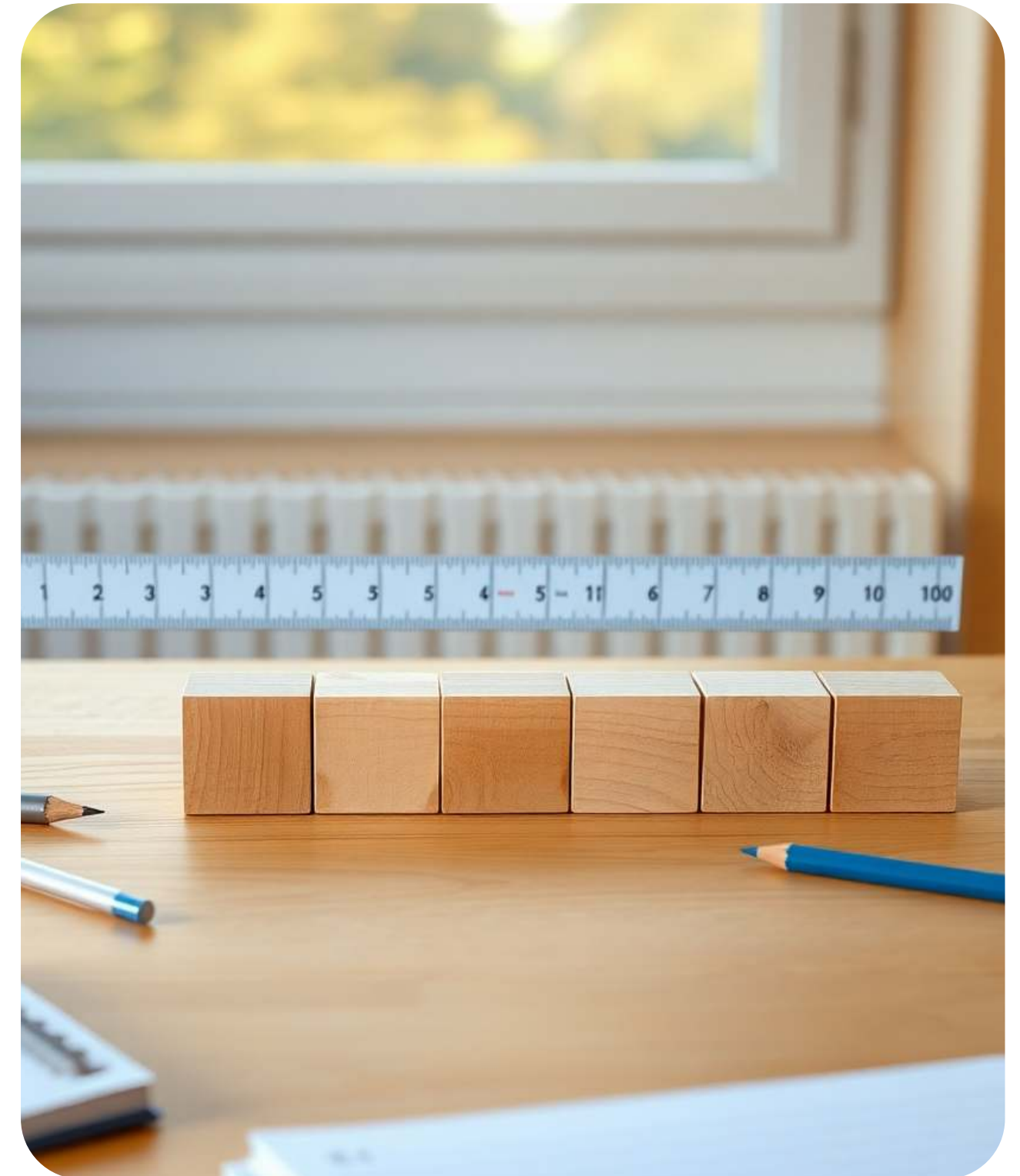




# Арифметическая прогрессия: правило, формулы и примеры

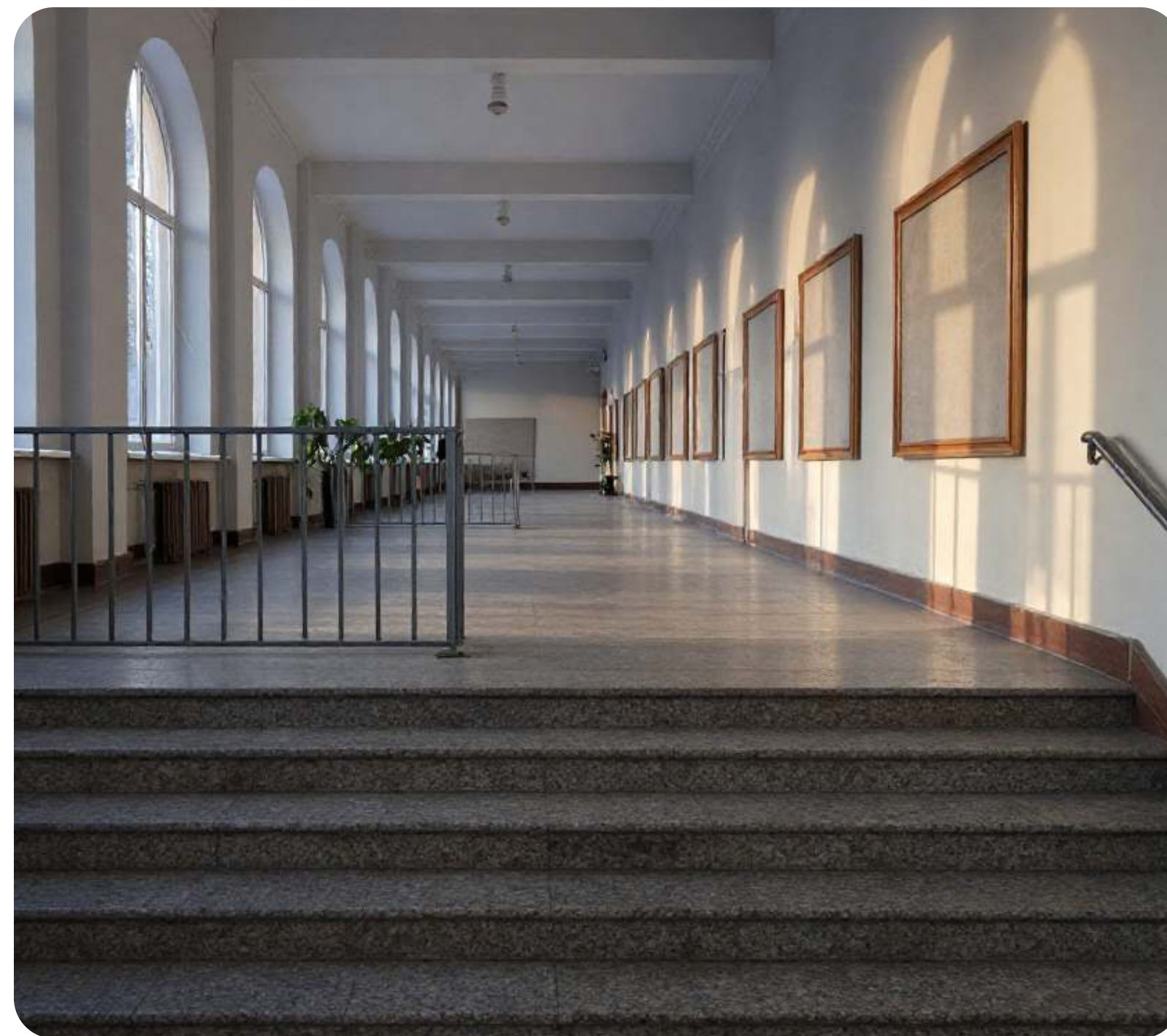
Последовательности с постоянным шагом и простыми формулами.



# Где встречается арифметическая прогрессия



Арифметическая прогрессия помогает описывать изменения, которые идут ровными шагами: от накоплений и температуры до тарифов и тренировок. Она учит быстро замечать закономерности и считать большие суммы без лишнего перебора.



# Определение арифметической прогрессии



## Один и тот же шаг

В арифметической прогрессии каждый следующий член получают прибавлением одного и того же числа. Поэтому последовательность развивается равномерно и предсказуемо, а её члены легко продолжать дальше.



## Разность прогрессии

Это постоянное число называют разностью и обозначают  $d$ . Именно оно показывает, на сколько отличается каждый новый член от предыдущего, независимо от места в последовательности.



## Положительная разность

Если  $d$  больше нуля, значения растут: каждый следующий член становится больше предыдущего. Так устроены, например, последовательности 1, 4, 7, 10, 13 или 2, 5, 8, 11.



## Отрицательная разность

Если  $d$  меньше нуля, последовательность убывает. Тогда каждый новый член уменьшается на одно и то же число, как в ряду 20, 17, 14, 11, 8.



## Нулевая разность

Когда  $d$  равно нулю, все члены одинаковы. Такая последовательность тоже является арифметической прогрессией, потому что разность между соседними членами остаётся постоянной.

# Обозначения и свойства членов последовательности



01

## Первый член

Первый член последовательности обозначают  $a_1$ . От него удобно начинать запись прогрессии, потому что именно он задаёт исходное значение для всех следующих членов.

02

## Второй и $n$ -й члены

Второй член обозначают  $a_2$ , а любой член под номером  $n$  —  $a_n$ . Эти обозначения помогают точно указывать положение числа в последовательности и использовать формулы без путаницы.

03

## Как найти разность

Разность можно вычислить по двум соседним членам:  $d = a_2 - a_1$ . Если известны подряд идущие члены, разность находится сразу и показывает шаг прогрессии.

04

## Постоянство разности

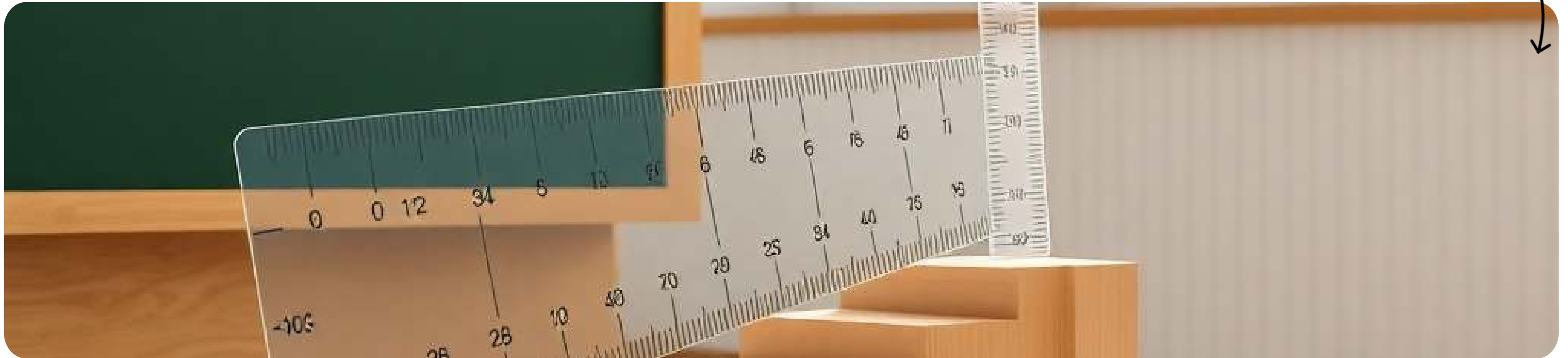
Для арифметической прогрессии важно, чтобы разность между любыми соседними членами была одной и той же. Если она меняется, последовательность уже не относится к этому виду.

05

## Какой бывает прогрессия

При  $d > 0$  прогрессия возрастает, при  $d < 0$  — убывает, а при  $d = 0$  все члены равны. Знак разности полностью определяет направление изменения последовательности.

# Наглядный образ арифметической прогрессии



## Ступеньки

Арифметическую прогрессию удобно представлять как лестницу: каждая ступенька выше или ниже предыдущей на одинаковую величину. Такой образ помогает быстро понять идею равномерного изменения.

## Линейка и шкала

Этот же принцип видно на делениях линейки или числовой шкале, где отметки расположены через равные промежутки. Последовательность ведёт себя так же: шаг остаётся постоянным.

## Номера и интервалы

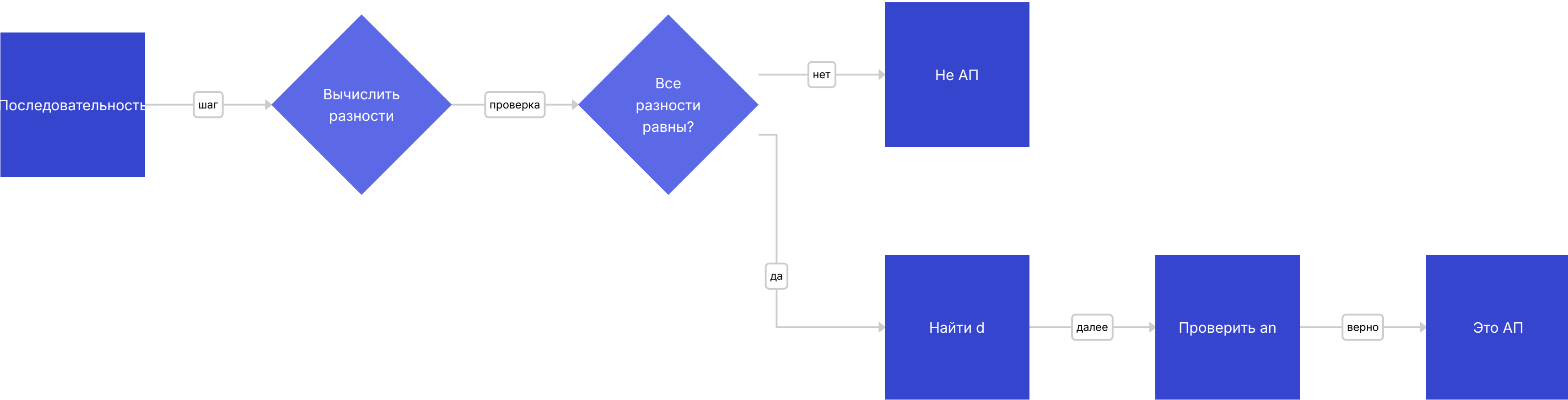
Похожая закономерность встречается в номерах домов на одной стороне улицы или в расписании, где время увеличивается одинаковыми порциями. Здесь тоже работает равномерный переход.

## Почему образ полезен

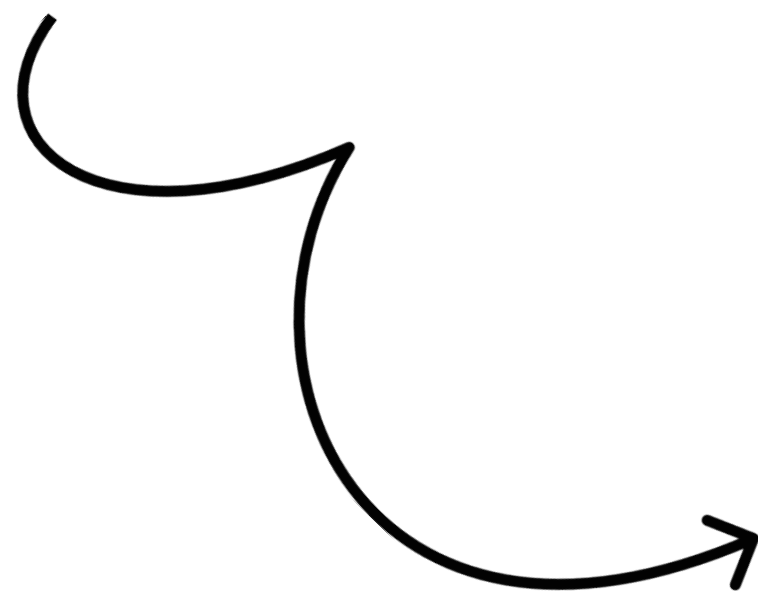
Визуальная модель делает тему понятнее: ребёнок видит не набор отдельных чисел, а единый порядок, в котором каждое следующее значение получается по одному правилу.

# Как определить, что последовательность является арифметической прогрессией

Проверка последовательности по разностям соседних членов и формуле общего члена.



Формула позволяет быстро находить нужный член прогрессии, не выписывая все предыдущие значения. Это особенно удобно, когда номер члена большой.



23

получается для шестого члена в примере с  $a_1 = 3$  и  $d = 4$ .

# Примеры вычисления n-го члена



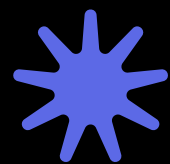
| a1 | d  | n | an |
|----|----|---|----|
| 4  | 2  | 6 | 14 |
| 12 | -3 | 5 | 0  |
| 7  | 0  | 8 | 7  |
| -2 | 5  | 4 | 13 |

Школьный курс алгебры, 9 класс

Таблица показывает, как формула работает при положительной, отрицательной и нулевой разности.

Формула  $a_n = a_1 + d(n-1)$  работает для разных типов прогрессий и даёт точный результат в каждом случае.

# Как найти разность и первый член



## 01 Разность по соседним членам

Если известны два рядом стоящих члена, разность находят по формуле  $d = a_2 - a_1$ . Это самый быстрый способ определить шаг прогрессии по готовой записи.

## 02 Первый член по общему члену

Когда известны  $a_n$ , номер  $n$  и разность  $d$ , можно восстановить первый член по формуле  $a_1 = a_n - d(n-1)$ . Такое преобразование помогает работать с пропущенными данными.

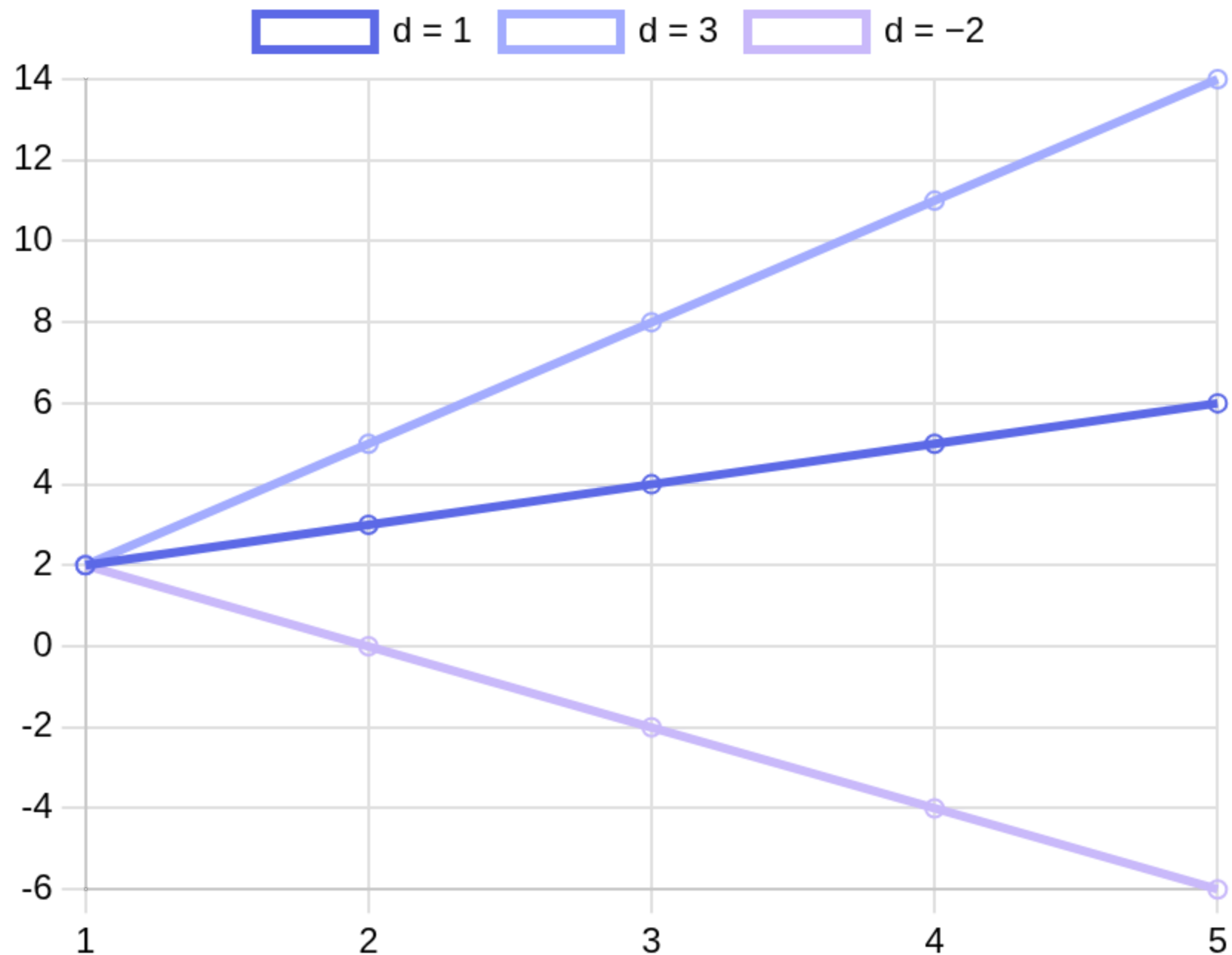
## 03 Проверка последовательности

Полученные значения удобно сверять с условием задачи. Если вычисления верны, найденные члены снова образуют одинаковый шаг и согласуются со всей последовательностью.

## 04 Практическая польза

Эти приёмы помогают не только решать упражнения, но и находить ошибки в собственных ответах. В задачах на прогрессии это особенно важно при длинных вычислениях.

# Как меняются члены при разных значениях разности



На графике видно, что одинаковый первый член даёт разные траектории роста или убывания в зависимости от знака и величины разности.

Чем больше положительная разность, тем быстрее растёт последовательность; отрицательная разность ведёт к равномерному убыванию.

Составлено по материалам школьного курса алгебры, 9 класс

# Сумма первых $n$ членов арифметической прогрессии



## Что обозначает $S_n$

Сумма первых  $n$  членов прогрессии обозначается  $S_n$ . Она показывает общий результат сложения нескольких последовательных членов и особенно полезна, когда нужно посчитать длинный ряд без поэлементного сложения.



## Формула через разность

Когда известны первый член, разность и число членов, применяют  $S_n = (2a_1 + d(n-1))n/2$ . Эта запись особенно удобна, если последний член еще не найден.



## Формула через последний член

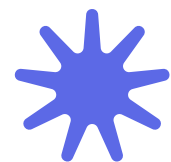
Если известен последний член  $a_n$ , удобно использовать формулу  $S_n = (a_1 + a_n)n/2$ . Она быстро находит сумму, потому что опирается на первый и последний элементы последовательности.



## Зачем это нужно

Формулы суммы экономят время и уменьшают число вычислений. Вместо сложения 20, 30 или 100 чисел можно сразу получить ответ, если правильно определить исходные данные задачи.

# Основные формулы темы и их назначение



| Формула                    | Назначение     |
|----------------------------|----------------|
| $a_n = a_1 + d(n-1)$       | Найти член     |
| $d = a_2 - a_1$            | Найти разность |
| $a_1 = a_n - d(n-1)$       | Найти первый   |
| $S_n = (a_1 + a_n)n/2$     | Найти сумму    |
| $S_n = (2a_1 + d(n-1))n/2$ | Найти сумму    |

Эта таблица помогает быстро выбрать нужную формулу в зависимости от того, какие величины известны в задаче.

Каждая формула решает свою задачу: одни помогают находить члены прогрессии, другие — разность или сумму. Главное — сначала определить, какие данные даны в условии.

Школьный курс алгебры, 9 класс



# Где применяется арифметическая прогрессия



## Накопления

Если каждый день или неделю откладывать одну и ту же прибавку к сумме, получается арифметическая прогрессия. Такая модель помогает заранее оценить итоговые накопления за нужный период.



## Изменение температуры

Когда температура по часам меняется на одинаковое число градусов, значения удобно описывать последовательностью. Это помогает увидеть закономерность и сравнить, как быстро происходит рост или снижение.



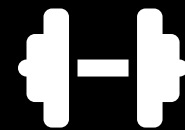
## Посадка деревьев

Если деревья сажают через равные промежутки, появляется линейный порядок размещения. В задачах на расстояния такая схема часто сводится к арифметической прогрессии.



## Платежи и тарифы

Ступенчатые тарифы и регулярные платежи могут меняться на одинаковую величину. Тогда арифметическая прогрессия помогает вычислять стоимость по шагам и избегать лишних подсчетов.



## Тренировки

При постепенном увеличении нагрузки на одинаковое число повторений или минут каждый следующий день образуется последовательность с постоянной разностью. Это удобно для планирования занятий.



# Практическая задача: ежедневные накопления



## Последовательность взносов

Если каждый день откладывать на 10 рублей больше, чем в предыдущий, получаем ряд 10, 20, 30, 40, 50... Здесь первый член равен 10, а разность — тоже 10.

## Сколько за неделю

За 7 дней можно записать семь членов прогрессии и найти их сумму по формуле. Так задача решается быстрее, чем сложением всех взносов по отдельности.

## Почему это удобно

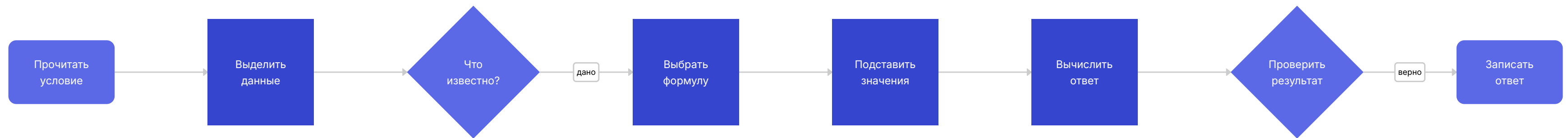
Подобная модель показывает, как обычная жизненная ситуация переводится на язык математики. После этого достаточно правильно подставить данные и вычислить общий результат.

## Что можно проверить

Полезно убедиться, что каждый следующий взнос действительно больше предыдущего на 10 рублей. Такая проверка помогает не перепутать первый член с разностью и избежать ошибки.

# Алгоритм решения задач на арифметическую прогрессию

Последовательность действий для выбора правильной формулы и проверки ответа



# Типичные ошибки при работе с арифметической прогрессией



## Путают $d$ и члены

Иногда разность  $d$  смешивают с отдельными членами последовательности. Из-за этого в решении появляются неверные числа, хотя сама идея задачи была понята правильно.



## Забывают $n-1$

В формуле  $a_n = a_1 + d(n-1)$  часто пропускают множитель  $n-1$ . Это меняет значение ответа и особенно заметно при больших номерах члена.



## Неверный знак

При отрицательной разности легко потерять знак минус. Тогда убывающая прогрессия ошибочно превращается в возрастающую, и все последующие вычисления становятся неверными.



## Неправильная формула суммы

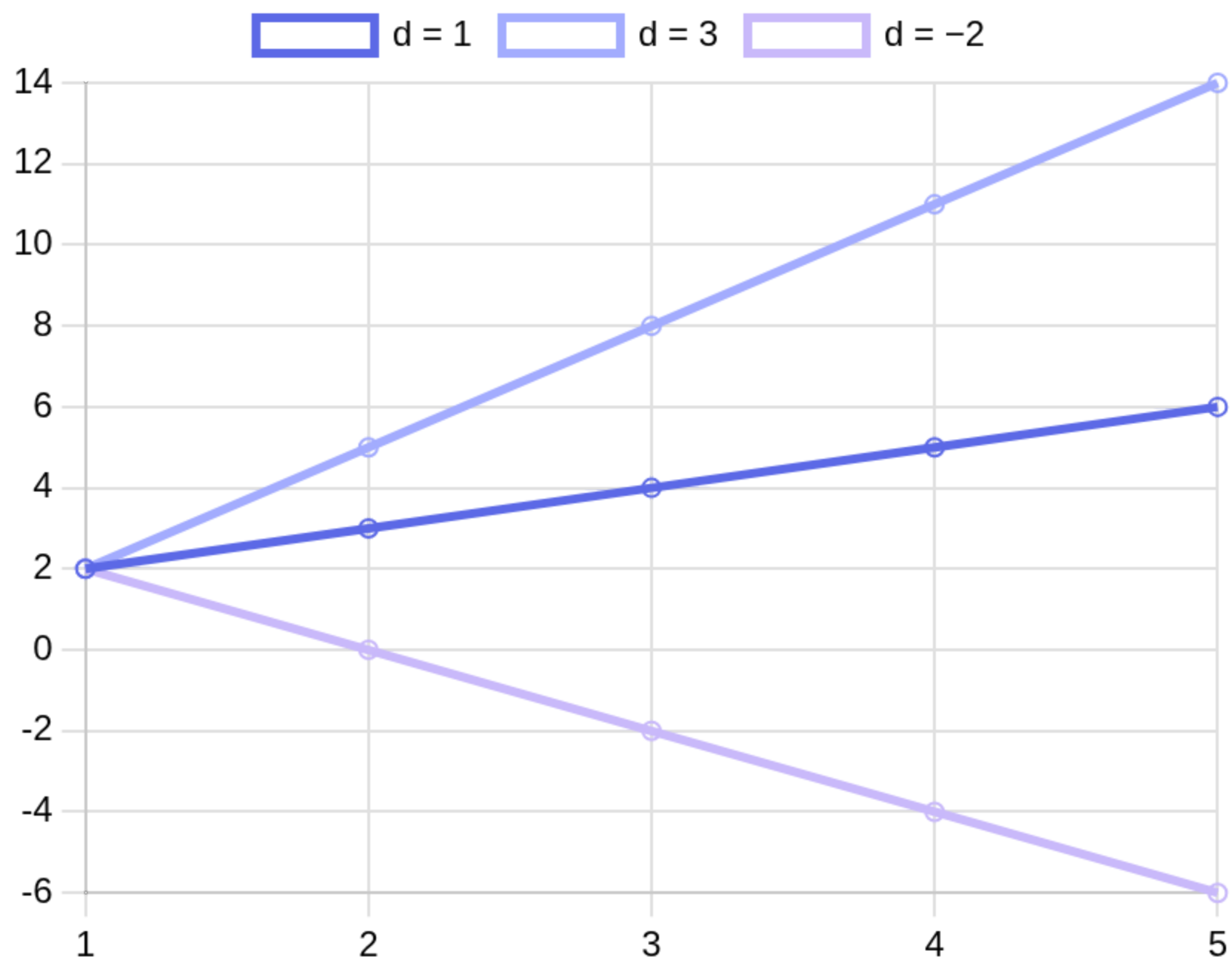
Для суммы важно сначала понять, известен ли последний член. Если выбрать формулу без нужных данных, задача будет решена не полностью или с ошибкой.



## Слабая проверка ответа

После вычислений полезно сравнить результат с условием задачи. Проверка помогает заметить не только арифметические ошибки, но и неверно выбранный способ решения.

# Графическое представление роста и убывания



На графике видно, что шаг между соседними точками остается постоянным. Это помогает отличить арифметическую прогрессию от случайного набора чисел.

Чем больше положительная разность, тем быстрее рост; отрицательная разность дает убывание. Равные шаги подтверждают линейный характер изменения.

Модель построена по учебным примерам арифметической прогрессии



# Связь арифметической прогрессии с другими темами алгебры



01

## Уравнения

Формулы прогрессии часто превращаются в уравнения, когда нужно найти неизвестный член, разность или номер члена. Это тренирует аккуратную работу с буквами и числами.

02

## Координатная прямая

Члены прогрессии удобно изображать на координатной прямой, чтобы видеть рост или убывание. Такой способ помогает лучше понимать порядок чисел и их расположение.

03

## Линейная зависимость

Постоянный шаг между членами напоминает линейное изменение. Поэтому арифметическая прогрессия служит хорошим мостиком к изучению линейных функций и графиков.

04

## Формулы и подстановка

Чтобы решить задачу, нужно правильно подставить данные в формулу и не перепутать значения  $a_1$ ,  $d$ ,  $n$  и  $a_n$ . Это развивает внимательность и вычислительные навыки.

05

## Дальнейшее изучение алгебры

Умение находить закономерности и проверять результат пригодится и в следующих темах. Арифметическая прогрессия формирует прочную основу для более сложных математических разделов.

# Краткая памятка по теме



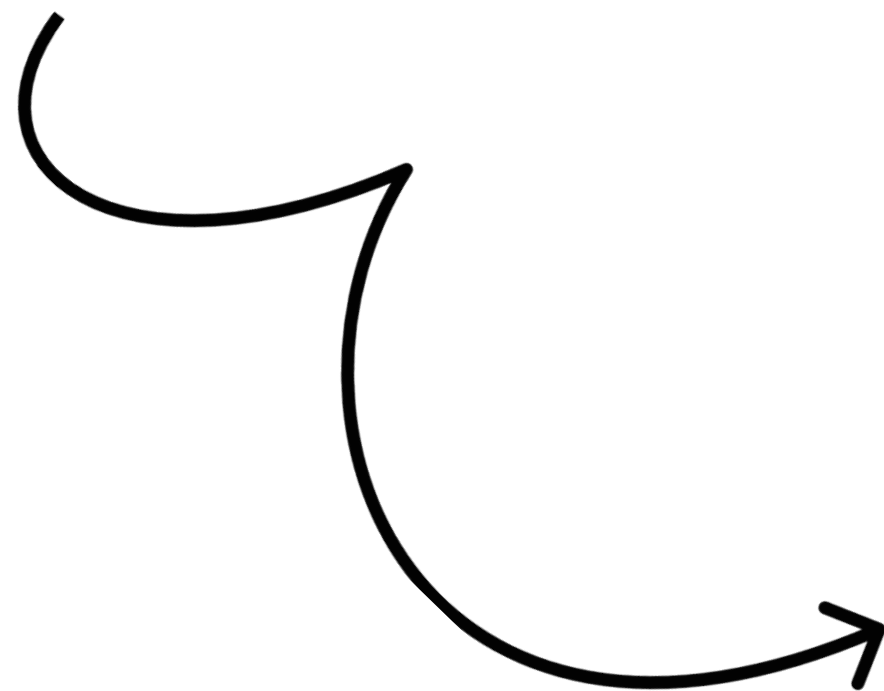
| Что помнить | Коротко                 |
|-------------|-------------------------|
| Признак     | Равная разность         |
| Обозначения | $a_1, a_n, d, S_n$      |
| n-й член    | $a_n = a_1 + d(n-1)$    |
| Сумма       | $S_n = (a_1 + a_n)n/2$  |
| Проверка    | Соседние разности равны |

Школьный курс алгебры, 9 класс

Эта таблица собирает самые важные сведения в одном месте и помогает быстро вспомнить формулы и признак арифметической прогрессии.

Если разность между соседними членами постоянна, последовательность является арифметической прогрессией. Формулы помогают находить члены и суммы без лишних вычислений.

# Арифметическая прогрессия: главное без лишних шагов



Арифметическая прогрессия помогает замечать постоянный шаг в числах, находить пропущенные члены и быстро считать суммы. Эти знания пригодятся на уроках алгебры и в жизненных задачах.

