



Умножение одночлена на многочлен

Раскрываем скобки по правилам алгебры.



Зачем это нужно в алгебре

Это правило помогает быстро раскрывать скобки, упрощать выражения и считать площади. Оно связывает числа, буквы и действия с ними, поэтому часто встречается в задачах 7 класса.



Что называют одночленом и многочленом



Одночлен

Одночлен — это число, буква или их произведение. В записи могут быть коэффициент и буквенная часть, например $3x$ или $-2a^2$.



Степень одночлена

Степень одночлена равна сумме показателей всех букв. В выражении $5x^2y$ степень равна 3, потому что 2 и 1 складываются.



Коэффициент

Коэффициентом называют числовой множитель перед буквами. Он показывает, сколько раз берётся буквенная часть и как меняется значение выражения.



Многочлен

Многочлен состоит из нескольких одночленов, соединённых знаками плюс или минус. Например, $2x+7$ и $4a^2-3a+1$ — это многочлены.

Основное правило умножения

1. Умножаем по членам

Одночлен нужно умножить на каждый член многочлена отдельно. Поэтому выражение $a(b+c)$ превращается в $ab+ac$ без пропуска любого слагаемого.

2. Сначала числа

Сначала перемножают коэффициенты. Если числа отрицательные или положительные, знак результата определяют по обычным правилам умножения чисел.

3. Потом буквы

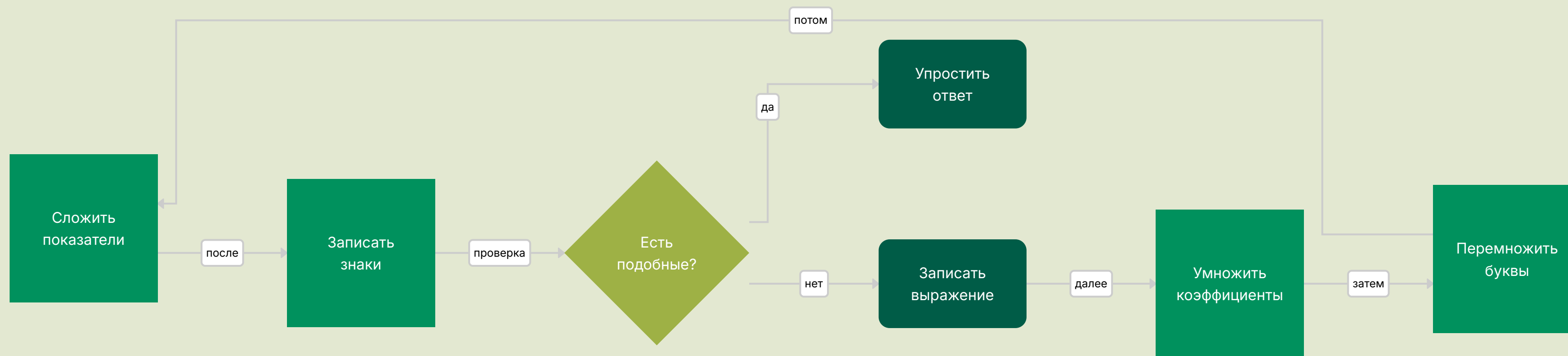
После чисел перемножают буквенные множители. Одинаковые буквы при этом собираются в одну степень, а разные просто записываются рядом.

4. Записываем ответ

В конце полученный одночлен или сумма одночленов записываются аккуратно. Если есть подобные слагаемые, их можно сразу объединить и упростить выражение.

Алгоритм умножения одночлена на многочлен

Пошаговая схема раскрытия скобок в алгебраическом выражении



Раскрытие скобок на примере

Первое произведение

В выражении $3x(2x-5)$ сначала умножаем $3x$ на $2x$. Получаем $6x^2$, потому что числа перемножаются, а одинаковые буквы дают новую степень.

Второе произведение

Затем умножаем $3x$ на -5 . Получается $-15x$: коэффициенты дают отрицательный результат, а буква x сохраняется без изменения степени.

Итоговое выражение

После раскрытия скобок записываем ответ: $3x(2x-5)=6x^2-15x$. Оба члена многочлена были обработаны отдельно, поэтому скобки можно убрать полностью.



Пошаговые примеры умножения

Выражение	Вычисление	Ответ
$2a(3a-4)$	$2a \cdot 3a$ и $2a \cdot (-4)$	$6a^2 - 8a$
$-5x(2x+7)$	$-5x \cdot 2x$ и $-5x \cdot 7$	$-10x^2 - 35x$
$4m(2m-3n)$	$4m \cdot 2m$ и $4m \cdot (-3n)$	$8m^2 - 12mn$

Во всех примерах каждый член многочлена умножается отдельно, а затем результат записывается в упрощённом виде.

В таблице показано, как один и тот же приём работает в разных выражениях.

Примеры по теме «Умножение одночлена на многочлен»

Какие ошибки встречаются чаще всего

Диаграмма помогает увидеть, на каком шаге ученики чаще всего теряют точность при раскрытии скобок.

Учебные наблюдения по теме «умножение одночлена на многочлен»

Самая частая проблема — умножение только на первый член. Значит, прежде всего нужно проверять каждый член многочлена.

Правила работы со знаками



Плюс на плюс

Если оба множителя положительные, произведение тоже положительное. Это самый простой случай, который удобно проверять в первых примерах.



Плюс на минус

Положительное число, умноженное на отрицательное, даёт отрицательный результат. Поэтому в ответе обязательно сохраняется минус.



Минус на плюс

Отрицательный множитель, умноженный на положительный, тоже даёт отрицательный знак. Порядок множителей не меняет правило.



Минус на минус

Два отрицательных множителя дают положительный результат. Это правило особенно важно при раскрытии скобок с несколькими минусами.

Что происходит с буквами и степенями

01

1. Одинаковые буквы

Если в произведении встречаются одинаковые буквы, их показатели складываются. Так, $x^2 \cdot x^3$ превращается в x^5 , потому что основание остаётся тем же.

02

2. Разные буквы

Если буквы разные, степени не складываются между собой. В выражении $ab \cdot a$ получаем a^2b : буква a повторяется, а b остаётся отдельно.

03

3. Числа отдельно

Сначала удобно умножить числовые множители, а затем переходить к буквам. Такой порядок помогает не запутаться в вычислениях и знаках.

04

4. Стандартная запись

Ответ записывают в привычном виде: сначала коэффициент, потом буквенная часть. Это делает выражение аккуратным и удобным для дальнейших преобразований.

Пример с двумя буквами



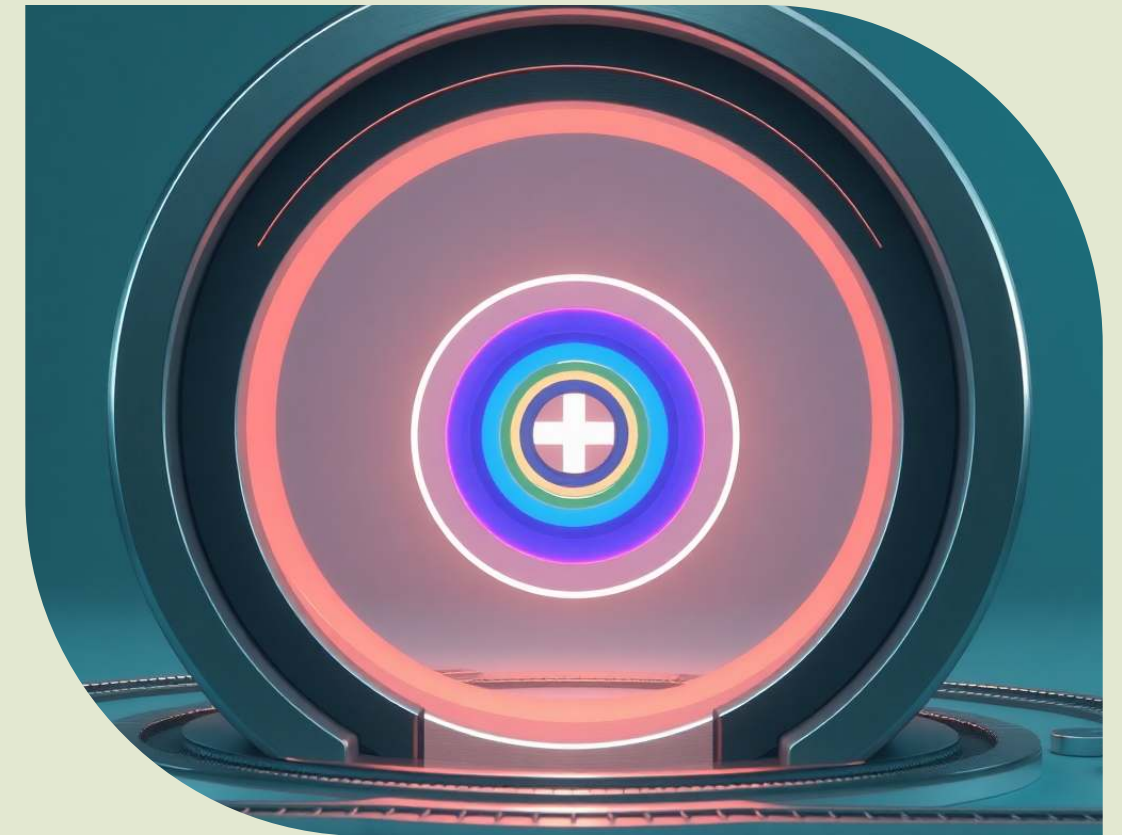
Раскрываем скобки по шагам

В выражении $-2a^2b(3ab - 4b^2)$ каждый член скобок нужно умножить на одночлен отдельно. Сначала получается произведение $-2a^2b \cdot 3ab$, затем $-2a^2b \cdot (-4b^2)$. Так наглядно видно, как работает распределительный закон.



Первые множители дают знак

При умножении $-2a^2b$ и $3ab$ коэффициенты перемножаются, а буквенные части соединяются. Число остается со знаком минус, потому что отрицательное число умножается на положительное. Это помогает сразу записать $-6a^3b^2$.



Два минуса превращаются в плюс

Во втором произведении $-2a^2b \cdot (-4b^2)$ оба множителя отрицательные, поэтому результат положительный. Здесь важно выделить отдельно $a^2 \cdot a$ и $b \cdot b^2$, чтобы правильно сложить показатели и получить $8a^2b^3$.



2

стороны прямоугольника участвуют в формуле площади, поэтому выражение в скобках умножается на каждый член отдельно.

Формула площади $S = ab$ показывает смысл раскрытия скобок: одна сторона умножается на другую, и каждый член выражения учитывается отдельно.

Формула площади прямоугольника $S = ab$

Разные записи результата

В каждом примере сначала раскрываются скобки, затем выражение приводится к удобному виду.

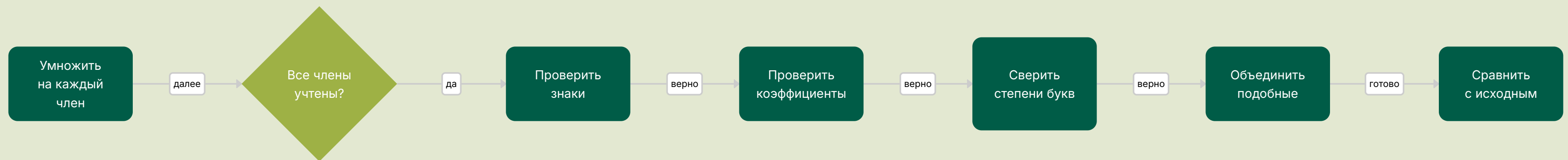
Учебные примеры по алгебре, 7 класс

Выражение	Раскрытие скобок	Ответ
$5y(y+6)$	$5y^2+30y$	$5y^2+30y$
$-3p(4p-1)$	$-12p^2+3p$	$-12p^2+3p$
$2k(7-k)$	$14k-2k^2$	$14k-2k^2$

Ответ можно записывать в разном порядке, если знаки и степени сохранены верно.

Как проверить полученный ответ

Последовательность самопроверки после раскрытия скобок



Упрощение после раскрытия скобок

1 Сначала раскрываем скобки

В выражении $2x(3x+4)-x(2x+1)$ каждый множитель нужно распределить на все члены скобок. Это дает промежуточную запись, с которой уже удобно работать дальше.

2 Потом собираем подобные

После умножения появляются слагаемые $6x^2$, $8x$, $-2x^2$ и $-x$. У них одинаковые буквенные части можно объединить, потому что различаются только коэффициенты.

3 Получаем более короткий ответ

Сложив подобные слагаемые, получаем $4x^2+7x$. Такой шаг показывает, что раскрытие скобок часто является только началом преобразования выражения.

Примеры от простого к более сложному

Каждый следующий пример добавляет новые элементы: минус, несколько букв или степень. При этом правило раскрытия скобок остается одинаковым.

Составлено по учебным примерам

Сложность возрастает, но порядок действий не меняется: умножаем каждый член по отдельности и затем упрощаем результат.

Типичные ошибки в решениях



Умножают не на все члены

Частая ошибка — раскрыть скобки только частично, как в записи $3x(x+2)=3x^2+2$. Нужно помнить, что одночлен умножается на каждый член многочлена без исключений.



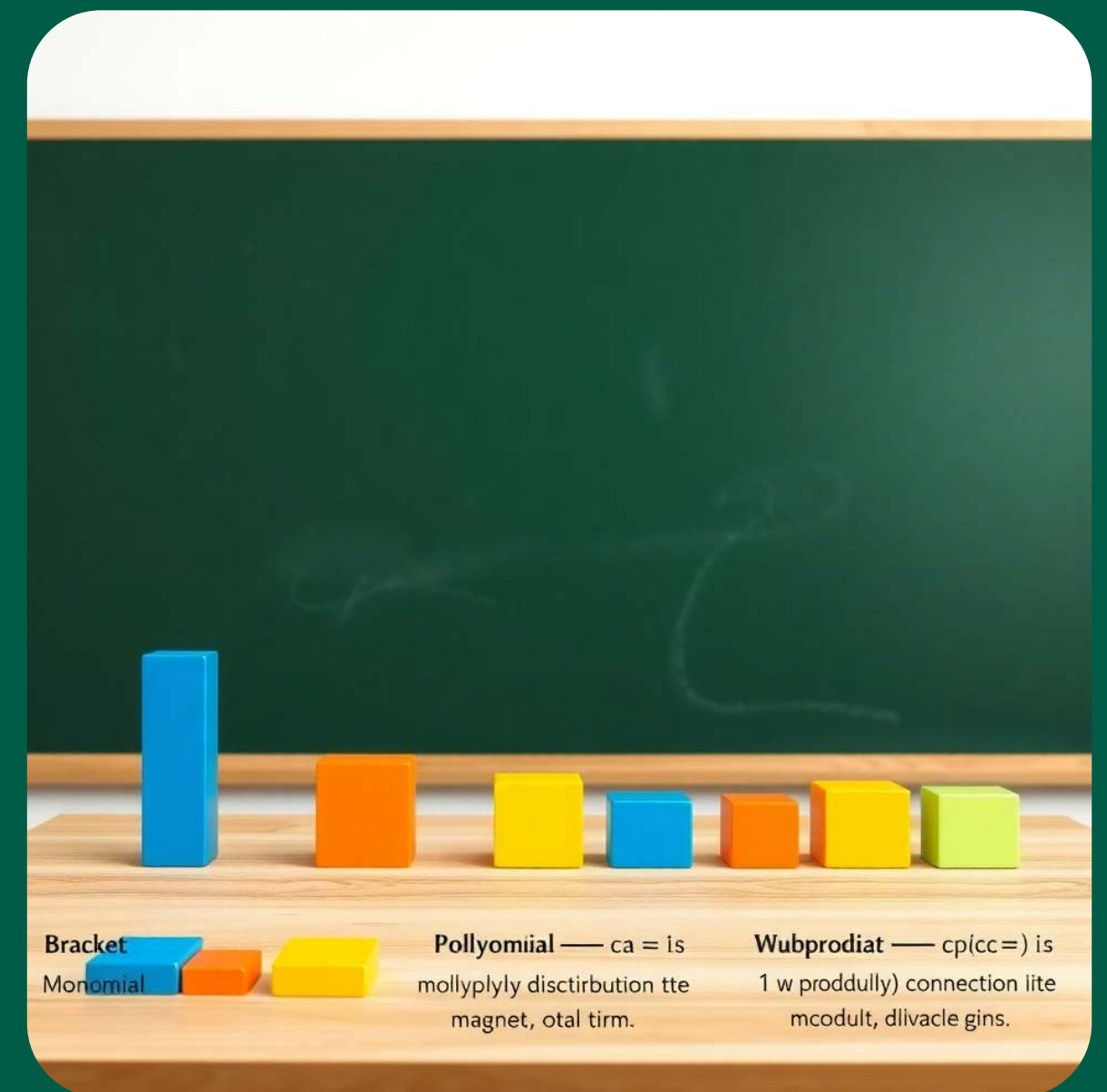
Смешивают степени

Иногда одинаковые и разные буквы складывают по одним правилам. На самом деле показатели складываются только у одинаковых букв, а при разных буквах степень не меняется.



Путают знаки

При работе с отрицательными числами легко потерять минус или заменить его на плюс. Чтобы не ошибиться, полезно отдельно проверять знак каждого произведения перед записью ответа.

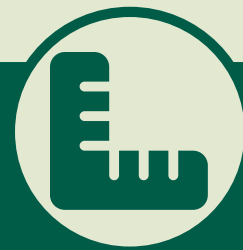


Где используется это правило



Раскрытие скобок

При преобразовании выражений это правило помогает убрать скобки и записать выражение в более удобной форме без потери смысла.



Площади фигур

В геометрии оно используется при вычислении площади прямоугольника и составлении формул для сторон, выраженных через буквы.



Преобразование формул

При работе с формулами умножение одночлена на многочлен позволяет заменить громоздкую запись более компактной и понятной.



Решение уравнений

После раскрытия скобок уравнение становится проще: легче собрать подобные слагаемые, перенести члены и найти неизвестное.



Текстовые задачи

В задачах по условию часто сначала составляют выражение со скобками, а затем раскрывают их, чтобы получить удобную для вычислений запись.

Задания для закрепления

Пример	Результат
$x(4x-9)$	$4x^2-9x$
$-6b(2b+5)$	$-12b^2-30b$
$3c^2(c-2)$	$3c^3-6c^2$

Коэффициент умножается отдельно, а одинаковые буквы объединяются по правилам степеней.

Попробуйте раскрыть скобки и сравнить свой ответ с готовым результатом.

Учебные задания по алгебре, 7 класс



Запомни главное правило

Чтобы раскрыть скобки, умножай одночлен на каждый член многочлена, внимательно проверяй знаки и складывай показатели одинаковых букв. Этот прием помогает уверенно работать с выражениями в 7 классе.

