если смотреть из центра.



После поворота все точки фигуры движутся по окружностям с центром  $O$ . Поскольку сохраняются расстояния между точками и величины углов, фигуры и образы равны.

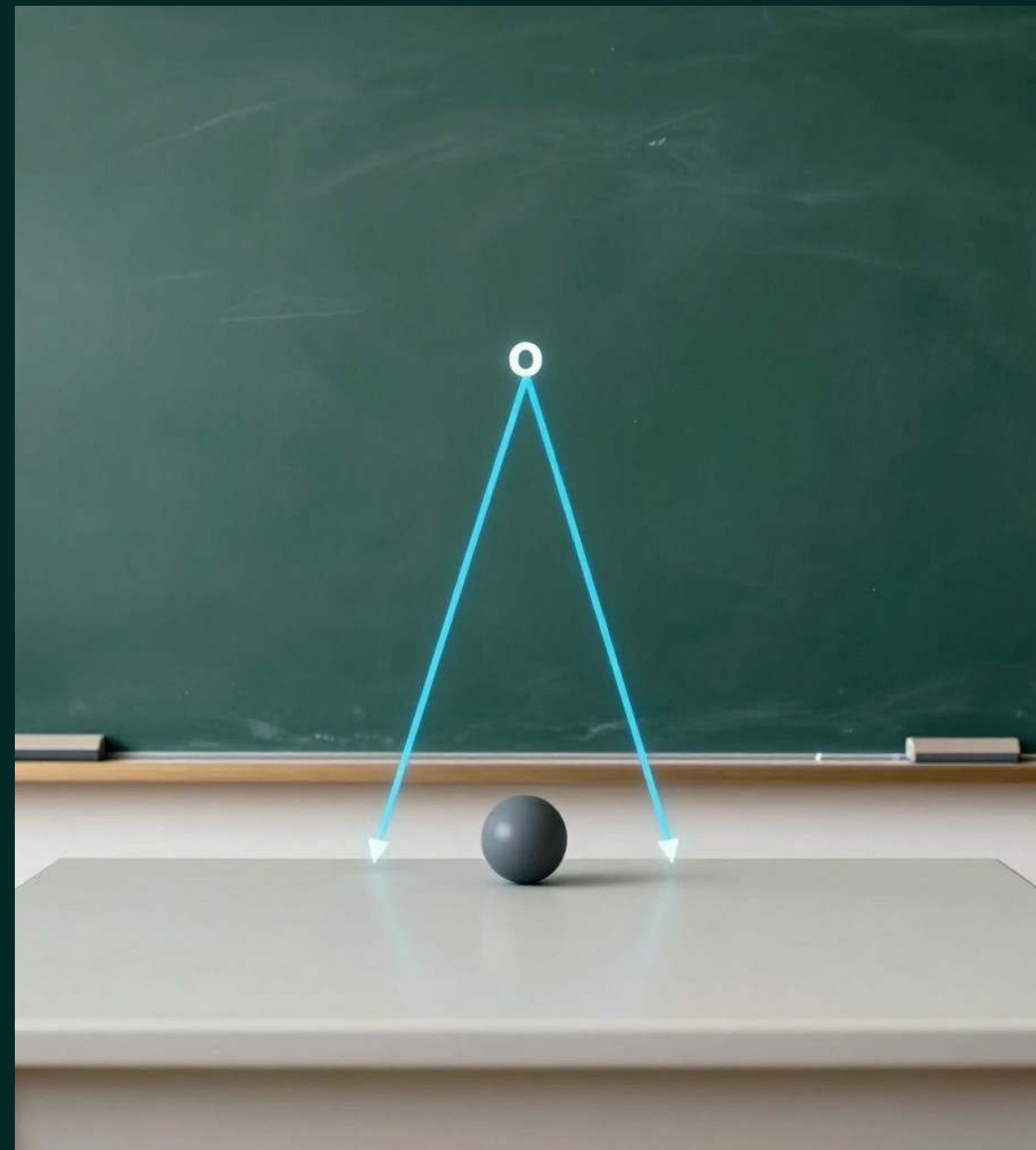
# Центр, угол и направление поворота

## Центр и угол поворота

Центр поворота — неподвижная точка  $O$ , вокруг которой выполняется вращение. Угол поворота задаётся в градусах и может быть, например,  $90^\circ$ ,  $180^\circ$  или  $270^\circ$ , а также любым другим значением.

## Направление вращения и элементы схемы

Направление задают по часовой стрелке или против часовой стрелки. На рисунке обычно отмечают луч  $OA$ , луч  $OA'$ , дугу поворота и равенство  $OA = OA'$ , чтобы было ясно, как именно повернули точку.



# Основные углы поворота и их смысл



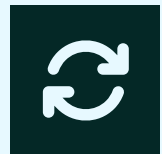
При  $360^\circ$  никакого «поворота» по положению нет: образ совпадает с исходной фигурой.



По значениям видно, что четверть, половина и три четверти оборота — типовые случаи для построений на клетчатой и координатной сетке.

Собственные учебные материалы; стандартные определения углов поворота (без внешних источников).

# Свойства поворота как движения



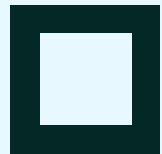
## Сохраняет длины

Поворот сохраняет расстояния между точками, поэтому отрезки не «растягиваются» и не «сжимаются». Это означает, что по размеру образ остаётся тем же.



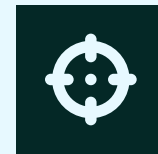
## Сохраняет углы

Величины углов после поворота не меняются. Против угла не возникает «искажения», поэтому фигура сохраняет свою форму.



## Сохраняет площадь

Так как фигура не меняет размеры, её площадь остаётся прежней. Положение на плоскости меняется, но итоговая площадь остаётся той же.

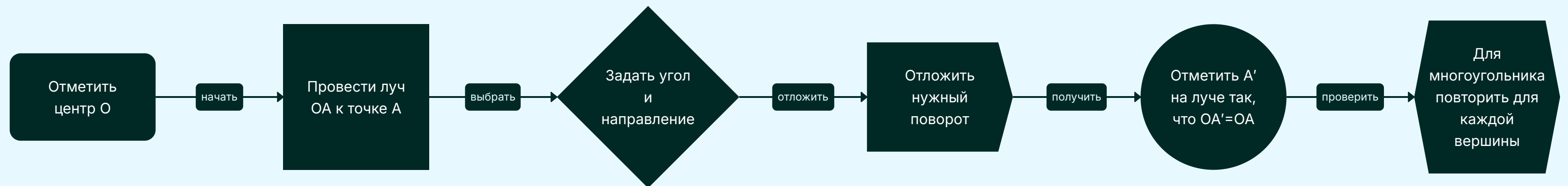


## Меняет только положение

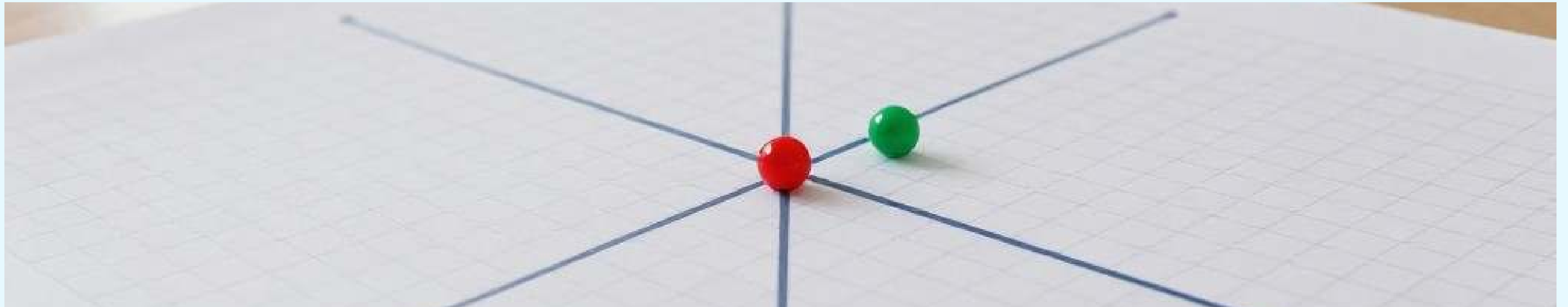
Поворот изменяет ориентацию и место фигуры, но не её размеры. Прямая остаётся прямой, окружность — окружностью того же радиуса.

# Построение образа точки при повороте

Последовательность шагов для построения  $A'$  по заданному центру  $O$ , углу и направлению вращения



# Поворот на $90^\circ$ на координатной плоскости



## $90^\circ$ против часовой стрелки

Если точку повернуть вокруг начала координат на  $90^\circ$  против часовой стрелки, координаты меняются по правилу  $(x; y) \rightarrow (-y; x)$ . Это удобно, потому что не нужно измерять угол транспортиром.

## $90^\circ$ по часовой стрелке

При повороте на  $90^\circ$  по часовой стрелке правило такое:  $(x; y) \rightarrow (y; -x)$ . На клетчатой бумаге можно быстро проверить ответ по перемещению между «квадратиками».

# Частые повороты и координатные правила

Координатные правила позволяют сразу записывать образ точки после поворота без лишних построений.

Замечательно то, что для типовых углов достаточно подставить знаки и «поменять местами» координаты, сохраняя точность.

| Угол | Направление | Правило                       |
|------|-------------|-------------------------------|
| 90°  | против ч.   | $(x; y) \rightarrow (-y; x)$  |
| 90°  | по ч.       | $(x; y) \rightarrow (y; -x)$  |
| 180° |             | $(x; y) \rightarrow (-x; -y)$ |
| 270° | против ч.   | $(x; y) \rightarrow (y; -x)$  |
| 270° | по ч.       | $(x; y) \rightarrow (-y; x)$  |
| 360° |             | (координаты без изменений)    |

Стандартные школьные правила преобразования координат при повороте.

# 180°

При повороте на 180° точка оказывается симметричной относительно центра, то есть центр становится серединой отрезка между точкой и её образом.

Поворот на 180° совпадает с центральной симметрией: точка  $O$  — середина  $AA'$ , а правило для координат имеет простой вид  $(x; y) \rightarrow (-x; -y)$ .

Учебные материалы по геометрическим  
преобразованиям (школьный курс).

# Поворот многоугольников и равные фигуры

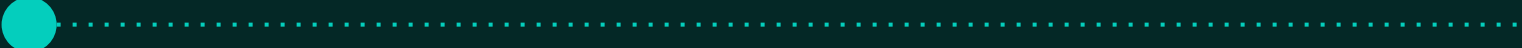
При повороте треугольника, четырёхугольника или правильного многоугольника каждая вершина смещается по окружности с центром вращения. Расстояние от центра до каждой вершины остаётся тем же.

Сохраняются не только длины сторон, но и величины углов: поворот не «растягивает» и не «сжимает» фигуру. Поэтому образ многоугольника получается равным исходной фигуре.

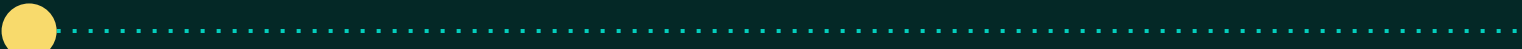
Если после поворота на некоторый угол многоугольник снова совпадает с собой, говорят о поворотной симметрии. Тогда можно выбрать такой угол, при котором фигура выглядит одинаково.

Наиболее известные примеры поворотной симметрии – квадрат ( $90^\circ$ ,  $180^\circ$ ,  $270^\circ$ ), равносторонний треугольник ( $120^\circ$ ,  $240^\circ$ ) и правильный шестиугольник ( $60^\circ$ ,  $120^\circ$ ,  $180^\circ$ ,  $240^\circ$ ,  $300^\circ$ ).

# Фигуры с поворотной симметрией



Один и тот же угол может быть подходящим для разных фигур, но набор углов строго зависит от числа «равных» положений фигуры.



По диаграмме видно: чем больше «повторяющихся» ориентиров у фигуры (например, граней у шестиугольника), тем больше возможных углов поворота.

Учебные формулировки по теме «Поворотная симметрия» (сводка углов из условия, без внешних данных), 2026-05-14

# Поворот в окружающем мире и технике



## Стрелки часов

Движение стрелок — наглядный пример вращения вокруг общего центра. Положение меняется, но размер и форма самой детали сохраняются, а движение повторяется снова и снова по кругу.



## Велосипедные колёса

Колесо катится не строго «плашмя», но его элементы вращаются вокруг оси. Каждый радиус задаёт неизменное расстояние до центра, поэтому поворот сохраняет геометрию деталей.



## Лопasti вентилятора

Лопasti при включении описывают окружности вокруг оси. Это удобно понимать как поворот: меняется ориентация лопастей, но их длина и форма остаются теми же.



## Шестерёнки и механизмы

В зубчатых передачах вращение передаётся от одной детали к другой. Каждая шестерёнка поворачивается вокруг собственного центра, сохраняя размеры и образ, пока работает механизм.



## Орнаменты и логотипы

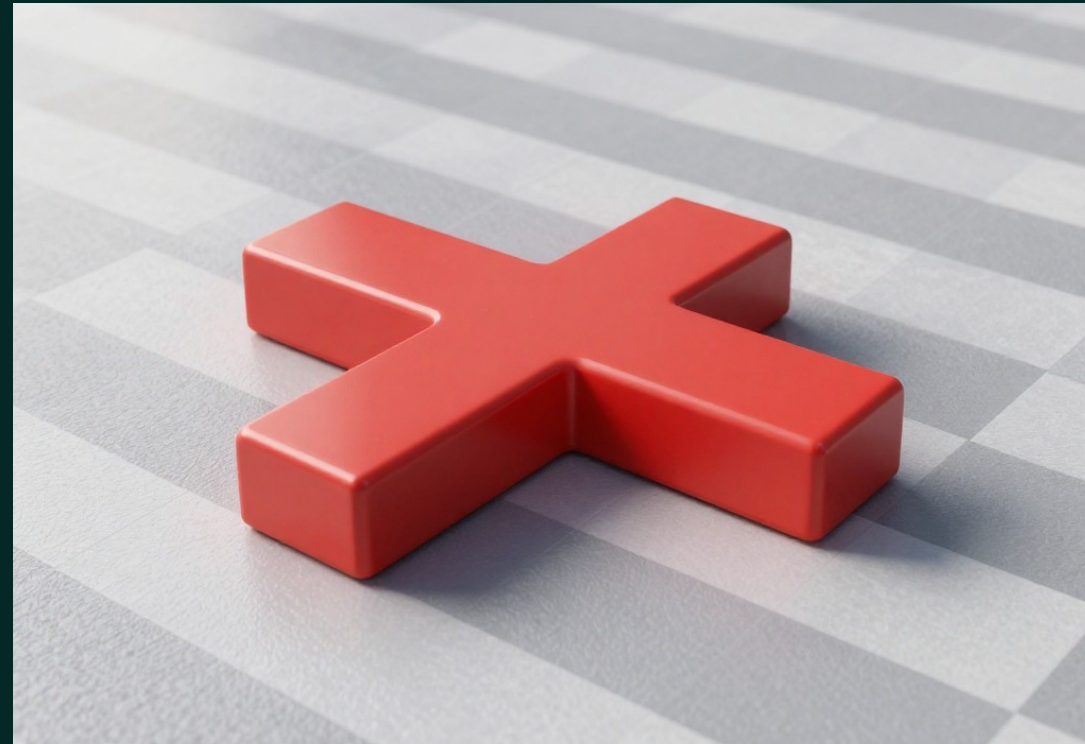
Во многих узорах один мотив повторяется после поворота. Благодаря этому композиция выглядит упорядоченной: после поворота на нужный угол элементы совпадают по форме и взаимному расположению.

# Как отличить поворот от переноса и осевой симметрии



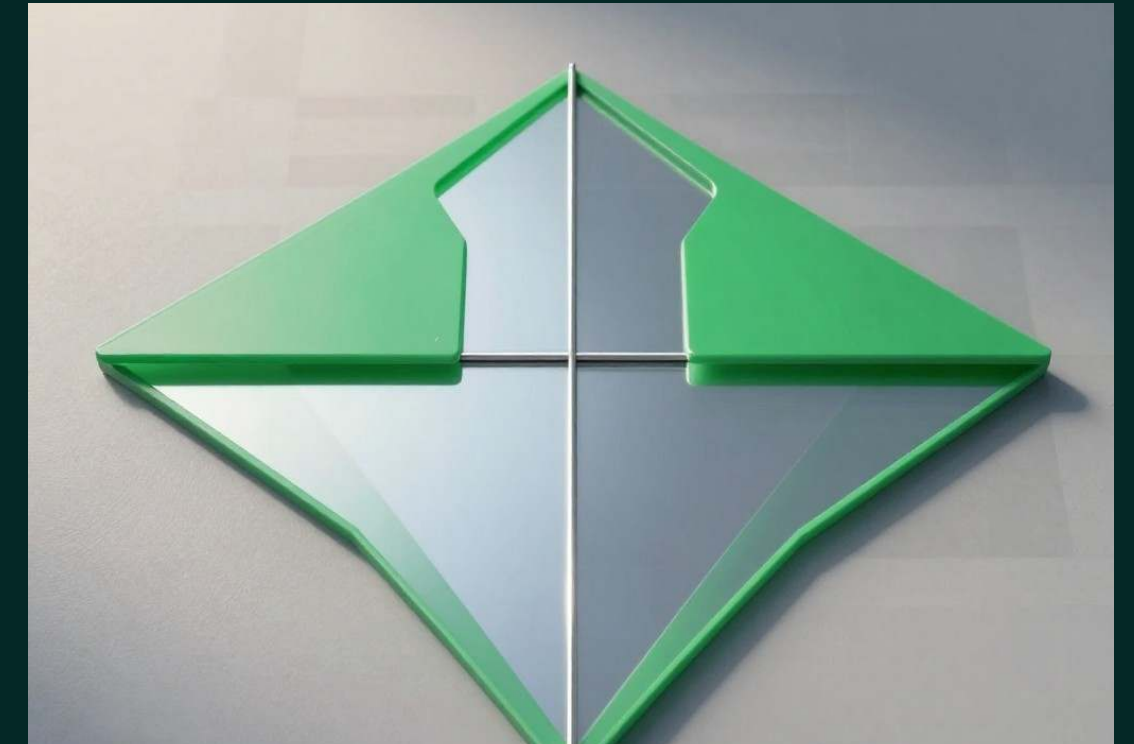
**Поворот:** меняется ориентация, но сохраняются размеры

Представьте фигурку на клетчатой бумаге: вы вращаете её вокруг точки. Она оказывается в новом месте и «поворачивается» как целое. При этом длины отрезков и величины углов сохраняются, а образ оказывается равным исходной фигуре.



**Перенос:** сдвиг без поворота

При переносе все точки фигуры сдвигаются одинаково: каждая «улетает» на одно и то же расстояние в одном направлении. Фигура остаётся повернутой так же, как была, то есть ориентация не меняется. Поэтому её внешний вид относительно осей сохраняется.

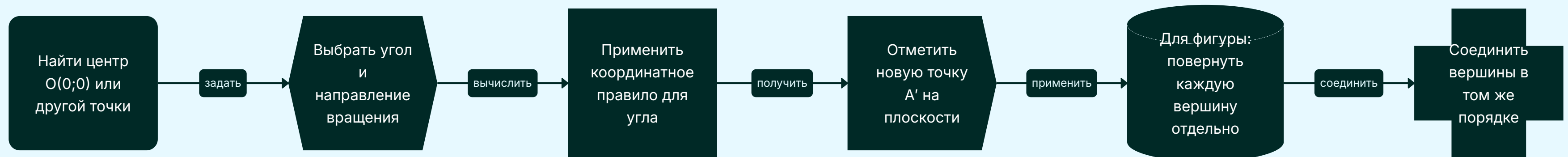


**Осевая симметрия:** отражение относительно прямой

Осевая симметрия похожа на «зеркало». Фигура отражается относительно прямой: соответствующие точки оказываются по разные стороны от оси. Расстояния до прямой равны, а ориентация меняется на противоположную, но сохраняется форма.

# Поворот точки на координатной плоскости

Алгоритм построения образа: центр → угол и направление → правило координат → отметка точки



# Координатные правила для основных поворотов

| Угол        | Направление                  | Преобразование координат                                                                           |
|-------------|------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 90°         | против часовой               | $(x; y) \rightarrow (-y; x)$                                                                       |
| 90°         | по часовой                   | $(x; y) \rightarrow (y; -x)$                                                                       |
| 180°        | —                            | $(x; y) \rightarrow (-x; -y)$                                                                      |
| 270° и 360° | 270° против/по часовой; 360° | 270°: $(x; y) \rightarrow (y; -x)$ или $(x; y) \rightarrow (-y; x)$ ; 360°: координаты не меняются |

Таблица показывает, как меняются координаты точки  $(x; y)$  при поворотах на 90°, 180°, 270° и 360°. Знаки определяются направлением вращения.

Правила компактны: для поворотов на 90° меняются местами координаты и появляются знаки «минус»; при 180° обе координаты меняют знак; при 360° точка не меняется.

Свод правил из школьного курса геометрии (как в условии),  
2026-05-14

# Типичные ошибки при выполнении поворота

01

Самая частая ошибка — перепутать направление вращения: при замене «по часовой» на «против часовой» меняются знаки в координатах и поворот приводит к другой точке.

02

Нередко неправильно выбирают центр поворота или забывают, что все точки должны сохранять расстояние до него. Тогда равенство  $OA = OA'$  выполняется не для всех вершин, и фигура получается неверной.

03

Ошибки возникают и при чтении координат: пропускают минусы, путают порядок  $(x; y)$ , а также смешивают повороты на  $90^\circ$  и  $270^\circ$ . Проверяйте по расстояниям до центра и соответствию углу.

# Где поворот встречается в жизни школьника



В каждом примере важно, что вращение происходит вокруг центра (оси или точки), а форма деталей не меняется — меняется только их положение.



Сравнение показывает: поворот встречается и в быту, и в технике. Общий признак один — регулярное вращательное движение вокруг неподвижной точки или оси.

Набор примеров по условию (без статистических данных), 2026-05-14

# Практическое значение темы для 9 класса

Поворот помогает решать задачи на построение и находить образы точек на координатной плоскости. Когда правила уже известны, рисунок получается аккуратнее, а вычисления – быстрее и точнее.

Тема тесно связана с координатами: вы научитесь применять правила перехода  $(x; y)$  и видеть, как меняются знаки при разных углах. Это пригодится при анализе геометрических задач в дальнейшем.

Знание поворота развивает умение различать виды симметрии и доказывать равенство фигур. Условие «сохраняются длины и углы» становится опорой для рассуждений, а не просто формулой.

Геометрические преобразования – фундамент для более сложных тем. Понимание поворота помогает переносить идеи на другие преобразования плоскости и уверенно читать геометрические схемы.

# Итоги темы «Поворот. Геометрические преобразования»

Поворот — это преобразование плоскости вокруг центра на заданный угол и в заданном направлении. Он сохраняет длины, углы и площадь, поэтому фигуры равны. В школьном курсе особенно важны  $90^\circ$ ,  $180^\circ$ ,  $270^\circ$  и  $360^\circ$ .