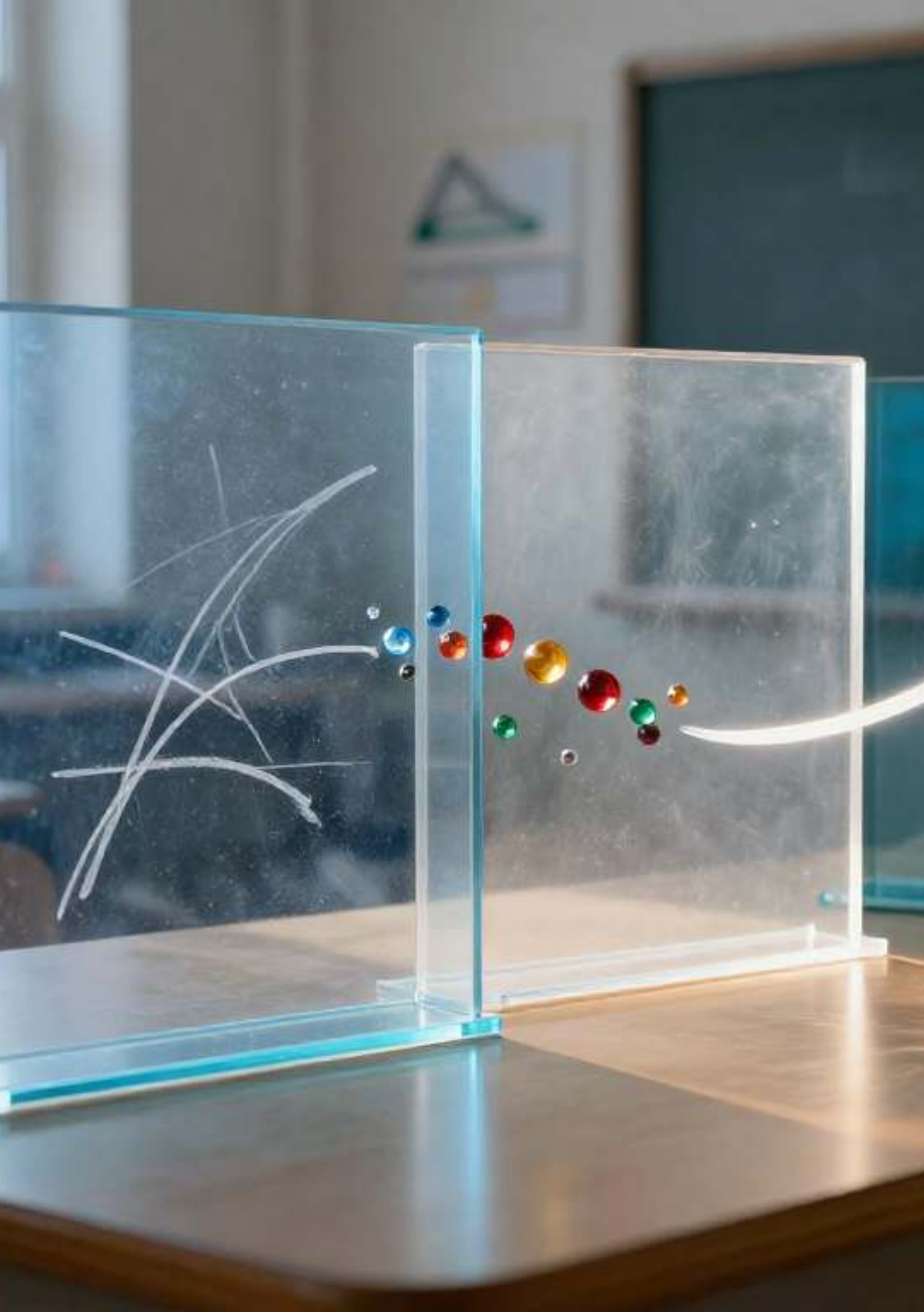




# + Построение графиков + функций: от формулы к визуальному анализу

От формулы к точкам, от точек к смыслу

# Почему графики важны в 10 классе



График показывает поведение функции быстрее любой формулы: где она растёт, убывает, обращается в ноль и меняет характер. Это основа для анализа, решения задач и подготовки к экзаменам.

# Координатная плоскость и запись точек

01.

## Оси координат

Ось  $Ox$  задаёт значения аргумента  $x$ , а ось  $Oy$  — значения функции  $y$ . Вместе они образуют систему, в которой каждая точка имеет строго определённое положение.

02.

## Начало отсчёта

Точка пересечения осей называется началом координат и записывается как  $(0; 0)$ . От неё удобно отсчитывать все остальные точки графика влево, вправо, вверх и вниз.

03.

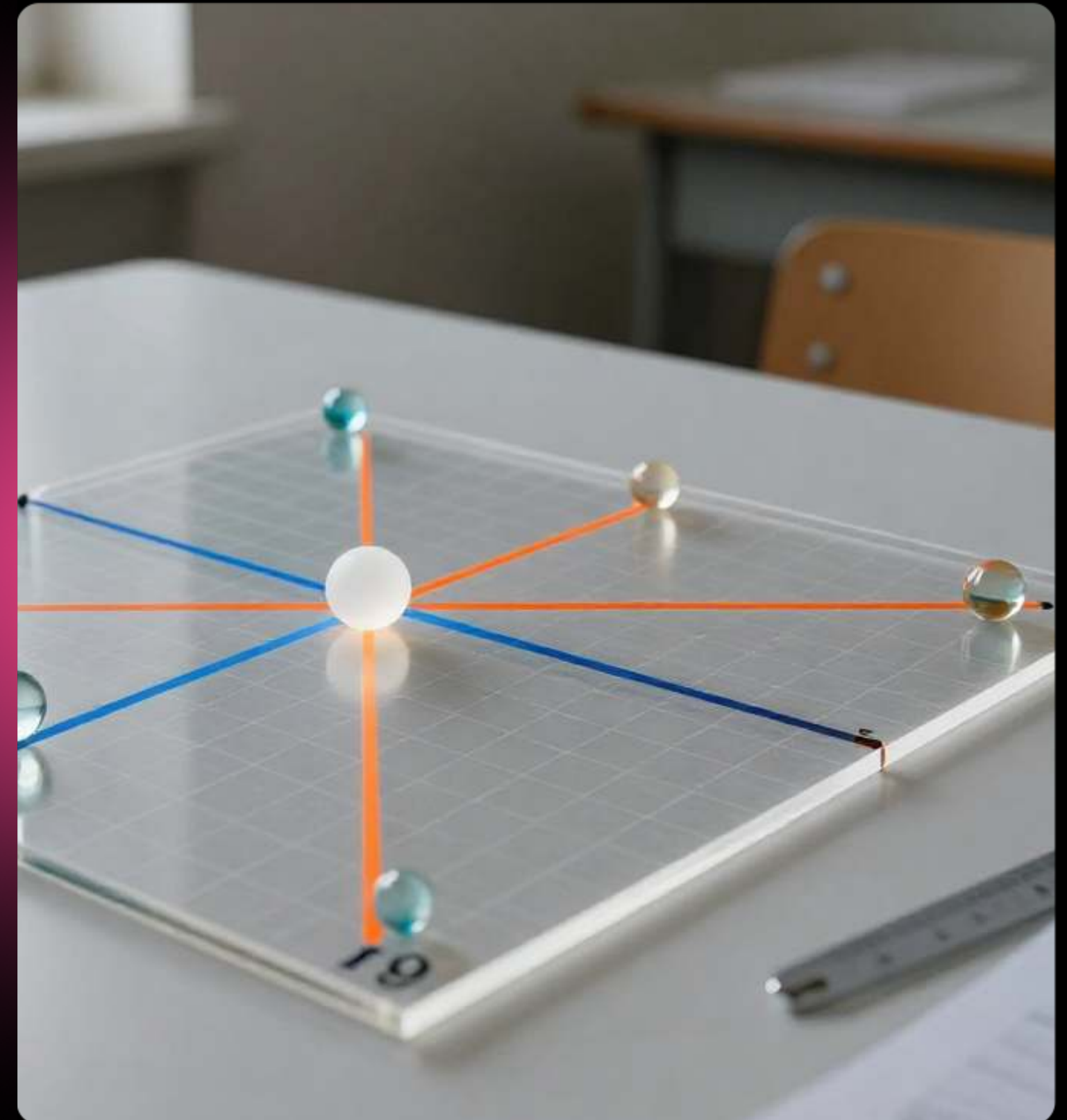
## Запись точки

Координаты точки записывают в виде  $(x; y)$ : сначала указывают абсциссу, затем ординату. Такой порядок обязателен, иначе точка на плоскости окажется в другом месте.

04.

## Роль масштаба

Выбор масштаба влияет на точность и наглядность построения. При слишком крупном или слишком мелком шаге можно исказить форму графика и скрыть важные особенности.



# Таблица значений как основа построения графика

## Подбор аргументов

- Сначала выбирают несколько значений  $x$ : отрицательные, ноль и положительные числа. Такой набор позволяет увидеть поведение функции по обе стороны от начала координат.

## Вычисление значений

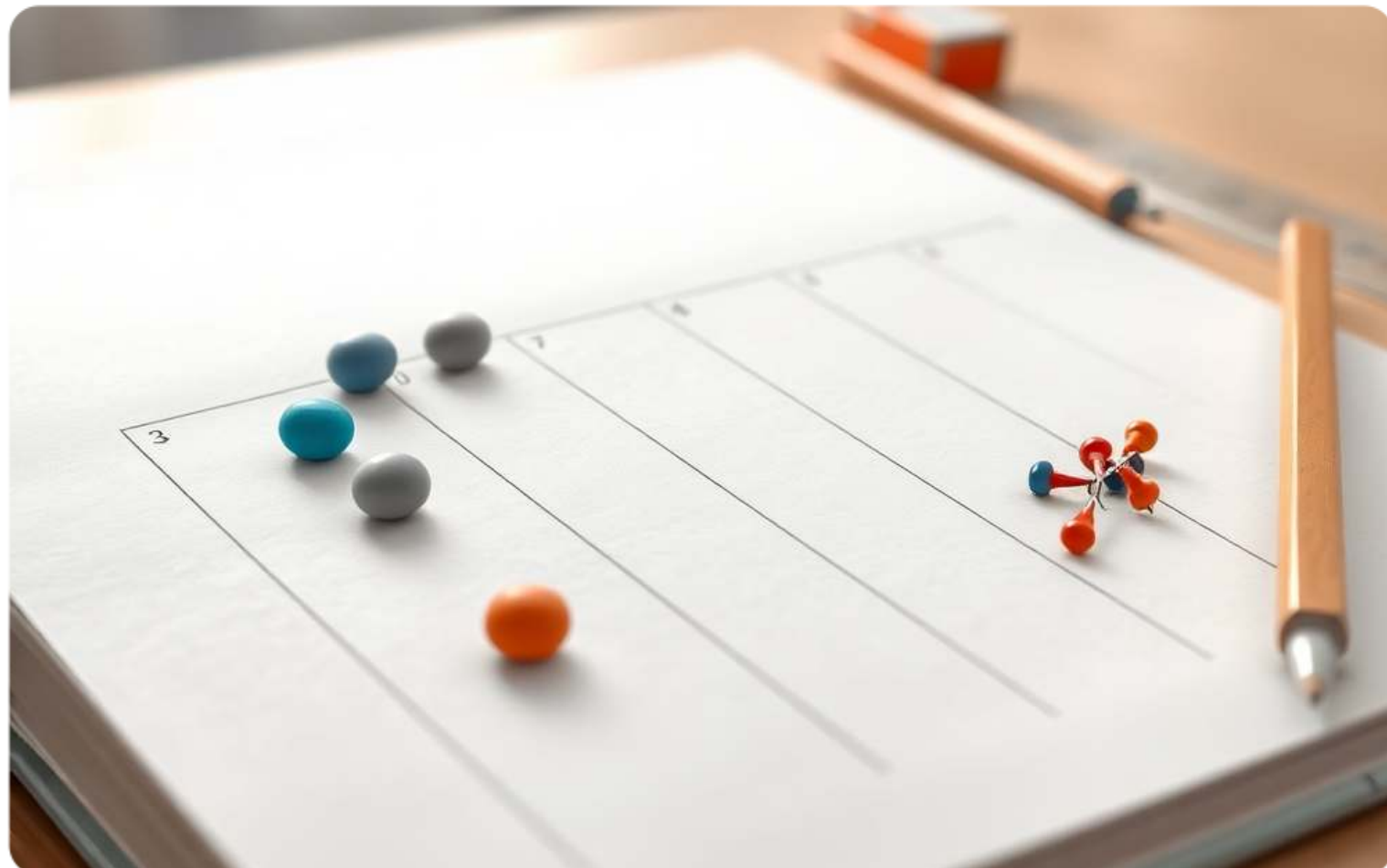
- Для каждого выбранного  $x$  подставляют его в формулу и находят соответствующее  $y$ . Полученные пары образуют таблицу, по которой затем строится график.

## Достаточное число точек

- Обычно хватает 5–7 опорных точек. Для прямой этого достаточно, чтобы уверенно провести линию, а для параболы — увидеть общий изгиб и положение вершины.

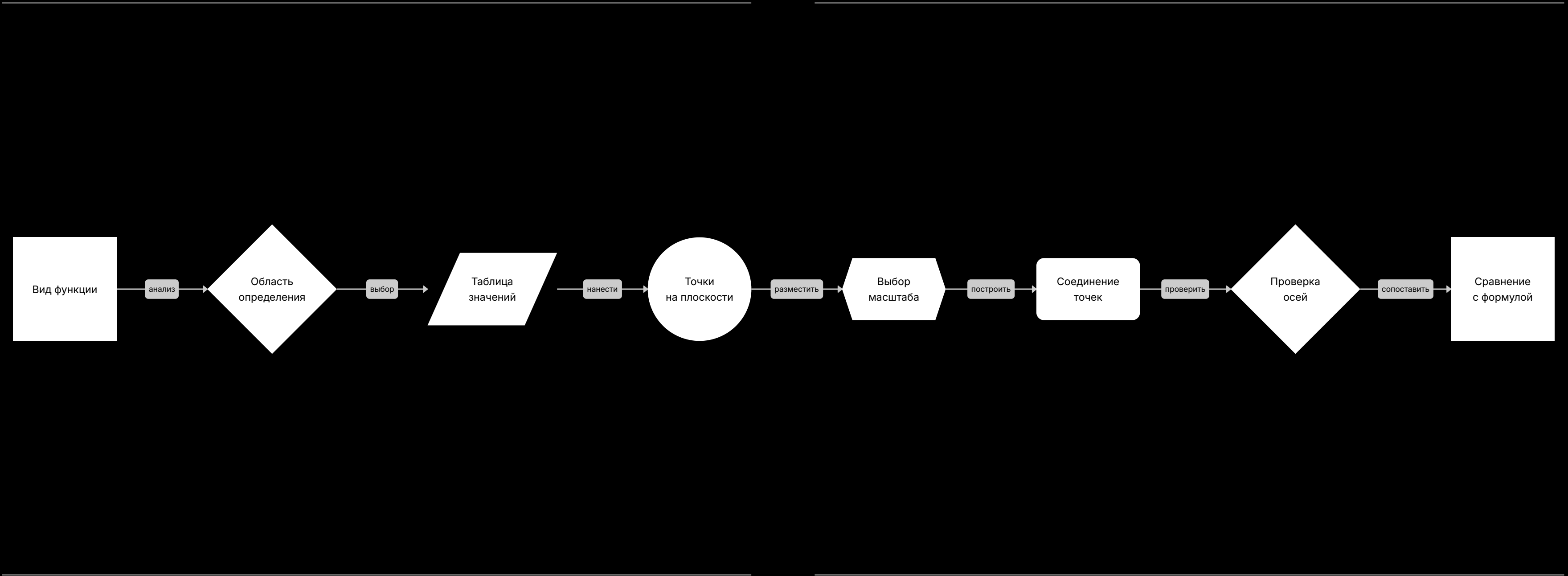
## Точность построения

- Чем аккуратнее таблица, тем надёжнее график. Ошибка в одном значении сразу сдвигает точку и может изменить весь внешний вид построения.



# Алгоритм построения графика функции

Последовательность шагов от формулы к проверенному графику



# Основные виды графиков в школьном курсе

- Сравнение помогает сразу увидеть, какой график строится по двум точкам, а какой требует поиска вершины, асимптот или опорной симметрии.

- Чем сложнее форма графика, тем больше контрольных признаков нужно проверить при построении.

# Линейная функция и её график

01.

Общий вид

График функции  $y = kx + b$  всегда является прямой. Это один из самых простых и удобных для анализа типов графиков в школьной алгебре.

02.

Смысл коэффициентов

Число  $k$  задаёт наклон прямой: при положительном значении функция возрастает, при отрицательном — убывает. Коэффициент  $b$  показывает пересечение с осью  $Oy$ .

03.

Построение по двум точкам

Чтобы построить линейную функцию, достаточно найти две точки, отметить их на координатной плоскости и провести через них прямую. Дополнительные точки служат проверкой.



# Квадратичная функция и парабола

01.

## Форма графика

График функции  $y = ax^2 + bx + c$  называется параболой. Его форма отличается плавным изгибом и хорошо заметной осью симметрии.

02.

## Направление ветвей

Знак коэффициента  $a$  определяет, куда направлены ветви параболы: вверх при  $a > 0$  и вниз при  $a < 0$ . Это сразу подсказывает общий вид графика.

03.

## Вершина и симметрия

Вершина показывает максимум или минимум функции, а ось симметрии делит график на две равные части. Эти элементы особенно важны при точном построении.

04.

## Контрольные точки

Для построения удобно находить вершину, ось симметрии и нули функции. Затем добавляют несколько точек по обе стороны от вершины для проверки формы.



# Сравнение ключевых параметров популярных функций

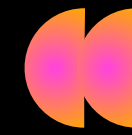
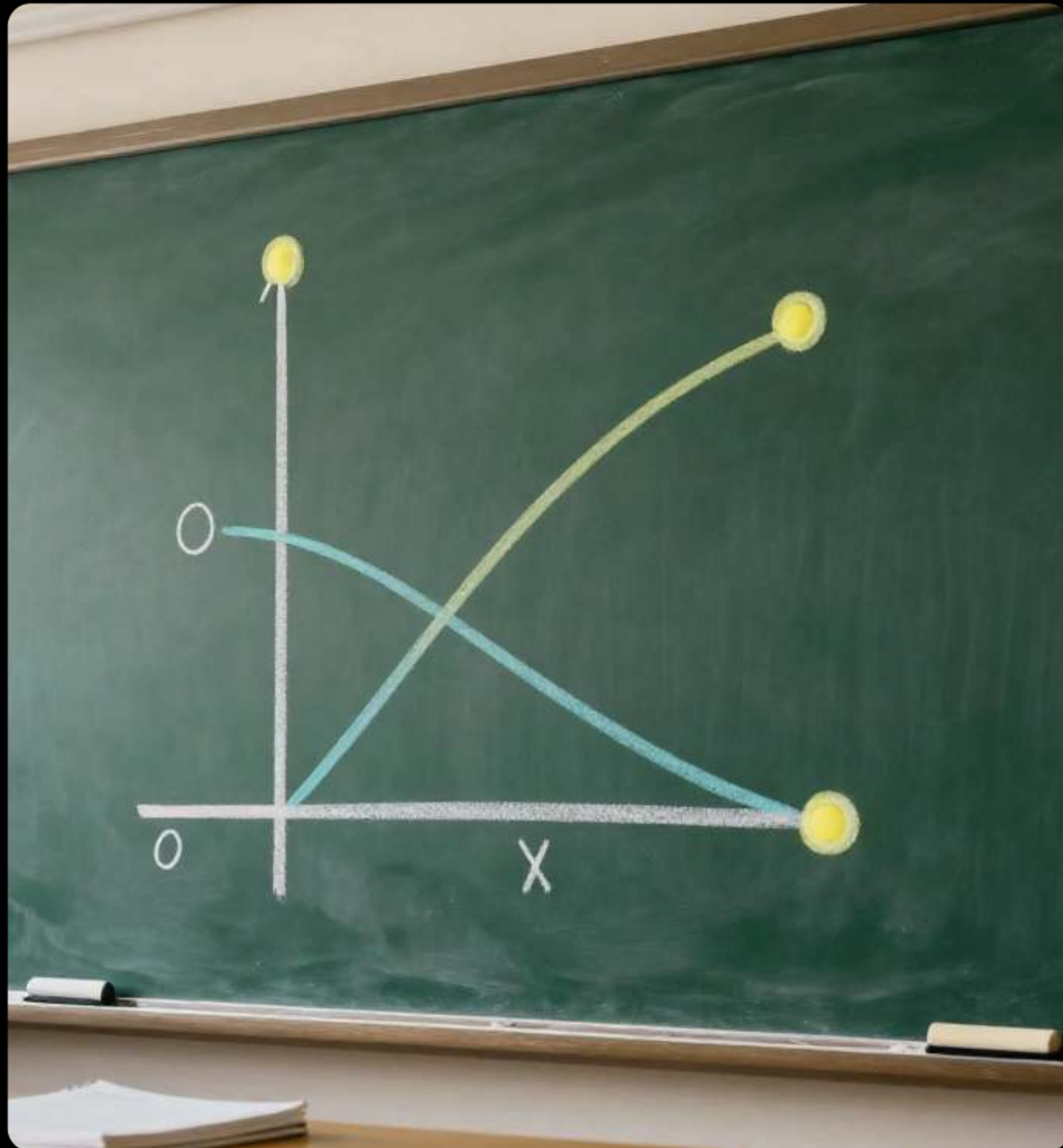
| Функция      | Форма      | Признаки |
|--------------|------------|----------|
| Линейная     | Прямая     | 2 точки  |
| Квадратичная | Парабола   | Вершина  |
| $y = k/x$    | Гипербола  | 2 ветви  |
| $y =  x $    | V-образный | Ось Oy   |

Таблица показывает, как вид функции влияет на форму графика, симметрию и набор характерных признаков.

Тип функции определяет способ построения: от простой прямой до графиков с симметрией, ветвями и вершиной.

Школьный курс алгебры 10 класса

# Нули функции и точки пересечения с осями



## Нули функции

Нулями функции называют значения  $x$ , при которых  $y = 0$ . На графике это точки, где линия пересекает ось  $Ox$  и меняет знак значения.



## Пересечение с $Oy$

Если  $x = 0$ , получают значение функции в начале координат. Эта точка показывает, где график пересекает ось  $Oy$ , и служит важной проверкой построения.



## Зачем их искать

Нули и пересечения с осями помогают понять, где функция положительна или отрицательна. Кроме того, они позволяют быстро заметить ошибки в таблице или в самом графике.

# Область определения и область значений функции

01.

Где функция имеет смысл

Область определения задаёт все значения аргумента  $x$ , при которых формула корректна. Она показывает, какие точки вообще можно нанести на график без нарушения условий задачи.

02.

Какие значения принимает  $y$

Область значений описывает все возможные результаты вычисления функции. По ней видно, какие высоты или уровни может достигать график на координатной плоскости.

03.

Ограничения формулы

Для дробных выражений знаменатель не должен обращаться в нуль, а в корне подкоренное выражение обязано быть неотрицательным. Именно эти условия создают промежутки, где график отсутствует.

04.

Связь с видом графика

Ограничения определяют разрывы, обрывы и особую форму линии. Поэтому прежде чем строить график, нужно проверить формулу на допустимость значений и учесть все ограничения.

# Как коэффициенты изменяют график функции

На одном наборе значений видно, что коэффициенты меняют не только наклон,

- но и положение прямой. Это помогает быстро оценивать поведение функции без полного построения.

Чем больше модуль  $k$ , тем круче график; коэффициент  $b$  сдвигает его вертикально.

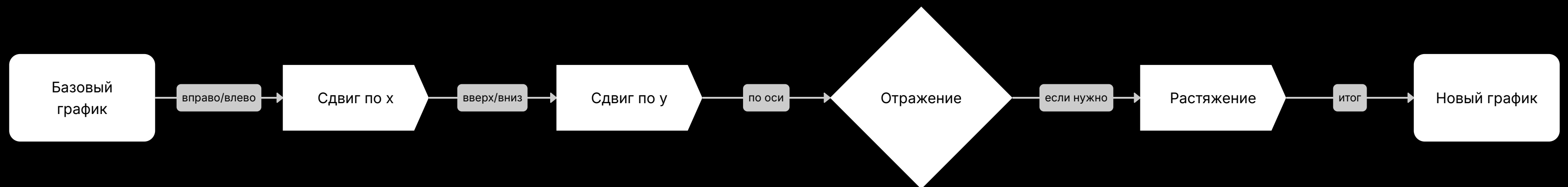
- Формула напрямую задаёт вид и положение линии.

---

Расчёт значений по формулам  $y = x$ ,  $y = 2x$  и  $y = x + 2$ ; школьная алгебра

# Преобразования графиков без полного построения

Схема показывает последовательность преобразований базового графика и помогает строить новые функции по уже известным.



# Типичные ошибки при построении графиков



## Неверный масштаб

- Разный шаг по осям и неаккуратные подписи делений искажают форму графика. Из-за этого прямая кажется более крутой, а парабола — слишком широкой или узкой.

## Путаница со знаками

- Ошибки в вычислении значений  $x$  и  $y$  смещают точки в неправильную четверть. Особенно часто это случается при работе с отрицательными числами и дробями.

## Мало опорных точек

- Если взять только одну-две точки, легко не заметить вершину, пересечение с осью или изгиб линии. Для проверки нужны дополнительные значения, особенно вблизи характерных точек.

## Неверное соединение

- Непрерывную функцию соединяют плавно, а разрывную нельзя изображать сплошной линией через пустое место. Способ соединения должен соответствовать виду функции.

# Ошибки и способы их исправления

- Таблица помогает быстро сопоставить типичную ошибку, её причину и практический способ исправления перед окончательной проверкой графика.
- Контроль масштаба, знаков и характера функции позволяет заметить большую часть ошибок ещё до завершения построения.

---

Учебная практика и типовые задания по алгебре

| Ошибка                  | Причина              | Исправление          |
|-------------------------|----------------------|----------------------|
| Неверный масштаб        | Шаги не совпадают    | Сделать единый шаг   |
| Нет отрицательных $x$   | Точки выбраны справа | Добавить точки слева |
| Точки соединены неверно | Не учтён тип функции | Учесть непрерывность |
| Ошибка в знаке          | Неверный расчёт      | Пересчитать таблицу  |

# Графики функций в реальной жизни и смежных предметах



## Физика: движение и скорость

Графики в физике показывают, как путь зависит от времени, а скорость — от времени. По ним удобно находить момент остановки, равномерного движения и ускорения, не подставляя значения вручную в каждую формулу.



## Экономика: прибыль и затраты

В экономике график помогает увидеть, когда расходы растут быстрее доходов, а когда бизнес выходит в плюс. Такая визуализация делает сравнение периодов наглядным и позволяет искать точки, где меняется тенденция.



## Биология и статистика

В биологии графики описывают рост популяции, а в статистике — изменение показателей во времени. По форме кривой можно заметить ускорение роста, замедление или приближение к пределу, что важно для анализа наблюдений.

# Сдвиг и отражение графика на координатной плоскости

Сравнение показывает, что преобразования меняют только положение точек, но не сам характер зависимости. Это особенно удобно при работе с уже знакомыми базовыми графиками.

Сдвиги и отражения позволяют быстро получать новый график из известного. Форму

- определяет исходная функция, а преобразования меняют только расположение.

---

Расчёт значений для  $y = x^2$ ; школьная алгебра

# Построение графиков более сложных функций

01.

## Выделить основу

Сначала нужно понять, к какому типу относится выражение: сумма, произведение, дробь или корень. Это помогает выбрать правильный способ исследования и построения графика.

02.

## Проверить допустимые $x$

После выделения основы находят область определения. На этом шаге сразу становятся видны запрещённые значения, возможные разрывы и участки, где график не строится.

03.

## Найти опорные признаки

Затем определяют нули функции, промежутки знакопостоянства и характерные точки. Эти ориентиры позволяют не терять форму графика при переходе от формулы к рисунку.

04.

## Учесть асимметрию и симметрию

Если у функции есть симметрия, достаточно построить одну часть и достроить вторую зеркально. Для дробных выражений отдельно проверяют возможные асимптоты и поведение у разрывов.

05.

## Использовать преобразования

Если выражение связано с базовым графиком, применяют сдвиги, растяжения и отражения. Такой подход экономит время и помогает строить даже сложные функции без лишних вычислений.

# Проверка построенного графика

Алгоритм проверки основан на сопоставлении рисунка с формулой, таблицей значений и характерными признаками функции.



# Построение графиков функций: навык, который объединяет расчёт и анализ



Построение графиков учит видеть связь между формулой и её геометрическим образом. Этот навык помогает читать зависимости, решать задачи и проверять математические модели в школьной практике и за её пределами.