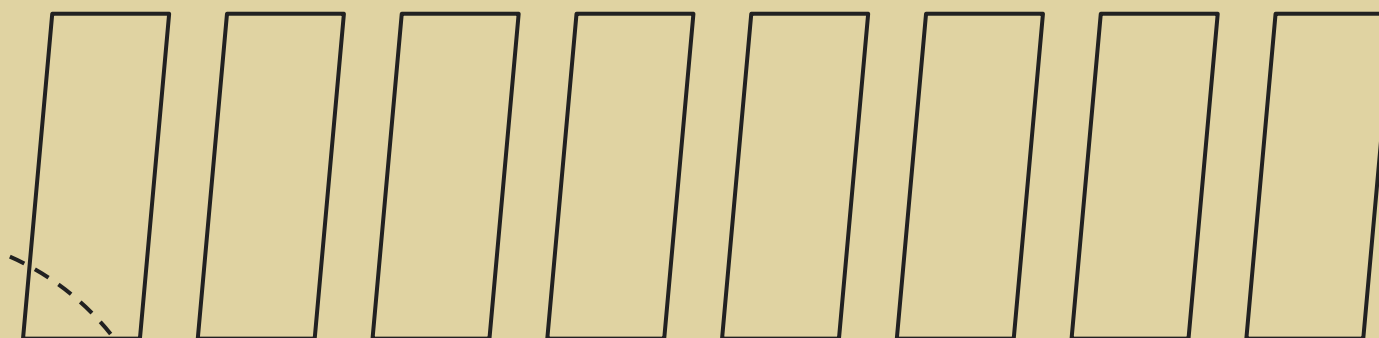


Системы линейных неравенств с одной переменной

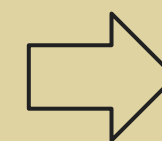
Несколько неравенств — одно общее решение.



Зачем это нужно в 9 классе



Эта тема соединяет прошлые знания о неравенствах, промежутках и числовой прямой. Она помогает решать школьные задачи и учитывать сразу несколько условий в одной ситуации.



Что такое линейное неравенство



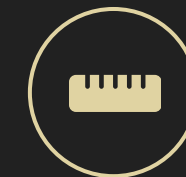
Переменная первой степени

Линейное неравенство содержит неизвестное без степеней и корней, например $x+3>7$ или $2x-5\leq 9$. Его нужно преобразовать так, чтобы найти все подходящие значения.



Знаки сравнения

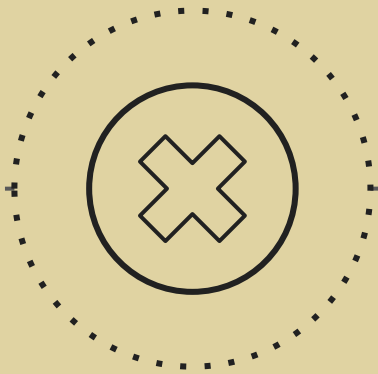
Знаки $>$, $<$, $\geq$ и $\leq$ показывают, как сравниваются выражения. Они сразу подсказывают, входит ли граница в ответ и как отмечать решение на прямой.



Не одно число, а промежуток

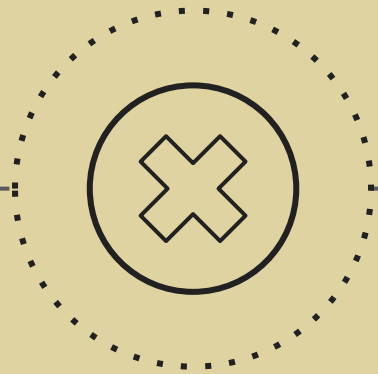
В отличие от уравнения, ответом часто становится не единственное значение, а целый промежуток чисел. Именно поэтому решение удобно изображать на числовой прямой.

Как записывается система неравенств



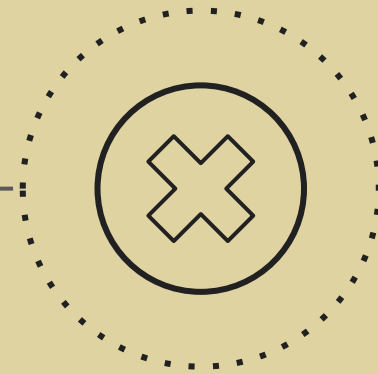
Фигурная скобка

Систему записывают с фигурной скобкой, чтобы показать: все неравенства нужно рассматривать вместе. Каждое из них остаётся отдельным условием, но ответ ищут только общий.



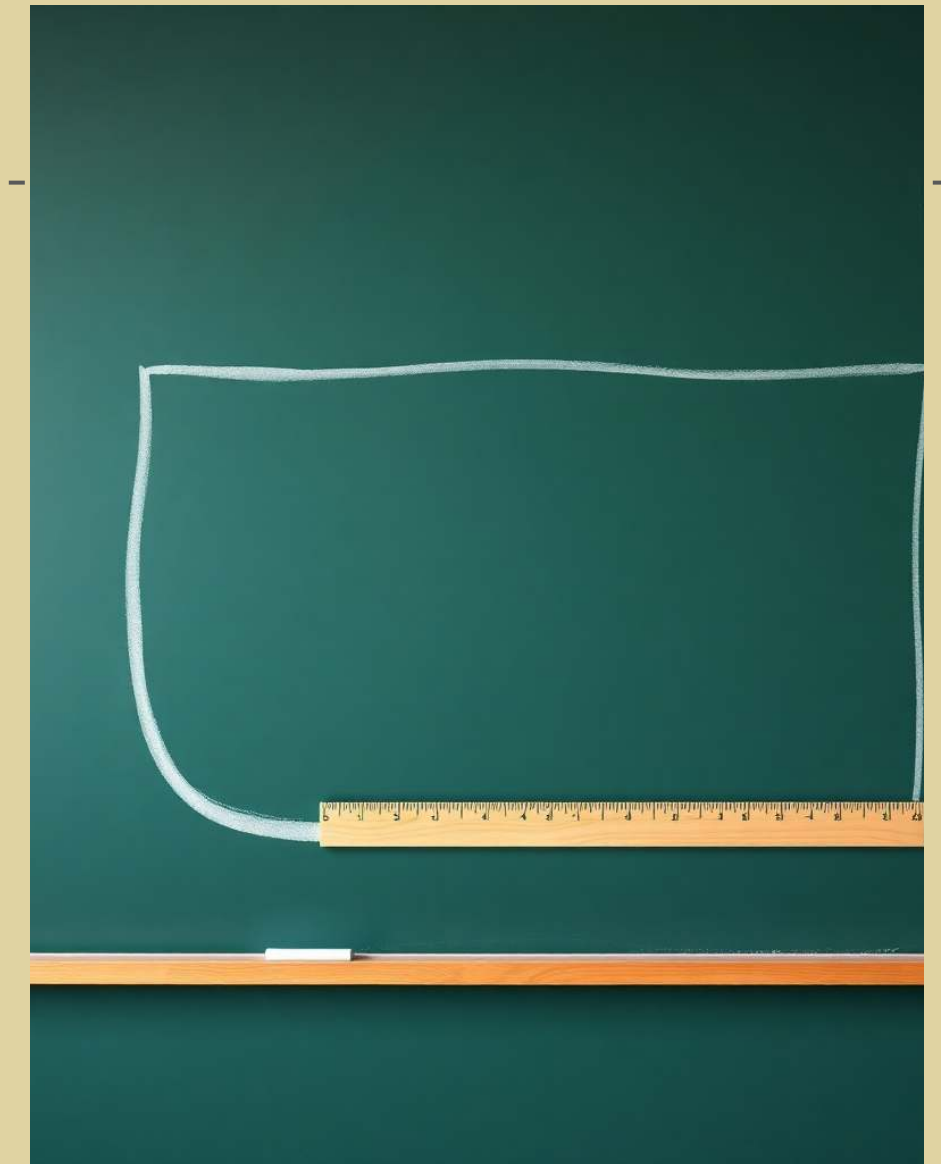
Общее решение

Подходит лишь то число или промежуток, которое удовлетворяет каждому неравенству сразу. Если значение не выполняет хотя бы одно условие, оно не входит в ответ системы.



Наглядная запись

Удобнее всего сравнивать решения на числовой прямой: отдельно отмечают ответы каждого неравенства, а затем выделяют их общую часть как окончательное решение.



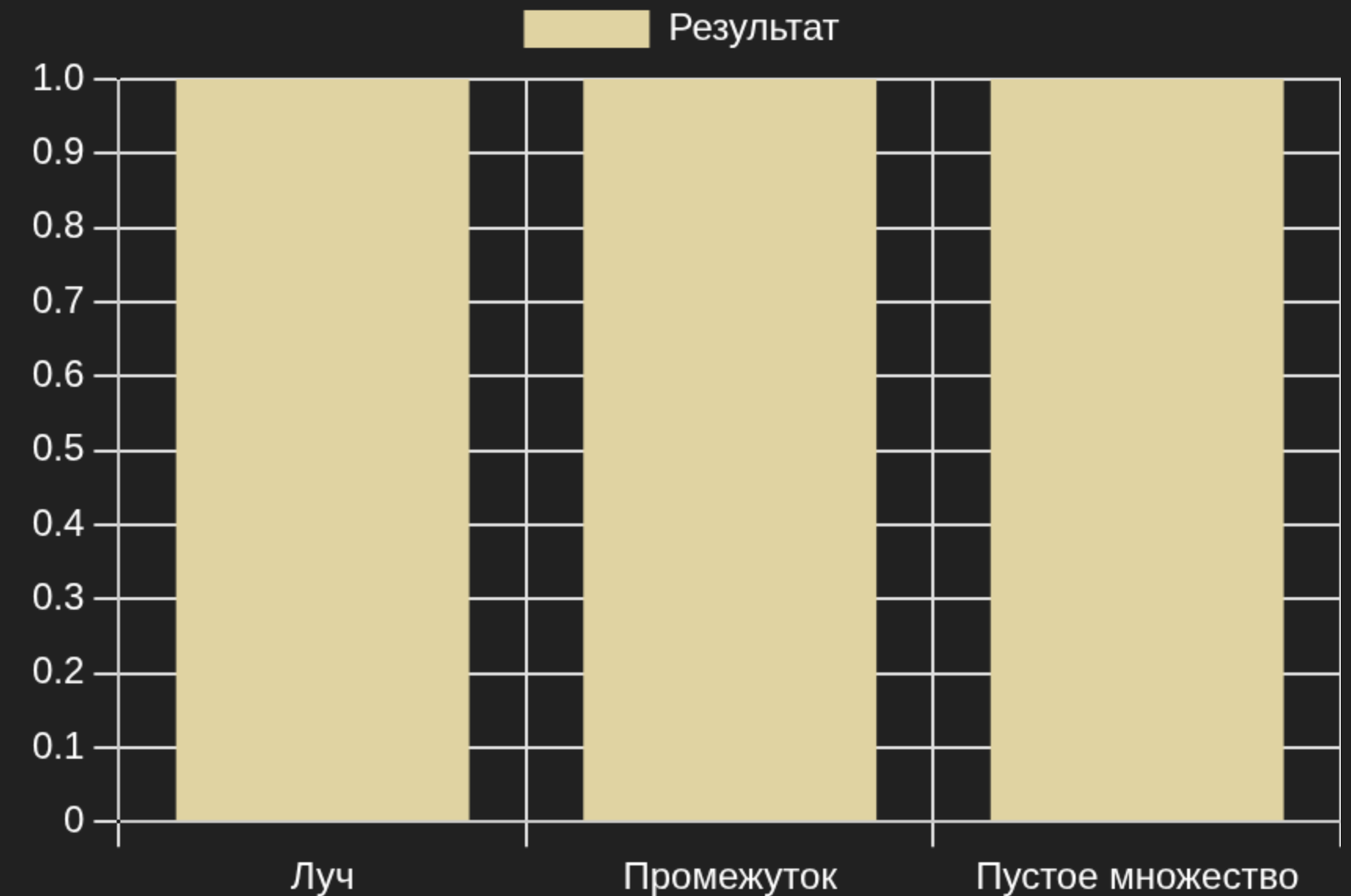
Какие ответы дают неравенства



Разные неравенства могут давать решения разных видов: с одной границей, с двумя границами или без решений. Это зависит от условий и их совместимости.



Если ответы не пересекаются, решения нет. Если условия совпадают частично, получается луч или промежуток.



Составлено по правилам решения линейных неравенств

Алгоритм решения системы

01

Упростить неравенства

Сначала раскрывают скобки, приводят подобные слагаемые и переносят числа в нужные части. Это помогает привести каждое неравенство к удобному виду для решения.

02

Изобразить на прямой

Полученные решения отмечают на числовой прямой: лучами, промежутками или точками. Так легче увидеть, какие значения действительно подходят.

03

Найти ответы отдельно

Затем решают каждое неравенство как самостоятельную задачу. На этом шаге получают все значения, которые подходят каждому условию по отдельности.

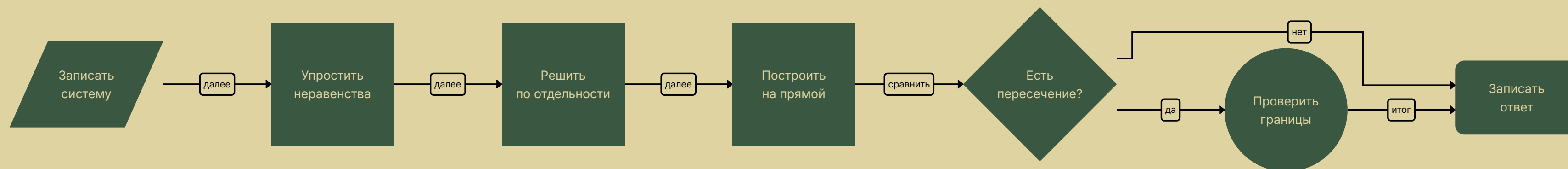
04

Выделить общую часть

Последний шаг – найти пересечение изображённых решений и записать ответ в удобной форме: промежутком, лучом, точкой или символом пустого множества.

Как решать систему шаг за шагом

✗ Последовательность показывает, как от записи системы прийти к общей части решений.



Правила преобразования неравенств



Перенос слагаемых

При переносе слагаемого через знак неравенства его знак не меняется. Это правило такое же, как при решении уравнений, и его важно помнить.



Умножение на положительное

Если обе части умножают или делят на положительное число, знак неравенства остаётся прежним. Решение при этом меняется только по значениям, но не по направлению сравнения.



Умножение на отрицательное

При умножении или делении на отрицательное число знак меняется на противоположный. Например, $>$ превращается в $<$, а $\leq$ — в $\geq$. Это самый важный момент проверки.

Знаки неравенства и границы

Таблица показывает, как знак неравенства влияет на границу, её изображение на прямой и запись ответа в виде промежутка.

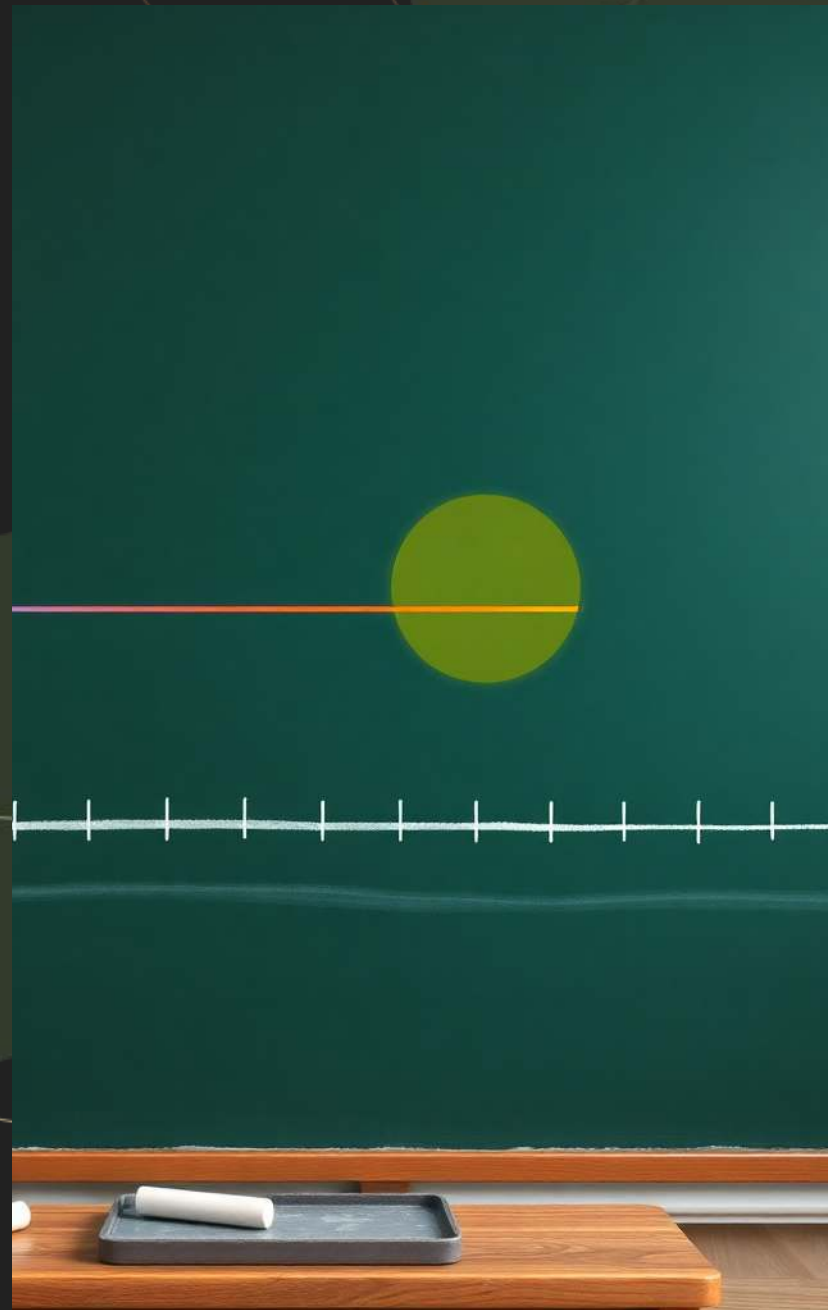
Строгие знаки не включают границу, а нестрогие — включают. Это сразу видно по виду точки на числовой прямой.

Знак	Граница	Пример
$>$	пустая	$x > 5$
$\leq$	закрашенная	$x \leq 2$
$\geq$	закрашенная	$x \geq 1$

Числовая прямая и общая часть

Каждое условие отдельно

Сначала изображают решение каждого неравенства на своей части прямой. Один ответ может быть лучом, другой – промежутком, но оба нужно рассматривать одновременно.



Пересечение как ответ

Общим решением системы становится только та часть, где изображения совпадают. Именно пересечение показывает значения, которые удовлетворяют всем условиям сразу.

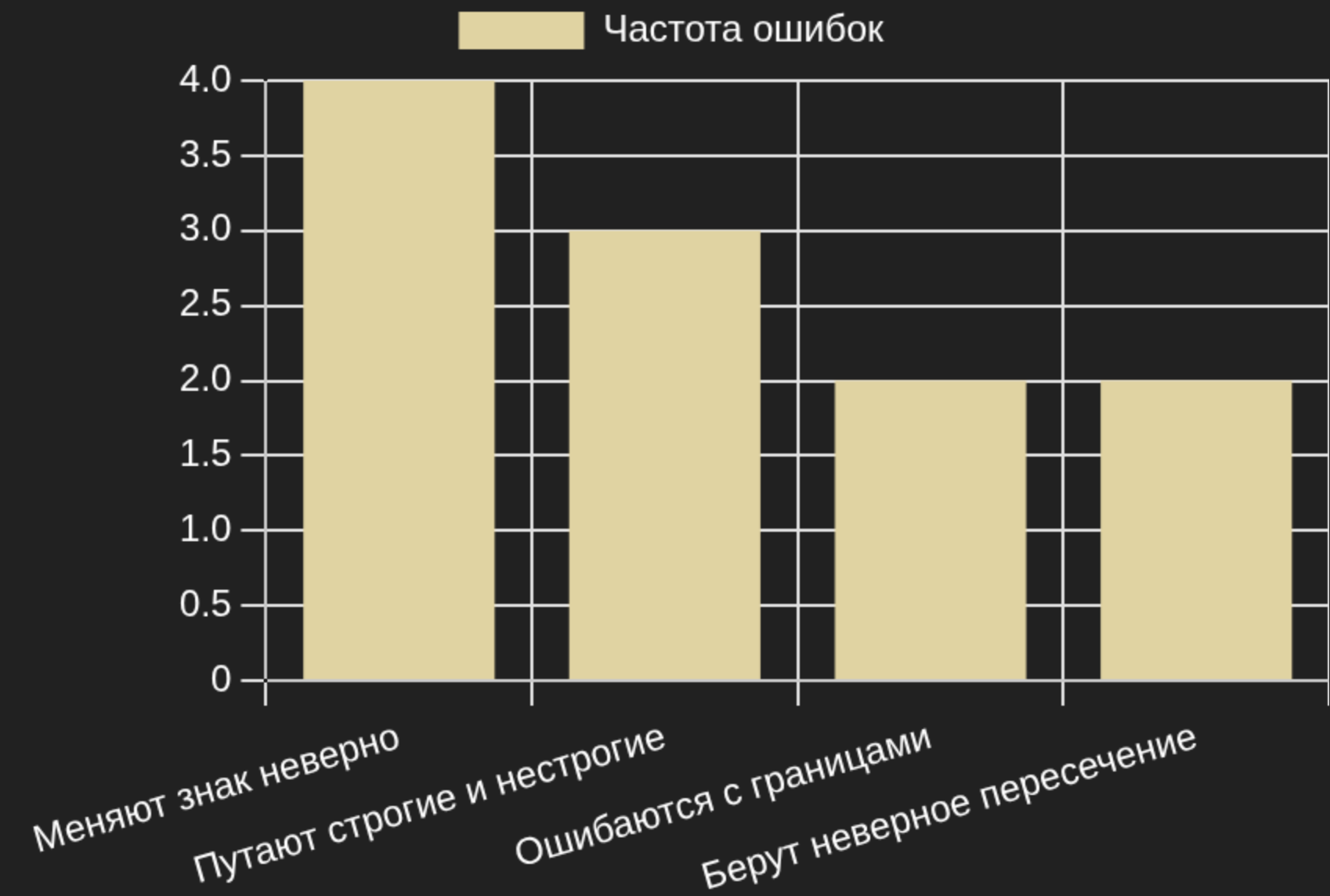
Типичные ошибки при решении



Особенно внимательно проверяйте действия с отрицательным числом: именно здесь чаще всего появляется ошибка, которая полностью меняет множество решений.



Самая опасная ошибка — неверное изменение знака; остальные обычно связаны с записью границ и пересечения.



Учебная иллюстрация по материалам темы; значения условные, 2025

Пример решения системы с одним промежутком

01

Решаем первое неравенство

Из неравенства $2x-1>5$ получаем $2x>6$, значит $x>3$. На числовой прямой это луч вправо от числа 3, без включения самой границы.

02

Решаем второе неравенство

Из условия $x+4\leq 10$ следует $x\leq 6$. Это все числа, не превосходящие 6, поэтому на прямой отмечается закрашенная точка в 6 и луч влево.

03

Находим общую часть

Теперь сравниваем два множества решений: $x>3$ и $x\leq 6$. Общими оказываются только числа между 3 и 6, причём 3 не входит, а 6 входит.

04

Записываем ответ

Итог удобно оформить в виде промежутка $(3; 6]$. Такая запись точно показывает, какие границы входят в ответ, а какие остаются за его пределами.

Когда система не имеет решений

01

Несовместимые условия

Если одно неравенство требует числа больше 5, а другое – не больше 2, подходящих значений нет. Эти множества решений расположены на прямой отдельно и не пересекаются.

02

Пустое множество

В такой ситуации система не имеет решений, потому что одно и то же число не может удовлетворять обоим условиям сразу. Ответ записывают символом $\square$.

Когда решений бесконечно много

Сильное условие

Сначала решаем более жёсткое неравенство $x \geq 1$. Оно задаёт все числа, начиная с 1 и правее, включая саму границу.

Слабое условие

Затем рассматриваем $x > -3$. Это условие шире и не ограничивает ответ дополнительно: все решения $x \geq 1$ уже подходят и ему тоже.

Как записываются промежутки

✕ Сравнение показывает, как меняется запись решения в зависимости от того, входит ли граница в ответ.

✕ Скобки и квадратные скобки сразу показывают, входит ли граница в решение; это помогает без ошибок читать ответы к неравенствам.

Вид	Запись	Пример
Открытый	$(a; b)$	$x \in (1; 4)$
Закрытый	$[a; b]$	$x \in [1; 4]$
Полуинтервал	$(a; b]$	$x \in (1; 4]$
Луч	$(a; +\infty)$	$x > 1$

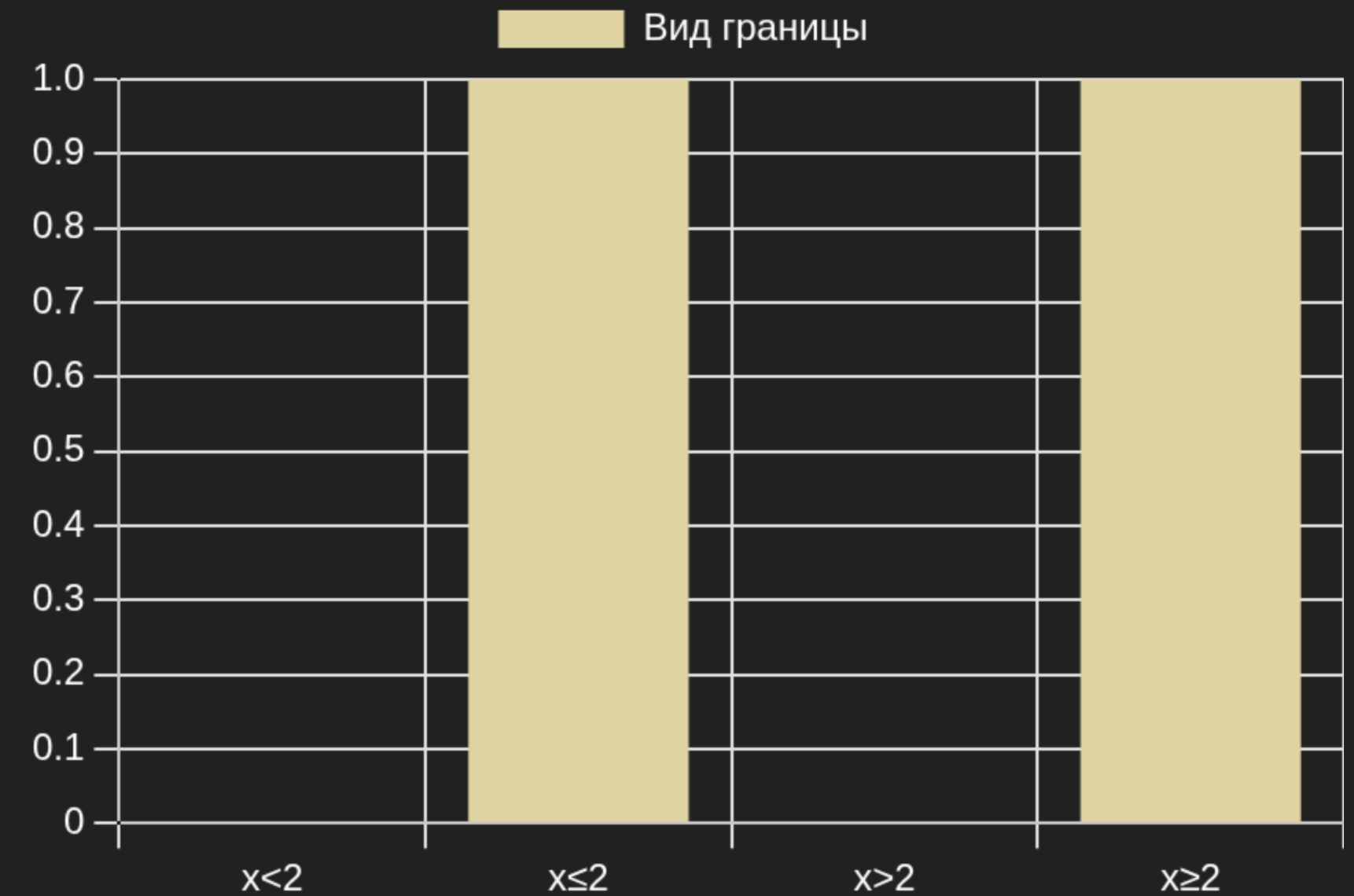
Строгие и нестрогие неравенства



При строгих неравенствах граница не принадлежит ответу, поэтому на прямой она отмечается пустой точкой. Это удобно сразу видеть при записи решения.



Нестрогие неравенства включают границу, строгие — нет; знак неравенства напрямую определяет вид точки на числовой прямой.



Учебная иллюстрация по теме; значения условные, 2025

Проверка ответа подстановкой

01

Берём внутреннее число

Для проверки удобно выбрать число из середины найденного промежутка. Оно должно подходить каждому неравенству системы, иначе ответ получен неверно.

02

Проверяем границы отдельно

После этого полезно подставить сами граничные значения. Так видно, входит ли каждая граница в ответ и не допущена ли ошибка в знаке неравенства.

03

Сверяем все условия

Если выбранное число проходит все проверки, решение можно считать верным. Этот приём особенно помогает заметить неточности в вычислениях, переносе слагаемых и записи промежутка.

Системы неравенств в реальных ситуациях



Покупка в пределах бюджета

Ученик хочет купить книгу, но цена не должна превышать сумму, которая есть в кошельке. Одновременно денег должно хватить на покупку, иначе условие не выполнится. Поэтому выбирают такой диапазон сумм, который удовлетворяет обоим ограничениям.



Время и расстояние

На пути в школу можно уложиться только в определённое время и пройти не больше нужного расстояния. Если одно условие задаёт верхнюю границу, а другое – нижнюю, решение становится промежутком допустимых значений. Именно так неравенства описывают реальные ограничения.

Какие задания встречаются на уроках



Решить систему

Сначала каждое неравенство упрощают отдельно, а затем ищут общую часть решений. В ответе важно не перепутать границы и правильно записать промежуток.



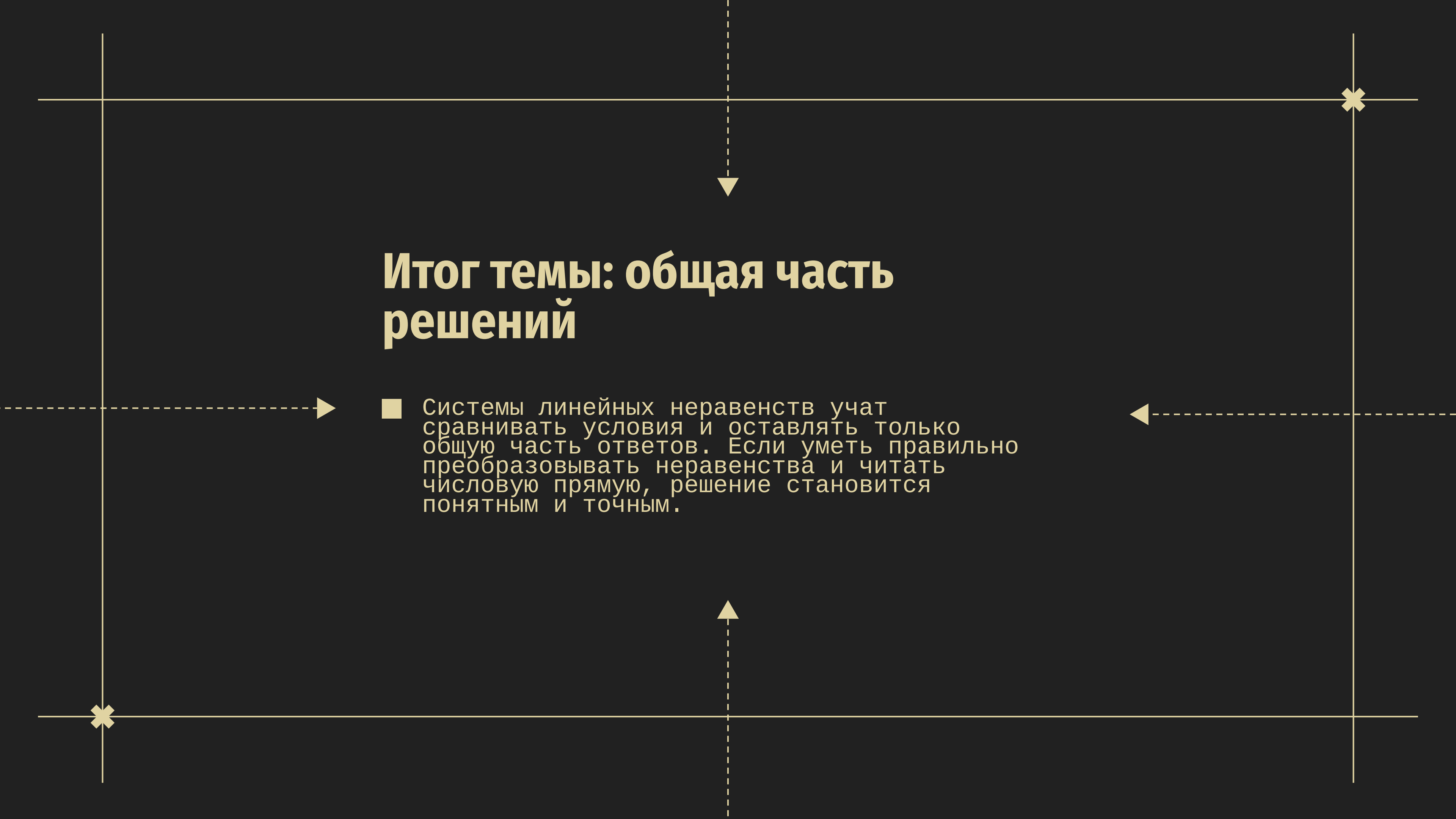
Показать на прямой

Часто нужно изобразить ответ на числовой прямой: поставить пустые или закрашенные точки и выделить нужный участок. Это помогает увидеть решение наглядно.



Выбрать подходящее число

В заданиях могут попросить назвать число, которое подходит сразу всем условиям. Тогда нужно проверить, входит ли оно в найденную общую часть решений.



Итог темы: общая часть решений

- Системы линейных неравенств учат сравнивать условия и оставлять только общую часть ответов. Если уметь правильно преобразовывать неравенства и читать числовую прямую, решение становится понятным и точным.