

График функции $y = ax^2$

Парабола показывает, как число a меняет форму графика.



Квадратичная функция в 9 классе

График $y = ax^2$ помогает увидеть нелинейную зависимость и понять, как растут значения при увеличении x . Это важная основа для квадратных уравнений, неравенств и изучения параболических графиков в алгебре 9 класса.



Что задаёт формула $y = ax^2$

Переменные

В формуле x — независимая переменная, y — зависимая.
Коэффициент a не задаёт точку, а определяет, каким получится весь график функции.

Влияние квадрата

Так как x возводится в квадрат, значения x и $-x$ дают одинаковый результат. Поэтому график ведёт себя одинаково слева и справа от оси симметрии.

Начало координат

При $x = 0$ получаем $y = 0$ при любом значении a . Значит, график обязательно проходит через точку $(0; 0)$, которая служит опорной при построении.

Параболическая форма

Именно наличие квадрата делает график параболой. Его форма зависит от коэффициента a , но общая структура остаётся узнаваемой для всех таких функций.



Симметрия параболы относительно оси Oy



Зеркальные части

График $y = ax^2$ симметричен относительно оси Oy . Если слева отметить точку, справа обязательно найдётся такая же по высоте точка на таком же расстоянии.

Парные значения

Для построения удобно брать пары точек с одинаковыми значениями y : $(1; a)$ и $(-1; a)$, $(2; 4a)$ и $(-2; 4a)$.

Ось симметрии

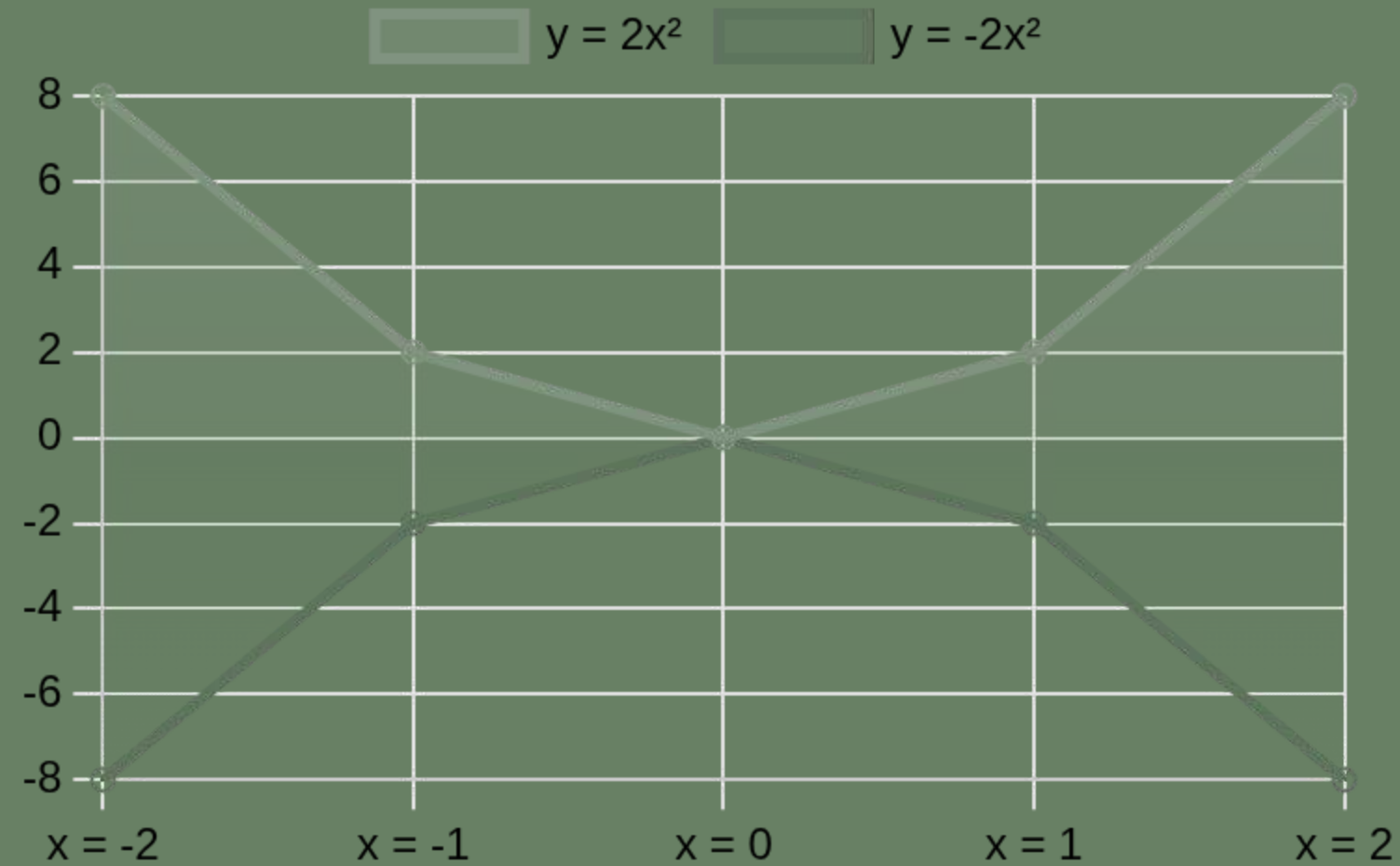
Ось Oy делит параболу на две равные части. Это помогает быстро проверять правильность построения и не путать левую и правую ветви.

Практический приём

Сначала строят точки с положительными x , затем добавляют зеркальные точки с отрицательными x . Так график получается аккуратным и легко проверяется по симметрии.



Как знак коэффициента a меняет направление ветвей



Учебный пример на основе формул $y = 2x^2$ и $y = -2x^2$

Обе параболы одинаково узкие, но одна открывается вверх, а другая — вниз.

Знак a определяет направление ветвей, а модуль 2 сохраняет одинаковую крутизну графиков.

Как модуль а влияет на ширину параболы

Таблица показывает, как значение а меняет направление ветвей и ширину графика.

Чем больше |а|, тем уже парабола; знак а только меняет направление ветвей.

а	Ветви	Ширина
1	вверх	обычная
2	вверх	уже
0,5	вверх	шире
−3	вниз	ещё уже

Свойства функции $y = ax^2$

Точки, по которым удобно строить график

1. Начальная точка

Сначала отмечают точку $(0; 0)$, потому что она всегда принадлежит графику $y = ax^2$. Она помогает задать положение параболы на координатной плоскости.

2. Близкие значения

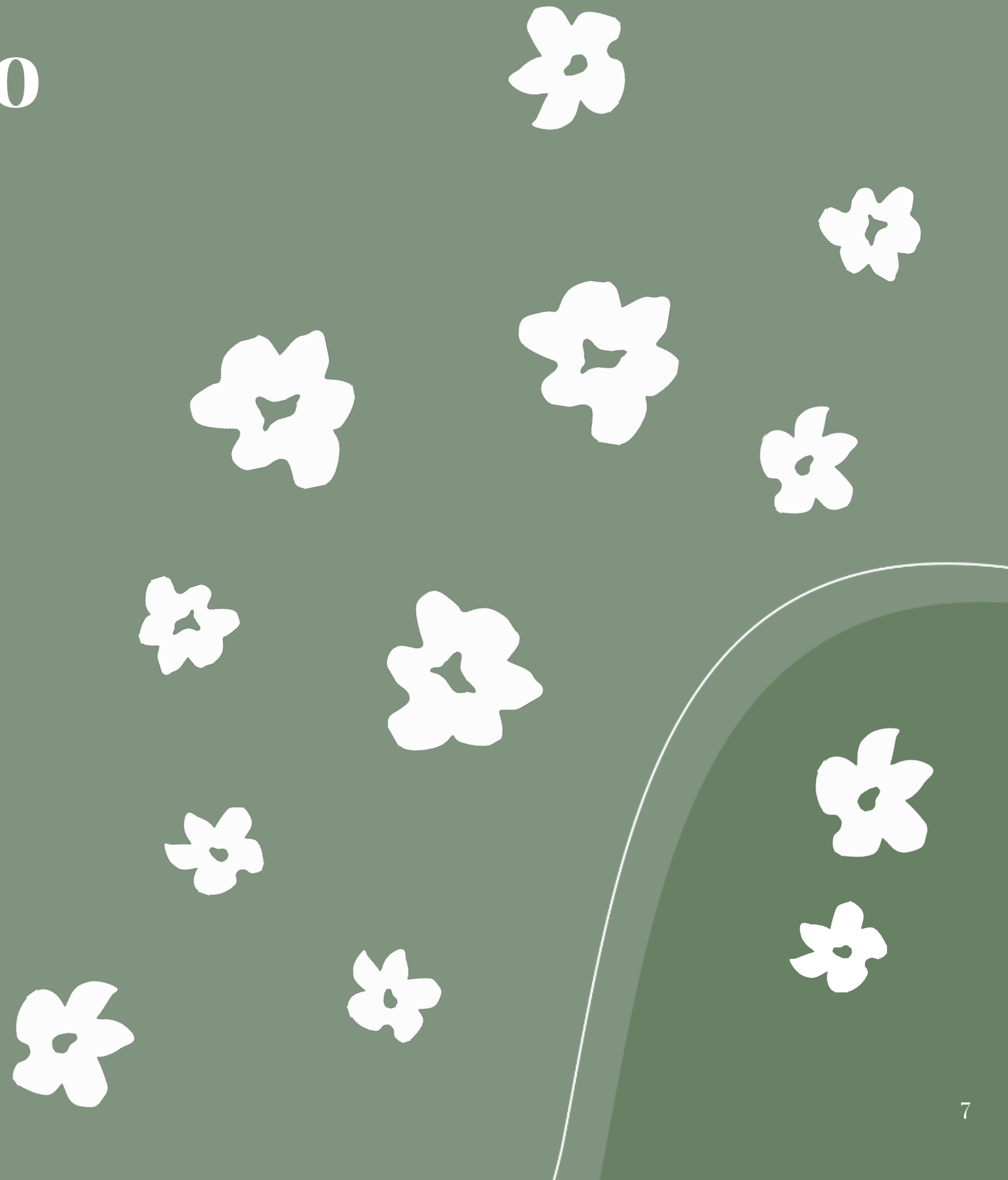
Затем берут $x = 1$ и $x = -1$. При $a = 1$ получаются точки $(1; 1)$ и $(-1; 1)$, которые показывают симметрию графика.

3. Дальние точки

После этого удобно вычислить значения для $x = 2$ и $x = -2$, затем для $x = 3$ и $x = -3$. Так форма параболы становится заметнее.

4. Проверка вида

По точкам легко увидеть, как быстро растут значения функции. Чем дальше точка от нуля, тем выше или ниже она располагается на параболе.



Как построить график $y = ax^2$

Последовательность действий при построении по коэффициенту a

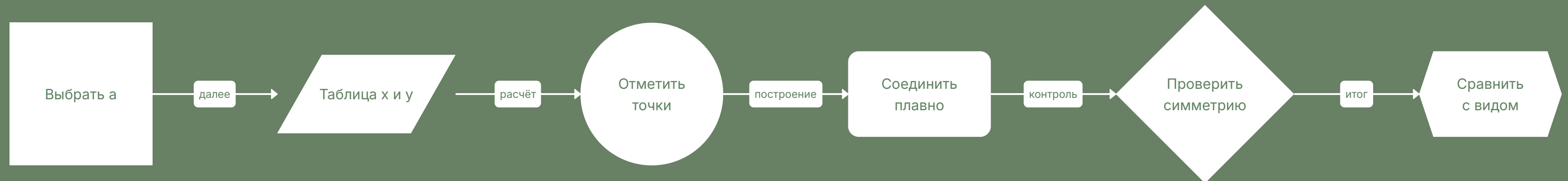


Таблица значений для функции $y = x^2$

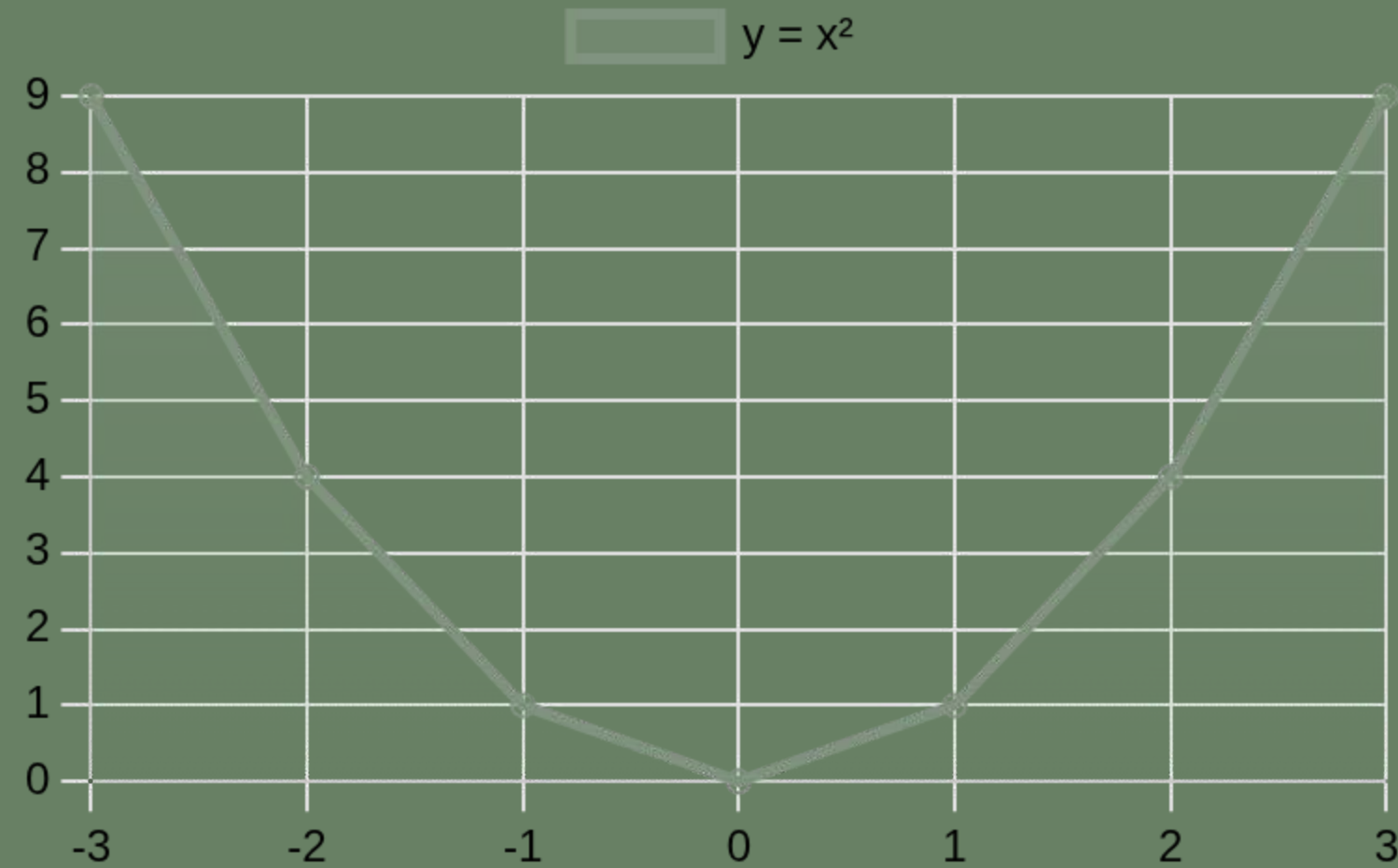


Таблица значений функции $y = x^2$

Эта последовательность значений удобна для построения точного графика на координатной плоскости.

При равных по модулю x значения y совпадают, а рост становится заметно быстрее по мере удаления от нуля.

Где встречается парабола В ЖИЗНИ

Движение тела

Траектория брошенного мяча часто напоминает параболу. Такой график помогает описывать движение и заранее оценивать, где окажется предмет через несколько секунд.

Струя воды

Форма струи воды из фонтана или шланга тоже может быть близка к параболе. Это видно, когда вода поднимается и затем опускается вниз.

Отражатели света

Параболическая форма используется в фонарях и прожекторах, чтобы направлять свет в нужную сторону. Одна и та же фигура полезна и в физике, и в технике.



Что происходит при изменении коэффициента a



1. Знак коэффициента

Если a положительно, ветви параболы направлены вверх. При отрицательном a график отражается относительно оси Ox , и ветви смотрят вниз, сохраняя общую форму.

2. Влияние модуля

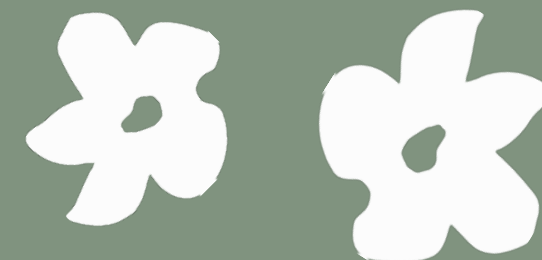
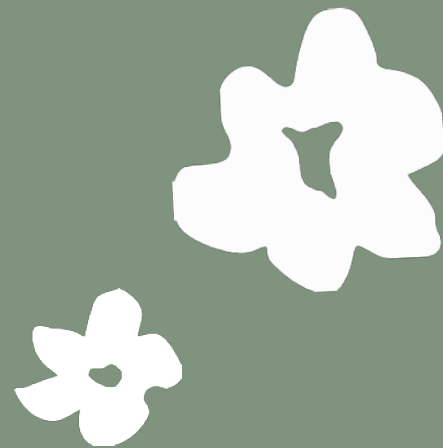
Чем больше $|a|$, тем сильнее график изгибается и тем уже становится парабола. При меньшем модуле она выглядит более раскрытой и пологой.

3. Форма не меняет положение

Коэффициент a не сдвигает параболу вправо, влево, вверх или вниз. Он только изменяет направление ветвей и степень их крутизны.

4. Опора для построения

Чтобы быстро представить график, сначала смотрят на знак a , затем на его модуль. Эти два признака сразу подсказывают общий вид параболы.



Сравнение графиков $y = x^2$, $y = 2x^2$, $y = 0,5x^2$ и $y = -x^2$

Таблица показывает, как меняются направление ветвей и ширина параболы при разных значениях коэффициента a .

Все графики проходят через начало координат, но знак a определяет направление, а модуль a — степень раскрытия параболы.

Функция	Ветви	Ширина	Точка
$y = x^2$	вверх	обычная	$(0; 0)$
$y = 2x^2$	вверх	уже	$(0; 0)$
$y = 0,5x^2$	вверх	шире	$(0; 0)$
$y = -x^2$	вниз	обычная	$(0; 0)$

Почему при $a > 0$ значения y не бывают отрицательными

1. Квадрат неотрицателен

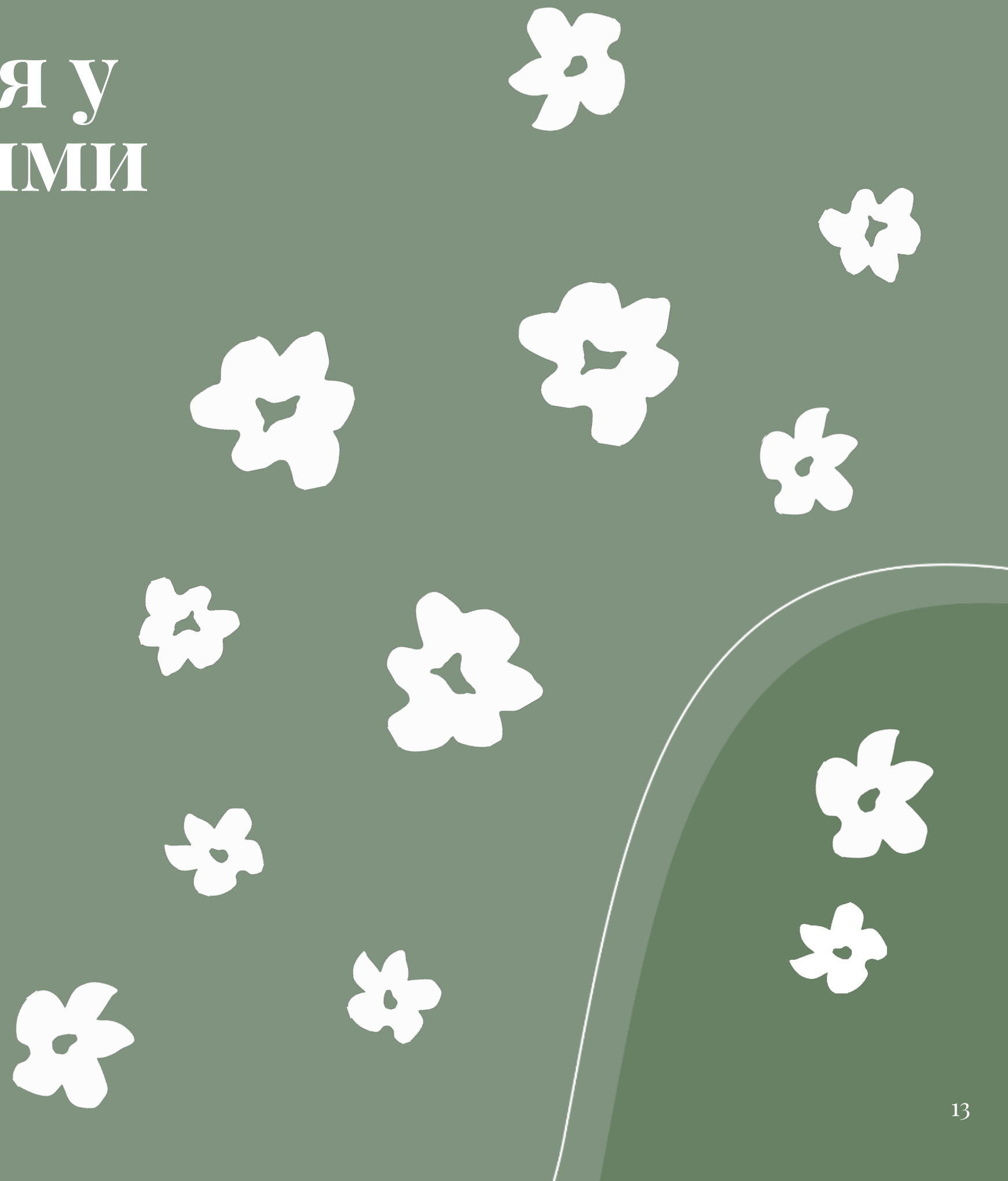
Для любого x значение x^2 не может быть отрицательным. Если умножить его на положительное число a , результат тоже останется неотрицательным.

2. Минимум в начале

На графике самая низкая точка находится в начале координат. Именно там функция принимает наименьшее значение, а дальше значения только растут.

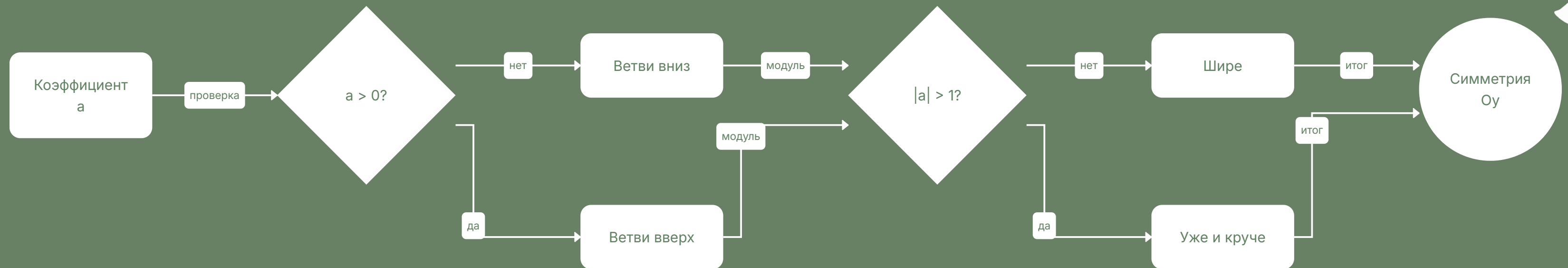
3. При отрицательном a

Если a меньше нуля, все значения y становятся неположительными. Тогда вершина параболы оказывается не внизу, а вверху графика.



Связь между коэффициентом a и видом параболы

Переходы показывают, как знак и модуль коэффициента определяют направление ветвей, ширину графика и положение вершины.



Как растут значения функции при увеличении $|x|$

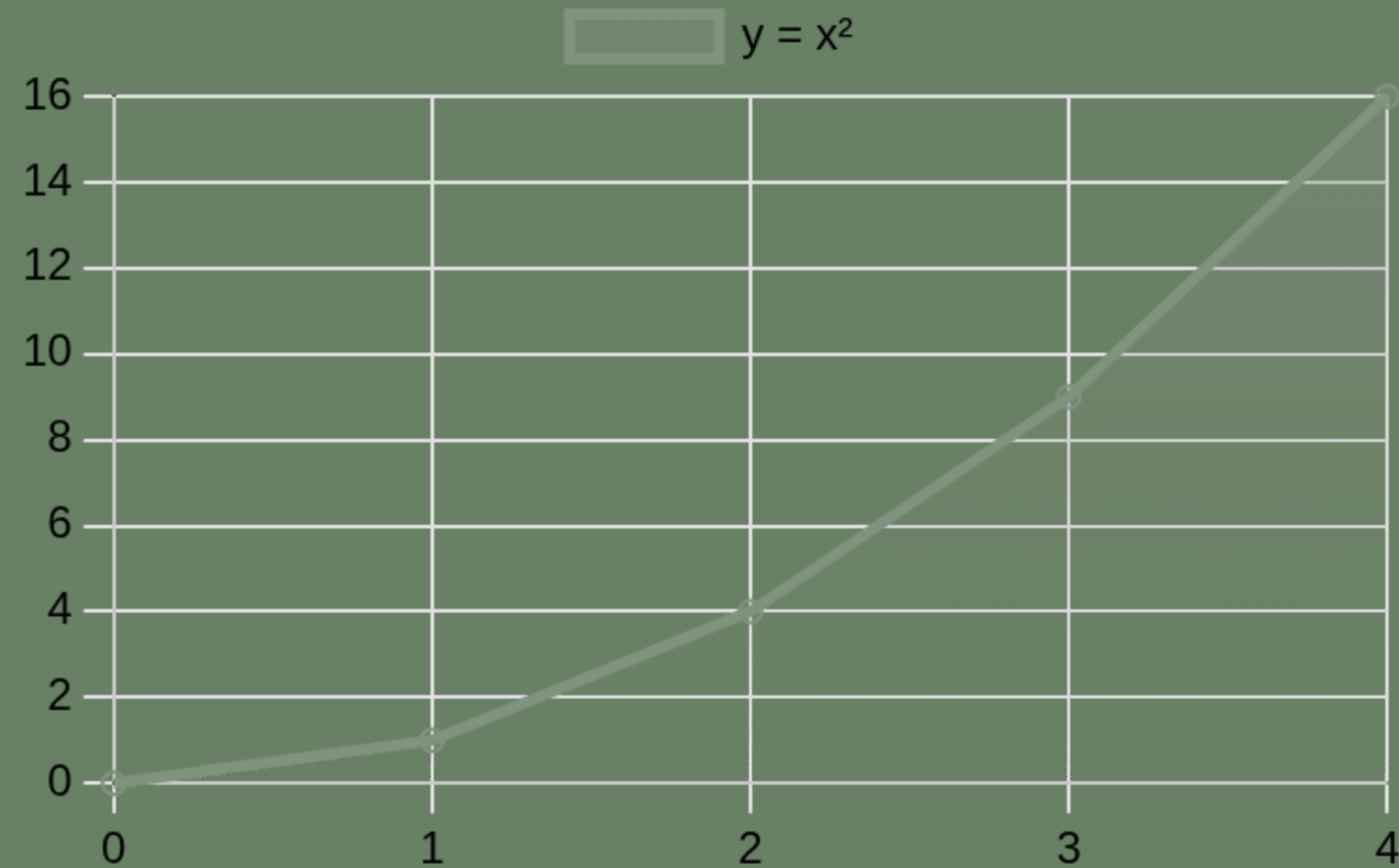


Таблица значений функции $y = x^2$

Последовательность точек показывает, что каждый новый шаг по x даёт всё больший прирост y . Это признак квадратичной, а не линейной зависимости.

Рост ускоряется: значения увеличиваются не на одну и ту же величину, а всё быстрее по мере удаления от нуля.



Типичные ошибки при чтении графика параболы



Путают знак и направление

Иногда считают, что любой большой коэффициент направляет ветви вверх. На самом деле вверх или вниз определяет только знак a , а не его величина.

Забывают ось симметрии

Парабола всегда симметрична относительно оси Oy . Если не учитывать это, легко допустить ошибку в расположении точек и форме графика.

Неверно понимают модуль

Частая ошибка — думать, что больший $|a|$ делает параболу шире. На самом деле с ростом $|a|$ график становится уже и круче.

Пропускают вершину

Вершина — удобная опорная точка для построения. Если сначала отметить её и затем добавить симметричные точки, график получается точнее.

Set or open ifal dowa{}

Show 11 parafor vertical as



Что означает каждая часть формулы $y = ax^2$

Таблица помогает увидеть роль каждого символа в формуле и понять, почему изменение одного коэффициента меняет весь график.

Особенно важен коэффициент a : он одновременно задаёт направление ветвей и ширину параболы, поэтому заметно меняет её вид.

Элемент	Смысл	Влияние
a	коэффициент	форма
x	аргумент	вход
x^2	квадрат	парабола
y	значение	выход

Структура формулы $y = ax^2$

Связь графика с уравнениями и задачами



Вычисление значения

По заданному x можно быстро найти y и проверить, принадлежит ли точка графику. Это удобно при работе с таблицами и координатной плоскостью.



Проверка точки

Если известны координаты точки, график помогает понять, лежит ли она на параболе. Для этого подставляют x в формулу и сравнивают результат.



Решение уравнений

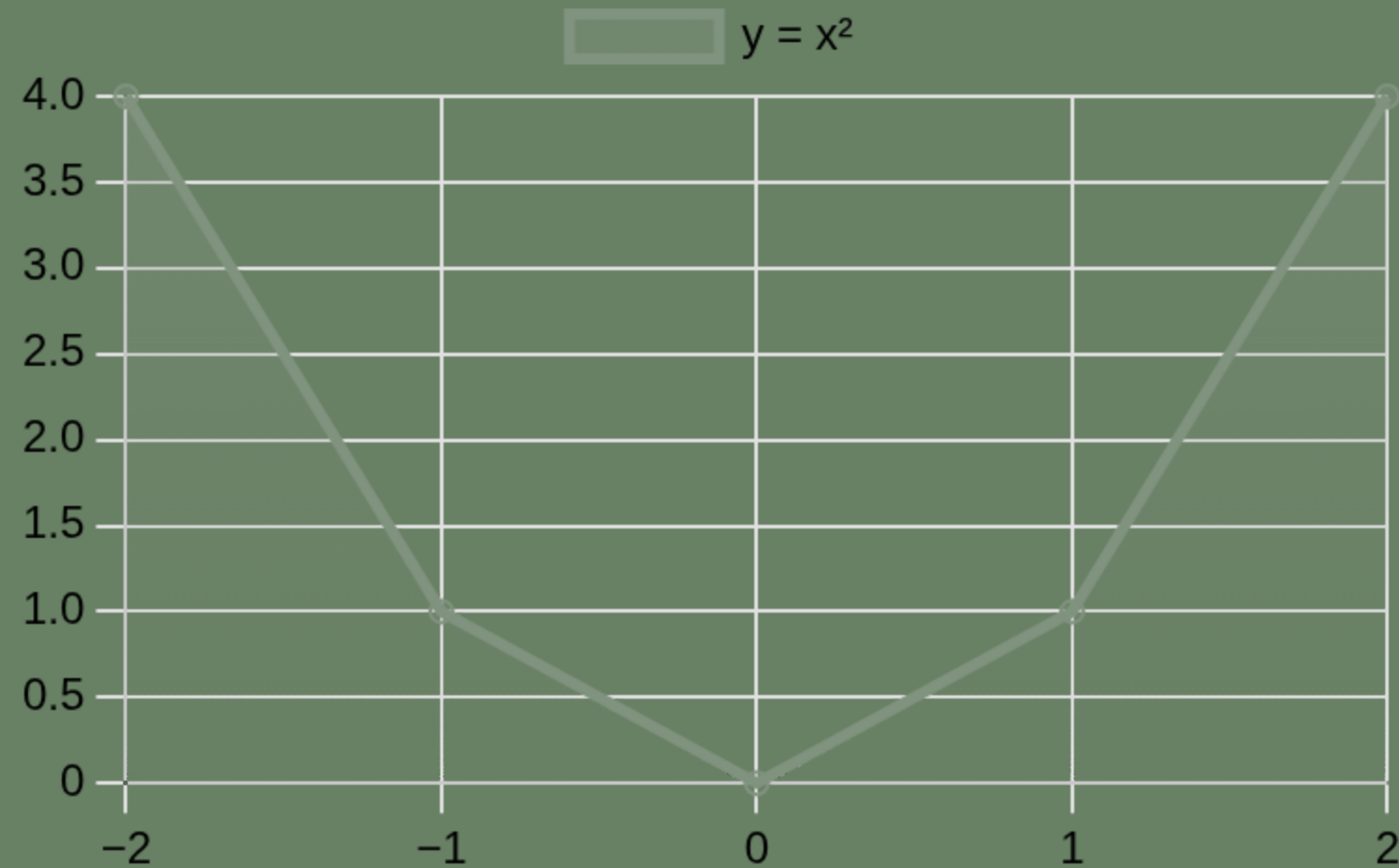
Запись вида $ax^2 = c$ сводится к поиску таких x , при которых значение функции равно нужному числу. График показывает это наглядно.



Связь с задачами

Квадратичная зависимость встречается в задачах о движении, площади и изменении величин. График помогает увидеть, как быстро меняется результат.

Положение вершины у функции $y = ax^2$



Схематичный график $y = ax^2$

На схеме видно, что вершина находится в начале координат, а точки по обе стороны от неё расположены зеркально.

Вершина — опорная точка графика: при $a > 0$ это минимум, при $a < 0$ — максимум, а симметрия относительно Oy сохраняется.

Главные выводы о графике $y = ax^2$

График $y = ax^2$ — это парабола, проходящая через начало координат и симметричная относительно оси Oy . Знак a задаёт направление ветвей, а модуль — ширину. Эти знания помогают читать и строить графики уверенно.